МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
“Харьковский политехнический институт”

И.А.Чермных, В.И. Нестеренко, Е.А.Краевская, А.В. Силичев,

ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ С ЭЛЕМЕНТАМИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ

Учебник

Утверджено Министерством образования и науки Украины как ученик для студентов высших технических учебных заведений

НТУ “ХПИ”

Харьков, 2016

УДК 515
ББК 22.18
О-75

Рецензенты: **Л.Н.Куценко**, д-р техн. наук, проф. кафедры «Инженерной и аварийно-спасательной техники» Национального университета «УГЗУ»
Ю.М. Тормосов, д-р технических наук, проф., зав. кафедрой «Механики и графики» Харьковского государственного университета питания и торговли.

Авторский коллектив: И.А. Чермных, к.т.н.,доц.; В.И. Нестеренко зав. лабораторией нових технологий в обучении; Е.А. Краевская, доц.; А.В.Силичев, инж. I кат.

Утверджено Министерством образования и науки Украины как ученик для студентов высших технических учебных заведений, письмо №1/11-4596 от 31.03.2014

Підручник складається з двох частин. У першій частині розглянуто теорія і методи побудови на площині зображень просторових геометричних об'єктів, а також методи графічних рішень метрологічних задач. У другій частині розглянуто методи та правила розробки конструкторської документації. Підручник містить електронну версію з трирівневим викладом навчального матеріалу з використанням сучасних технологій мультимедіа та анімації.
Призначено для студентів вищих навчальних закладів інженерно-технічних спеціальностей

Чермных И.А.
О-75 Основы инженерной графики с элементами профессионального конструирования.: учебник / И. А. Чермных, В. И. Нестеренко, Е.А. Краевская; под ред. И. А. Чермных. – Х.: НТУ «ХПИ», 2015. – 338 с. Рос. мовою.

ISBN 978-617-05-0208-7

Учебник состоит из двух частей. В первой части рассмотрены теория и методы построения на плоскости изображений пространственных геометрических объектов, а также методы графических решений метрологических задач. Во второй части рассмотрены методы и правила разработки конструкторской документации. Учебник включает электронную версию с трехуровневым изложением учебного материала с использованием современных технологий мультимедиа и анимации.

Предназначено для студентов высших учебных заведений инженерно-технических специальностей

Ил.144 Библиогр.:

БББК 30ю11 я 73
УДК 514.18 075)

ISBN 978-617-05-0208-7

Предисловие

В основу учебника положена методика, которая сформировалась на протяжении обучения многих поколений специалистов. Согласно этой методике учебный курс включает:

- теоретический лекционный материал;
- материал для выполнения практических занятий;
- задания для самостоятельной (домашней) работы;
- задания для контроля и самоконтроля знаний.

Учебник состоит из печатной книги и электронной версии. Электронная версия может быть установлена как на компьютере для индивидуального пользования, так и на сервере для коллективного пользования. Требуется ПО: Windows 95, Internet Explorer 6 и более поздние версии.

Электронная версия более информативная и полная в сравнении с книгой. В ней учебный материал разделен на три уровня. На первом уровне изложены общие сведения, определения, свойства и т.п. С первого уровня можно перейти на другой, где более подробно рассмотрены вопросы проектирования геометрических объектов, приведены чертежи, рисунки и описано их построение. На третьем уровне демонстрируется процесс построения чертежей в виде динамических шагов. Построение сопровождается пошаговыми текстами и пояснениями голосом лектора, что способствует более полному и глубокому усвоению материала.

Переходы с первого уровня на второй, со второго на третий и наоборот в любой последовательности выполняются по ссылкам в тексте.

В книге размещена объединенная информация первого и второго уровня (лекционный материал). В ней часто встречаются рекомендации следующего содержания: «За более подробными объяснениями обратитесь к электронной версии (рис. х.хх)». Рис. х.хх - это отметка для вывода на экран монитора рис. х.хх и пояснений к нему. Как правило, это динамические рисунки с пошаговым построением.

В электронной версии на первой странице размещено содержание (перечень тем). Под названием каждой темы приведен перечень рисунков этой темы, которые можно вывести на экран.

ВВЕДЕНИЕ

Инженерная графика – общетехническая дисциплина, в которой рассматриваются методы, алгоритмы геометрического проектирования и приемы разработки и оформления графической документации. Прежде чем приступать к изготовлению какого-либо изделия: детали, механизма, машины, электронной схемы, здания или сооружения, его проект изображают на бумаге или экране монитора, т.е. выполняют его графическое изображение – чертеж. Основное отличие чертежа от рисунка заключается в том, что рисунок передает видение его исполнителя. Художник говорит: «Я так вижу». Рисунок может быть неоднозначным и восприниматься каждым по своему, индивидуально. Проектировщик с помощью чертежа передает объективные данные о разрабатываемом изделии. Чертеж – это руководство к действию для изготовителей и пользователей. Он всеми должен восприниматься однозначно, как технический текст. Поэтому выполнение чертежа регламентируется определенными правилами, ГОСТами, которые необходимо неукоснительно соблюдать. Специалист должен уметь с помощью чертежа выражать свои творческие замыслы, технические идеи для последующего осуществления их на практике.

Геометрические модели и их графическая визуализация широко используется в самых разнообразных отраслях современной науки, в технике и производстве, позволяя наиболее компактно и доходчиво представить необходимую пользователю информацию.

Теоретической основой инженерной графики является начертательная геометрия как теория о методах изображения на плоскости пространственных тел. Происхождение начертательной геометрии тесно связано с практикой. Она представляет собой один из наиболее практических разделов математики, результат исследований и обобщений архитекторов, камнерезов, художников и инженеров.

Прообраз ортогонального проектирования, лежащего в основе чертежа, – план. Планами пользовались еще архитекторы древности при возведении зданий и застройке городов. Так, к III тысячелетию до н.э. относится статуя Гуден, известная под названием «Архитектор с планом». На использование чертежей в древности указывает и сложная архитектура крепостей, храмов, дворцов древнего Вавилона, Египта, Греции.

Римский архитектор Марк Витрувий (I век до н.э.) пишет, что архитектор при сооружении здания пользуется следующими видами изображений: ихнографией, орфографией и скенографией. «Ихнография есть надлежащее и последовательное применение циркуля и линейки для получений очертаний плана на поверхности земли. Орфография же есть вертикальное изображение фасада и картина внешнего вида будущего здания, сделанная с надлежащим соблюдением его пропорций. Равным образом скенография есть «рисунок фасада и уходящих вглубь сторон путем сведения всех линий к центру, намеченному циркулем» (Витрувий. «Десять книг об архитектуре»). Из приведенной цитаты следует, что в это время (I век до н.э.) были известны и ортогональные чертежи (план и фасад) и перспективное изображение (скенография).

Дальнейшее развитие теории изображений связано с именами Леонардо да Винчи, Альберта Дюрера, Жирара Дезарга, Пьера Ферма, Блеза Паскаля, Рене Декарта и других.

Начертательная геометрия как наука была создана велим французским ученым Гаспаром Монжем в книге «Начертательная геометрия», опубликованной в 1798г.

Профессору В.И. Курдюмову принадлежат слова, определяющие самую суть начертательной геометрии: «Если чертеж является языком техники, одинаково понятной всем народам, то начертательная геометрия служит грамматикой этого мирового языка, так как она учит нас правильно читать чужие мысли и излагать на чертеже наши собственные мысли, пользуясь в качестве слов только одними линиями и точками, как элементами всякого изображения» (Курдюмов В.И. «Курс начертательной геометрии»).

Часто возникает вопрос: Зачем сегодня нужна инженерная графика, если в распоряжении проектировщика есть компьютер, графические системы, например AutoCad, КОМПАС и другие? Безусловно, машинная графика позволяет выполнять чертежи быстрее, с большей точностью, позволяет получить в считанные секунды нужное наглядное изображение. Однако, окончательное решение остается за исполнителем, и, чтобы это решение было правильным, он должен безошибочно прочитать полученный чертеж, правильно выбрать нужное изображение, виды, разрезы, сечения. Акценты сместились с изготовления чертежа на его быстрое прочтение и интерпретацию. Методы проецирования не потеряли своей актуальности, как и проецирование основных элементов: точки, прямой, линий, поверхностей.

Основная цель курса инженерной графики – научить теоретическим основам и сформировать практические навыки построения и чтения технических чертежей, что необходимо как при освоении специальных дисциплин, так и при решении инженерно-технических задач на производстве.

Излагаемый материал состоит из двух частей. Первая часть – теоретические основы инженерной графики.

В этой части рассматриваются способы построения обратимых изображений (чертежей) и решения на них элементарных позиционных и метрических задач.

Чертеж фигуры называется *обратимым,* если по нему можно определить положение фигуры в пространстве, ее форму и размеры.

Решение ***позиционных задач*** позволяет определить положение фигуры относительно плоскостей проекций и взаимное расположение заданных фигур (принадлежность, пересечение, параллельность).

Решение ***метрических задач*** позволяет определить метрические характеристики (длина, площадь и т.д.) самой фигуры или метрические характеристики взаимного положения заданных фигур (угол между прямыми и плоскостями, расстояние между фигурами и т.п.).

В конце почти всех тем размещены материалы для выполнения практических занятий, и тесты для контроля и самоконтроля знаний. Задачи практических работ читатель выполняет на бумаге. В случае необходимости ему предлагаются подсказки:

- первая рекомендует обратиться к указанному теоретическому материалу;
- вторая объясняет конкретные действия решения и (или) его алгоритм.

Вторая часть учебника „Основы профессионального конструирования" посвящена конкретным приемам разработки конструкторской документации. Она содержит общие правила оформления чертежей, в которых приводятся требования к форматам чертежей, их масштабам, типам линий. Даны развернутые определения видов, разрезов, сечений, приведены примеры их правильного выбора и применения. Приведены основные сведения и приемы нанесения размеров, предельных отклонений и шероховатости поверхностей. Показано, как правильно составить и выполнить эскиз имеющейся или разрабатываемой детали. Приведены общие сведения о разъемных (резьбовых) и неразъемных (сварных) соединениях. Приведенный материал позволяет научиться прежде всего правильно прочитать как рабочий чертеж детали, так и разобраться в сборочном чертеже.

При создании учебника авторы стремились изложить материал так, чтобы студент при самостоятельной работе с учебником без помощи преподавателя (с преподавателем контакт ограничен) мог найти сам ответы на вопросы, если они возникли. По нашему мнению это обеспечивается трехуровневым изложением учебного материала. Если читатель встретит незнакомый термин – к его услугам словарь – справочник.

В электронной версии в виде приложений размещены:

- словарь – справочник;
- рабочая тетрадь для самостоятельной работы в аудитории и дома;
- обязательные домашние задания;
- это интересно (репродукции картин, выполненных известными авиаконструкторами, учеными, художниками, которые способствуют более глубокому развитию пространственного мышления).

Предлагаемый вашему вниманию учебник «Инженерная графика с элементами профессионального конструирования» предназначен для студентов высших учебных заведений инженерно-технических специальностей всех форм обучения: очной, заочной, вечернего, дистанционного, экстернатной и отвечает требованиям действующей учебной программы и «Концепции развития электронного обучения в НТУ «ХПИ» на 2008 – 2015 годы».

Детальность изложения материала делает его доступным также учащимся техникумов, профессиональных училищ и даже школьникам старших классов средних школ.

Учебник двуязычен – на украинском и русском языках.

Авторы выражают чистосердечную благодарность преподавателям кафедры ГМКГ, инженерам Свистуну В.Г., Матюхину В.И., Якименко С.П. за помощь в создании и оформлении работы, а также д.т.н., проф. Куценко Л.Н., д.т.н., проф. Тормосову Ю.М. за рецензирование работы и высказанные замечания и советы.

ЧАСТЬ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ. ПРЕДМЕТ ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ, ЕЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ

Стоит поразмыслить о прошлом, вспомнить то, что было ранее, и мы будем ошеломлены, видя, что окружающий нас мир – это мир геометрии чистой, истинной, безупречной в наших глазах. Все вокруг – геометрия. Никогда мы не видим так ясно таких форм как круг, прямоугольник, угол, цилиндр, шар, выполненных так отчетливо, с такой тщательностью и так уверенно.

Ле Карбюзье. Архитектура XX века. М., Прогресс, 1970

1. МЕТОД ПРОЕЦИРОВАНИЯ

1.1. Понятие чертежа. Свойства чертежа

Инженер должен созерцать пространство, иначе он будет не способен к разработке самостоятельных проектов. Углубленное изучение начертательной геометрии лучше всего *развивает пространственное мышление.*

Б. Левел

Изображения, используемые в технике, называются чертежами. Эти чертежи должны обладать следующими основными свойствами:

1) обратимостью – возможностью по чертежу установить пространственную форму фигуры и ее положение в пространстве;

2) метрической определенностью – возможностью установить по чертежу натуральные размеры фигуры;

3) наглядностью – чертеж должен давать пространственное представление об изделии в целом;

4) точностью – графические операции, выполняемые на чертеже, должны давать решение с необходимой точностью.

Технические чертежи любого объекта строятся чаще всего методом проецирования этого объекта на плоскость или несколько плоскостей специальным способом расположенных в пространстве. Процесс проецирования (рис. 1.1, *а*) заключается в следующем: через каждую точку A^i геометрической фигуры A (пространственного или плоского объекта) по определенному правилу проводится проецирующая линия l^A до пересечения с поверхностью Π_k (чаще всего – плоскостью), на которой и строится изображение. Π_k называется поверхностью (плоскостью) проекций или картинной плоскостью. Точка A_k^i пересечения проецирующей линии l^A с поверхностью проекций Π_k называется проекцией точки $A^i : A_k^i = l^{A^i} \cap \Pi_k.$

Отметим, что проецирующая линия l^{A^i} – чаще всего прямая, но может быть и кривой, как изображено на рис. 1, а поверхность Π_k – чаще всего плоскость, но может быть и криволинейной поверхностью. Фигура $A_к$ – проекция объекта A на поверхности $\Pi_{k}.$ Наиболее распространенными методами проецирования в технической практике являются методы центрального и параллельного проецирования.

Проецирующими линиями в обоих этих случаях являются прямые линии.

1.2. Метод центрального проецирования

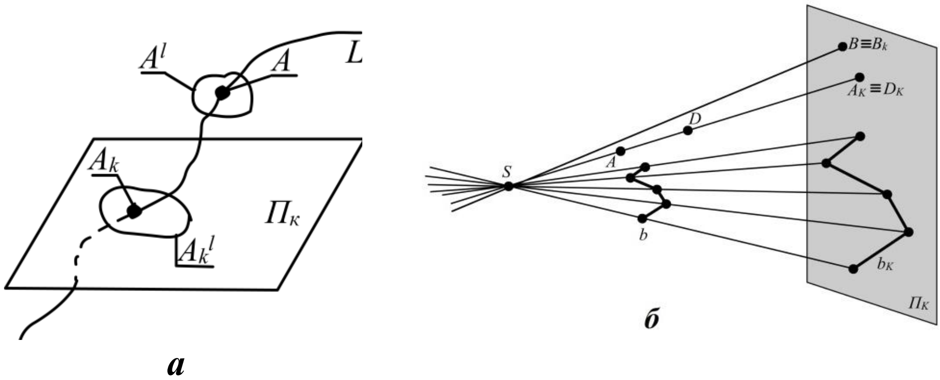


Рис. 1.1. Центральная проекция точек *A, D* и ломаной линии

Наиболее близки к зрительному восприятию человека изображения, построенные методом центрального проецирования.

Рассмотрим метод центрального проецирования.

На рис. 1.1, *б* приведен пример центрального проецирования ломаной линии *b* и точек *A* и *D* на плоскость $П_k$, которую называют *плоскостью проекций* или *картинной плоскостью*. Точку *S* называют *центром проецирования*. Для построений проекций точек *A, D* и линии *b* на плоскости $П_k$ из центра *S* проводят проецирующие лучи через точки *A* и *D*, а также точки ломаной *b* до пересечения с плоскостью $П_к$. Полученная на плоскости $П_к$ ломаная линия $b_к$ и точка $A_к$, совпадающая с $D_к$, являются центральной проекцией ломаной линии *b* и точек *A* и *D*.

В дальнейшем будет использоваться символьная запись. Запись алгоритма центрального проецирования имеет вид:

- $S \cup A = (SA)$ через точки *S* и *A* проведем проецирующий луч *(SA)*;
- $A_k = (SA) \cap П_k$ – проецирующая прямая (*SA*) пересекается с плоскостью $П_k$ в точке A_k.

Непосредственно из рисунка видно:

1. Каждая точка пространства, кроме точек нейтральной плоскости Π_o, проходящей через точку S параллельно Π_k, имеет свою проекцию на плоскости $\Pi_к$, и притом только одну. Для точек нейтральной плоскости Π_o проецирующий луч пересекает $\Pi_к$ в бесконечно удаленной (несобственной) точке.

2. Проекции точек, принадлежащих плоскости проекций Π_k, совпадают с самими точками:

$$B \in \Pi_K \Rightarrow B = B_K \,.$$

3. Прямые проецируются в прямые.

4. Точки A и D лежат на одном проецирующем луче, и их центральные проекции совпадают. То есть любой проецирующий луч (все его точки) проецируется в точку.

Поэтому изображение, построенное методом проецирования, не является обратимым: по одной проекции точки нельзя восстановить ее положение в пространстве.

К основным недостаткам центрального проецирования относятся:

- сложность построения центральной проекции;
- проекции параллельных прямых в общем случае пересекаются;
- сложная зависимость между длиной отрезка прямой и его проекцией.

Поэтому в технике центральные проекции не используются. А художники для передачи глубины пространства применяют перспективу, которая является частным случаем центрального проецирования.

Процесс проецирования с пояснениями текстом и голосом лектора в электронной версии учебника (рис. 1.1, *б*).

1.3. Метод параллельного проецирования

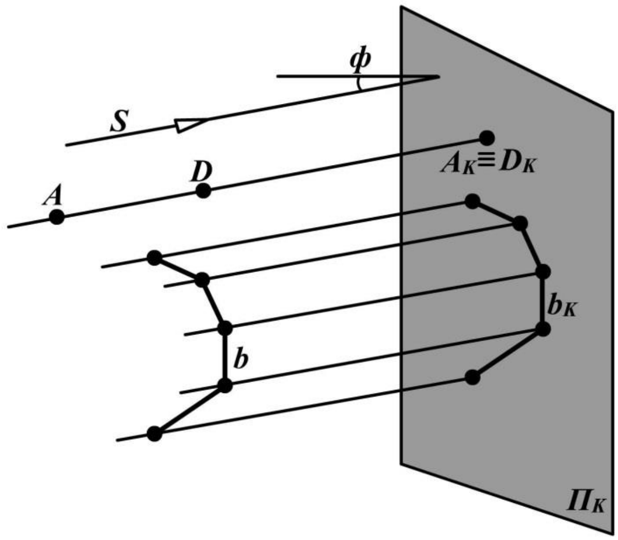


Рис. 1.2. Параллельное проецирование в направлении вектора *S* точек *A*, *D* и ломаной линии

Если точку *S*, центр проекций, сделать бесконечно удаленной, то проецирующие лучи превращаются в параллельные линии, т.е. будет задано направление проецирования (вектор *S*). Такое проецирование называется параллельным.

Рассмотрим метод параллельного проецирования.

На рис. 1.2 изображено параллельное проецирование ломаной линии *b* и точек *A* и *D* на плоскость проекции $П_k$. Направление проецирования задается вектором *S*, проведенным под углом φ к плоскости $П_k$. Через точки ломаной *b* и точки *A* и *D* проведены проецирующие лучи параллельно вектору *S* до пересечения с плоскостью $П_к$. На плоскости $П_k$ получены искомые проекции $b_к$ и $A_к$, $D_к$, причем точки $A_к$ и $D_к$ совпадают.

Отметим, что если угол φ не равен 90°, проецирование называется косоугольным, а при φ, равном 90°, проецирование называется ортогональным.

Процесс проецирования демонстрируется в электронной версии учебника (рис. 1.2).

Параллельное проецирование обладает следующими основными свойствами:

1. *По одной параллельной проекции точки нельзя восстановить положение точки в пространстве*. На рис. 1.2 показан пример такой ситуации. Точки A и D лежат на прямой, параллельной направлению проецирования S. Из-за этого на плоскости $П_k$ они проецируются в одну точку $A_к$ (или $D_к$). По одной проекции точки нельзя определить ее положение в пространстве.

2. *Проекции прямых, параллельных в пространстве, параллельны между собой, т.е.* $a \| b \Rightarrow a_k \| b_k$.

Рис. 1.3 демонстрирует свойство параллельного проецирования, называемое *параллельностью*.

Параллельные прямые a и b, произвольно расположенные в пространстве, проецируются на плоскость $П_k$. Полученные проекции $a_к$ и $b_к$ также параллельны между собой, то есть **параллельные прямые проецируются в параллельные прямые**.

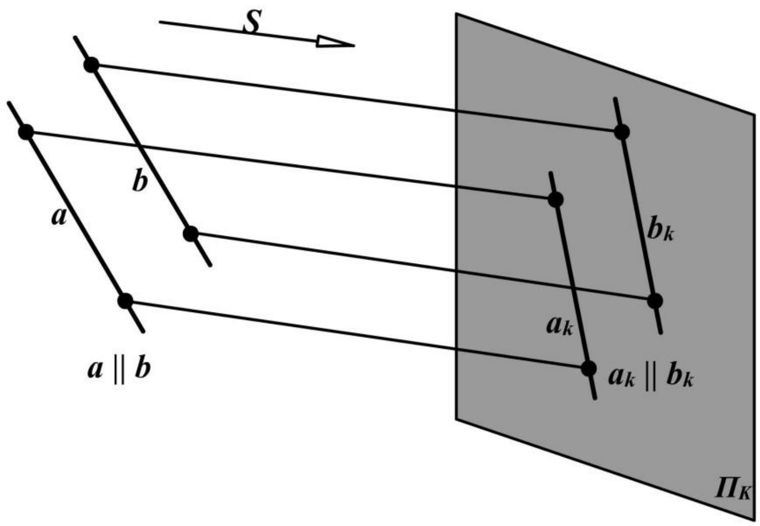


Рис. 1.3. Проецирование параллельных прямых *а* и *в*

Процесс проецирования в электронной версии учебника (рис 1.3).

3. Плоскость проекции можно переносить параллельно самой себе (рис. 1.4).

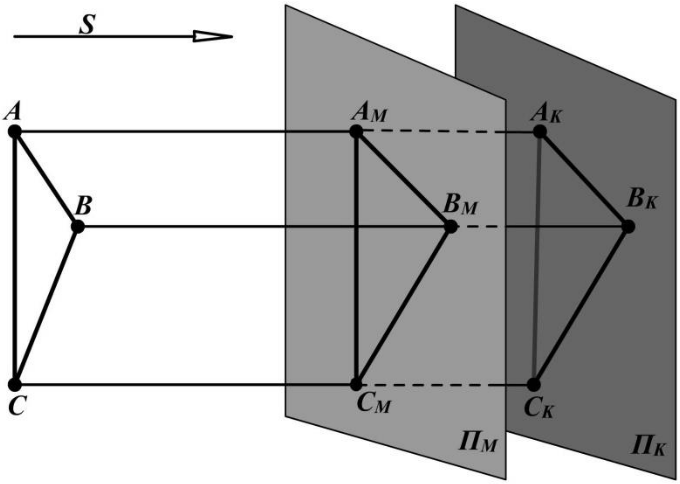


Рис. 1.4. Проецирование ΔABC на плоскости $П_к \parallel П_м$

На рис. 1.4 демонстрируется свойство параллельного проецирования, называемое **параллельным переносом**. Расположенный в пространстве треугольник *АВС* проецируется на каждую из двух параллельных между собою плоскостей: $П_к$ и $П_м$. В результате получены проекции $A_кB_кC_к$ и $A_мB_мC_м$ треугольника *АВС* соответственно на плоскости $П_к$ и $П_м$. Треугольники $A_кB_кC_к$ и $A_мB_мC_м$ равны между собой. То есть не важно, на какую из двух параллельных плоскостей проецируется геометрический объект. От этого результат проецирования не меняется. Из этого следует, что если плоскость проецирования переместить в пространстве параллельно самой себе на некоторое расстояние, то от этого результат проецирования не изменится. В этом и состоит свойство параллельного переноса.

Демонстрация процесса проецирования в электронной версии учебника (рис. 1.4).

4. Взаимная принадлежность геометрических объектов сохраняется (рис. 1.5)

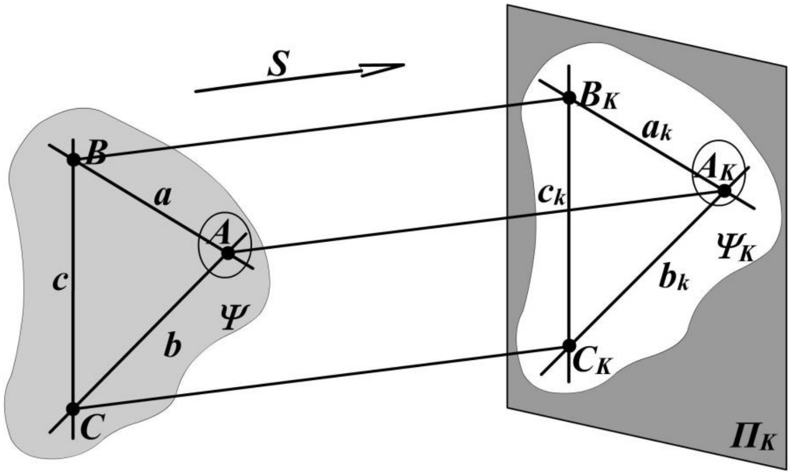


Рис. 1.5. Свойство инцидентности геометрических объектов сохраняется

На рис. 1.5 демонстрируется свойство параллельного проецирования – **инцидентности** (сохранение взаимной принадлежности геометрических объектов) при проецировании. Это свойство поясняется на чертеже. На плоскости Ψ расположен треугольник *ABC*, образованный прямыми *a, b* и *c*. Его проекция $A_к B_к C_к$ и проекция плоскости Ψ расположены на плоскости $П_к$.

Точка А расположена на пересечении линий *a* и *b*, т.е. принадлежит линиям *a* и *b*, а также плоскости Ψ. Проекция $A_к$ точки *А* принадлежит проекциям линий $a_к$, $b_к$ и проекции плоскости $Ψ_k$, т.е при параллельном проецировании взаимная принадлежность геометрических объектов (инцидентность) сохраняется.

Инцидентность наглядно демонстрируется в электронной версии учебника (рис. 1.6).

5. Простое отношение трех точек при параллельном проецировании сохраняется (рис. 1.6).

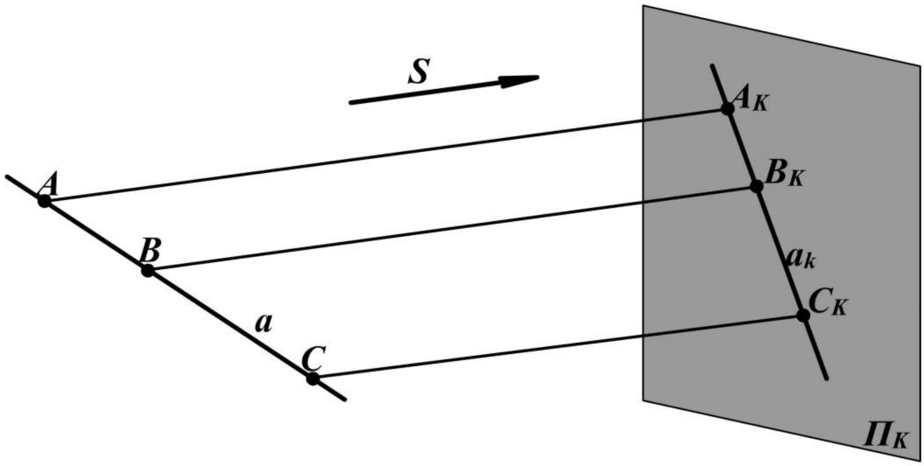


Рис. 1.6. Простое отношение трех точек *A, B, C*

Пусть задана произвольно расположенная в пространстве прямая *a*, $a_к$ – проекция этой прямой на плоскость $П_к$. Возьмем на прямой *a* три точки: *A, B* и *C,* расположенные произвольно. $A_к$, $B_к$ и $C_к$ – проекции этих точек.

Отношение $\frac{AC}{CB}$ называют простым отношением трех точек. Так как $AA_кB_кB$ – трапеция, то $\frac{AC}{CB}=\frac{A_K C_K}{C_K B_K}$, т.е при параллельном проецировании простое отношение трех точек сохраняется.

Следствие: если точка *C* делит отрезок пополам, т.е. $AC=CB$, то проекция $C_к$ точки *C* делит проекцию $A_кB_к$ отрезка *AB* тоже пополам $A_кC_к = C_кB_к$.

Процесс проецирования в электронной версии учебника (рис. 1.6).

1.4. Ортогональное проецирование и его свойства

Связь между величиной отрезка и величиной его косоугольной проекции достаточно сложна. Поэтому косоугольное проецирование используется для построения аксонометрических проекций, а для построения чертежей используется ортогональное (прямоугольное) проецирование (когда угол φ составляет 90°), то есть вектор *S* перпендикулярен плоскости $П_к$.

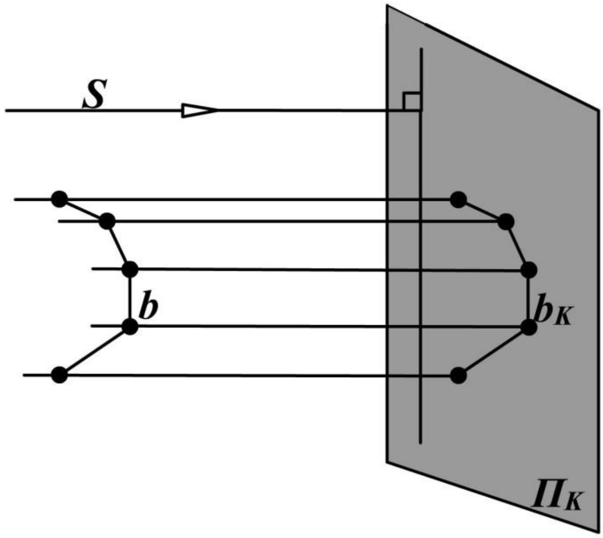


Рис. 1.7. Ортогональное проецирование точек и ломаной линии

Рассмотрим ортогональное проецирование и его свойства.

Ортогональное проецирование – это теоретические основы построения чертежей. Пример ортогонального проецирования показан на рис. 1.7. Ортогональное проецирование является частным случаем параллельного проецирования. При ортогональном проецировании вектор *S* (направление проецирования) перпендикулярен плоскости проекции $П_к$.

Процесс ортогонального проецирования рассмотрен в электронной версии учебника.

Ортогональное проецирование – частный случай параллельного косоугольного проецирования. Поэтому все приведенные выше свойства косоугольного проецирования справедливы и для ортогонального проецирования

1.5. Метрические соотношения при ортогональном проецировании

Метрические соотношения, линейные и угловые, при ортогональном проецировании существенно упрощаются.

1.5.1. Длина отрезка

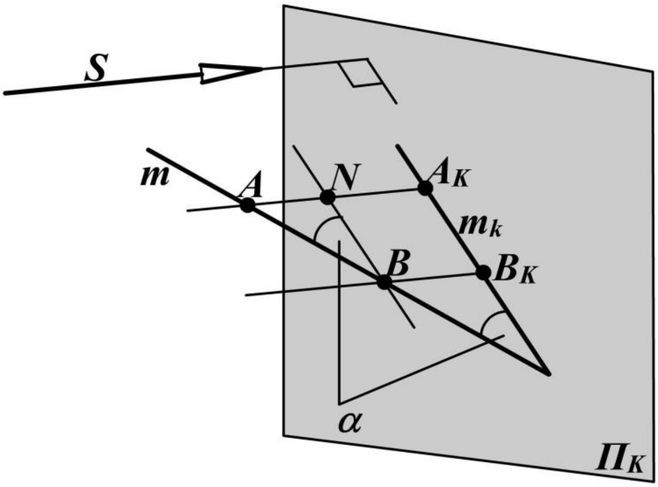


Рис. 1.8. Ортогональная проекция отрезка *AB*

На рис. 1.8 задана прямая *m* и ее проекция $m_к$ на плоскости $П_к$. На прямой *m* задан отрезок *AB*. Надо определить длину проекции $A_кB_к$ отрезка *AB*. Очевидно, что длина проекции $A_кB_к$ равна произведению длины отрезка на косинус угла между прямой *m* и ее проекцией $m_к$ на плоскости $П_к$, т.е. $|A_кB_к| = |AB| \cdot \cos\alpha$

Процесс построения чертежа в электронной версии учебника (рис. 1.8).

1.5.2. Проецирование плоского угла

На рис. 1.9 задана плоскость проекций $П_к$. Пусть угол φ образован прямыми *AC* и *BC,* пересекающимися в точке *C*.

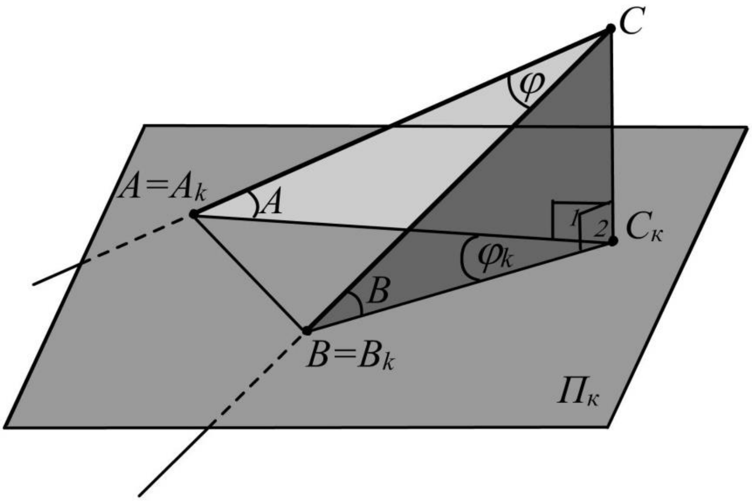


Рис. 1.9. Проецирование $\angle$ACB

Прямые *AC* и *BC* пересекаются с плоскостью проекций $П_к$ в точках *A* и *B* соответственно. Спроецируем угол φ на плоскость $П_к$. Проекции $A_к$ и $B_к$ точек *A* и *B* совпадают с самими точками, лежащими на плоскости проекций. Из точки *C* проведем прямую $CC_к$ перпендикулярно плоскости $П_к$. Получим точку $C_к$ – проекцию точки *C*. Соединив точку $C_к$ с точками $A_к$=*A* и $B_к$=*B,* получим угол $\angle A_кC_кB_к=\angle \varphi_к$ – проекцию угла $\angle ACB=\varphi$. Чтобы найти зависимость между углом φ и его проекцией $\varphi_к$, соединим прямой точки *A* и *B* и рассмотрим треугольники *ACB* и $A_кC_кB_к$.

По теореме косинусов имеем:

$$\Delta ABC : AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos\varphi$$

$$\Delta A_kB_kC_k : A_kB_k^2 = A_kC_k^2 + B_kC_k^2 - 2A_kC_k \cdot B_kC_k \cdot \cos\varphi_k .$$

Приравняем $AB = A_кB_к$ и разрешим полученное выражение относительно $\cos\varphi_к$:

$$\cos\varphi_k = \frac{A_kC_k^2 - AC^2 + B_2C_k^2 - BC^2 + 2AC\cdot BC\cdot\cos\varphi}{2A_kC_k\cdot B_kC_k} \quad (*)$$

Упростим полученное выражение. Рассмотрим прямоугольные треугольники $\Delta ACC_к$ и $\Delta BCC_к$. Пусть угол $\angle CAC_к$ наклона прямой AC к плоскости $П_k$ равен углу $\angle A$, а угол $\angle CBC_к$ наклона прямой BC к плоскости $П_k$ равен углу $\angle B$.

Из треугольника ΔACC_k выразим стороны AC и AC_k через CC_k и $\angle A$:

$$AC = \frac{CC_k}{\cos A},\ AC_k = \frac{CC_k}{tgA},$$

а из треугольника ΔBCC_k стороны BC и BC_k:

$$BC = \frac{CC_k}{\cos B},\ BC_K = \frac{CC_k}{tgB}.$$

Подставив полученные выражения в (*) и проведя несложные преобразования, получим:

$$\cos\varphi_k = \frac{\cos\varphi - \sin A\cdot\sin B}{\cos A\cdot\cos B}.$$

Из этой формулы вытекает следующее очень важное следствие.

Пусть прямая AC параллельна плоскости $П_k$ $AC \parallel П_k$, следовательно, угол $\angle A=0$, $\cos A = 1$, $\sin A = 0$, а угол $\varphi=90^\circ$, т.е. $\cos\varphi = 0$. Тогда

$$\cos\varphi_k = \frac{0-0}{1\cdot\cos B} = 0 \text{ и } \varphi_k = 90^\circ.$$

Следствие: если одна из сторон прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая ей не перпендикулярна, то прямой угол проецируется в натуральную величину.

На рис. 1.10 задана плоскость проекций $П_к$, расположенная горизонтально, и прямая a, параллельная этой плоскости. Прямая b перпендикулярная прямой a. Через прямые a и b проведем плоскости Q и M, перпендикулярные плоскости $П_к$. Прямые углы, образованные прямыми a, b и a, c проецируются в прямой угол, образованный проекциями $a_к$

и $b_к \equiv c_к$ на плоскости $П_к$. В случае, когда одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая ей перпендикулярна, то прямой угол проектируется в прямую и точку.

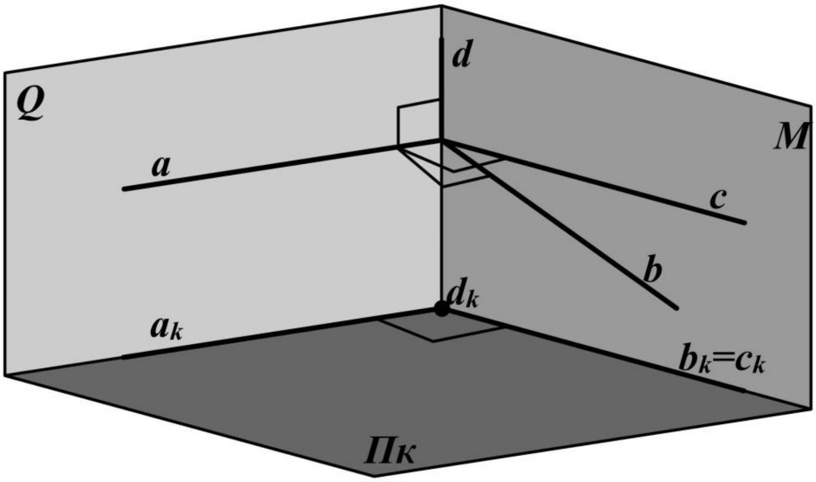


Рис. 1.10. Проецирование прямого угла

Процесс построения чертежа в электронной версии учебника (рис. 1.10).

Контрольные вопросы

1. Какие геометрические элементы включают в себя аппарат параллельного проецирования?
2. Какие способы проецирования вы знаете?
3. В какие геометрические образы вырождаются проецирующие прямые?
4. Сколько проекций точки необходимо и достаточно, чтобы определить ее положение в пространстве?

2. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ

Сегодня для конструктора чертеж – это:

• традиционное средство представления геометрических моделей агрегатов, узлов и деталей нового изделия;

• элемент архива конструктора, овеществленное знание, объект для последующих возможных усовершенствований изделия;

• средство общения между конструкторами, традиционный способ передачи знаний и опыта.

Для изготовителя чертеж – это прежде всего руководство к действию в процессе изготовления изделия.

В предыдущем разделе мы рассматривали проецирование объектов (точки и ломаной линии) на одну плоскость проекций и убедились, что одна проекция не позволяет определить расположение объекта (точки) в пространстве. В частности, мы видели, что две точки, расположенные на одном луче, проецируются в одну точку. Чтобы сделать чертёж обратимым (то есть, чтобы по проекциям можно было однозначно определить положение точки в пространстве), необходимо спроецировать её на две или три плоскости проекций, определённым образом расположенных в пространстве. В инженерной графике и техническом черчении этот подход широко используется. Причем плоскости проекций (две или три) располагаются взаимно перпендикулярно и используется ортогональный метод проецирования на каждую плоскость.

Рассмотрим подробно этот подход с использованием двух плоскостей проекций.

На рис. 2.1 изображены две взаимно перпендикулярные плоскости проекций Π_1, Π_2 и ортогональная система координат X_{12}, Y, Z с центром в точке O. Плоскость Π_1 расположена горизонтально и называется ***горизонтальной*** плоскостью проекций, а плоскость Π_2, расположенная вертикально, называется ***фронтальной*** плоскостью проекций. Линия пересечения этих двух плоскостей образует ось X_{12}. Индексы **1** и **2** указывают номера плоскостей Π_1 и Π_2, которым принадлежит эта ось. Эти плоскости делят пространство на четыре части, называемые четвертями. Цифрами **1, 2, 3, 4** обозначены номера четвертей, а стрелками указаны их расположения.

Объект проецирования (точка или любая геометрическая фигура) может располагаться в любой четверти, но удобнее всего располагать его в первой четверти, так как в этом случае координаты X, Y и Z положительные и изображение получается наиболее наглядным. Распределение знаков координат в четвертях показано в таблице.

Номер четверти	Знак координаты		
	X	**Y**	**Z**
1	+	+	+
2	+	-	+
3	+	-	-
4	+	+	-

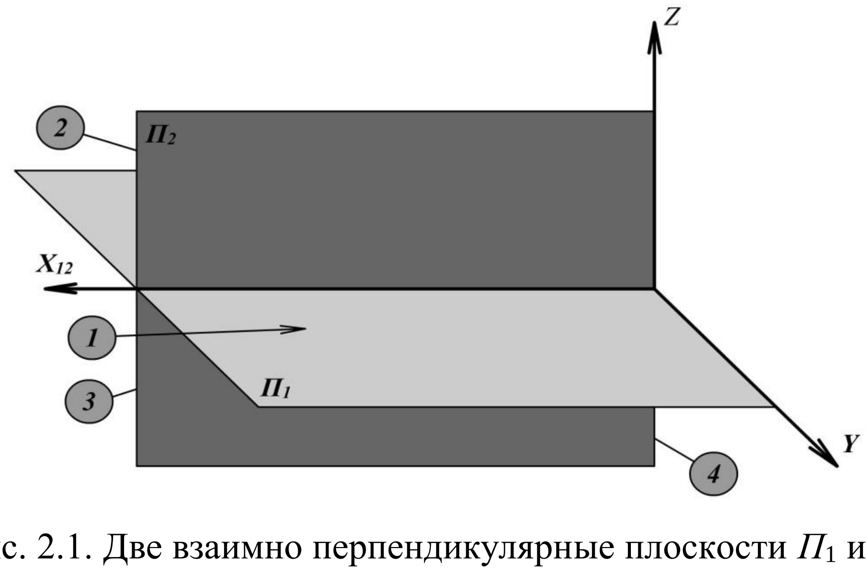


Рис. 2.1. Две взаимно перпендикулярные плоскости Π_1 и Π_2

Выделим первую четверть, которая представляет собой пространственный прямой угол, и расположим в ней объект проецирования точку A (рис. 2.2).

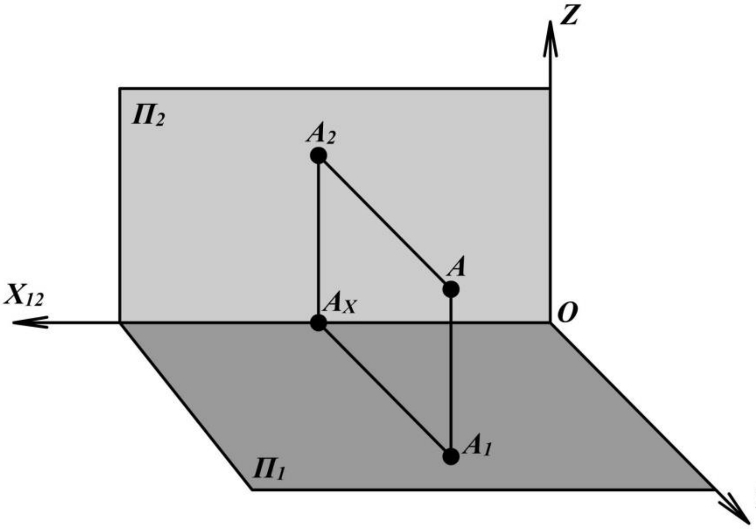


Рис. 2.2. Проецирование точки A на плоскости Π_1 и Π_2

Из точки A опустим перпендикуляр на Π_1 до пересечения с ней (AA_1). Полученная точка A_1 является **горизонтальной проекцией** точки A . Аналогично точка пересечения перпендикуляра из точки A на плоскость Π_2 определяет положение фронтальной проекции точки A_2. Такой чертеж называется **пространственным макетом**. Пространственный макет дает хорошее наглядное представление, но неудобен для изображения геометрических фигур, как из-за его громоздкости, так и из-за искажения размеров объекта проецирования. Поэтому вместо пространственного макета применяют **комплексный чертеж**, называемый также **эпюром Монжа**. Для построения комплексного чертежа необходимо повернуть плоскость Π_1 вокруг оси X_{12} на 90° до совмещения с плоскостью Π_2.

Образование комплексного чертежа наглядно демонстрируется в электронной версии (рис. 2.2).

Две проекции не всегда дают достаточно наглядное представление об объекте проецирования и расположении его в пространстве. Более полное представление об объекте и его расположении в пространстве даёт проецирование на три взаимно перпендикулярные плоскости.

Рассмотрим пространственный макет, образованный тремя плоскостями проекций.

На рис. 2.3 представлен пространственный макет, образованный тремя плоскостями проекций:

- x – горизонтальная плоскость проекций;
- Π_2 -— фронтальная плоскость проекций;
- Π_3 – профильная плоскость проекций.

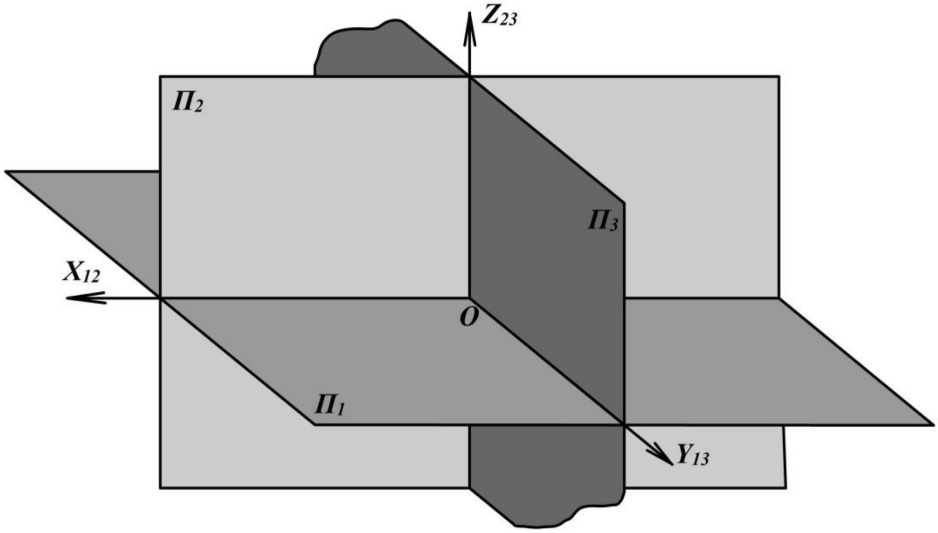


Рис. 2.3. Три взаимно перпендикулярные плоскости Π_1, Π_2 и Π_3

Линии пересечения этих плоскостей образуют оси *X, Y, Z* на декартовой (ортогональной) системе координат с началом в точке *O*. Плоскости Π_1, Π_2, Π_3 делят пространство на восемь частей, называемых октантами. С левой стороны плоскости Π_3 расположены 1, 2, 3 и 4-й октанты. Первый октант расположен перед плоскостью Π_2 выше плоскости Π_1, т.е. перед наблюдателем. Второй октант расположен выше плоскости Π_1 за плоскостью Π_2, третий - ниже плоскости Π_1 за плоскостью Π_2, четвертый - ниже плоскости Π_1 перед плоскостью Π_2. С правой стороны плоскости Π_3 расположены октанты 5, 6, 7, 8.

Объект проецирования может располагаться в любом октанте, но наиболее удобно и чаще всего используется расположение объекта в первом октанте, так как в нём все координаты положительные и изображение получается наиболее наглядным.

Распределение знаков координат в октантах приведено в следующей таблице.

Номер четверти	Знак координаты		
	X	**Y**	**Z**
1	+	+	+
2	+	-	+
3	+	-	-
4	+	+	-
5	-	+	+
6	-	-	+
7	-	-	-
8	-	+	-

Выделим первый октант и расположим в нем точку *A* (рис. 2.4).

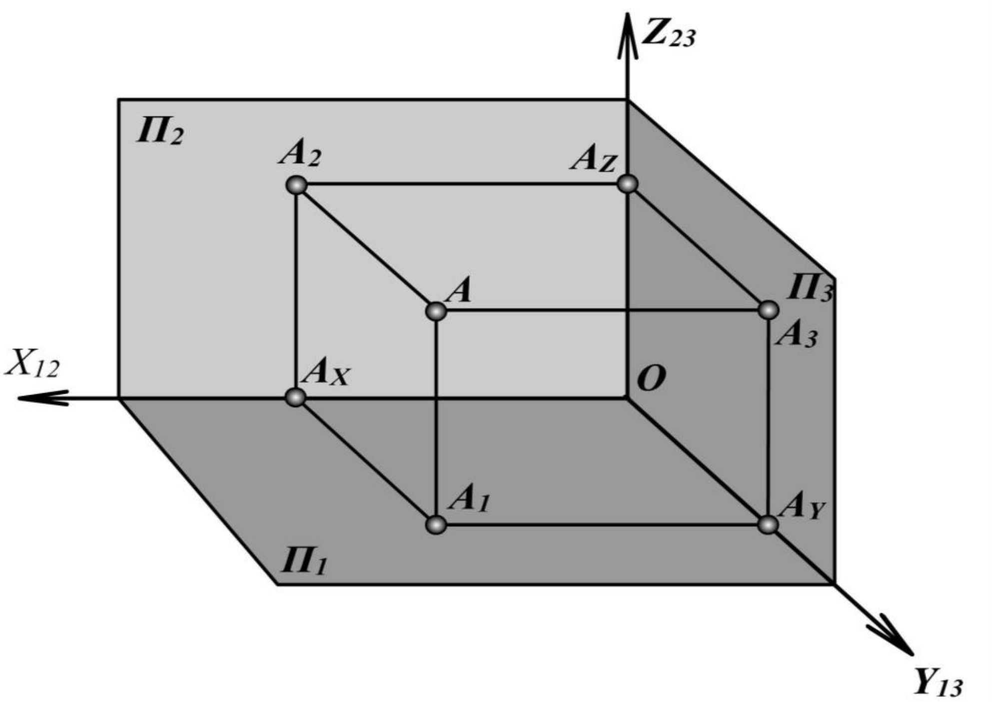


Рис. 2.4. Проецирование точки A на плоскости $П_1$, $П_2$ и $П_3$

Перпендикуляры (проецирующие лучи), проведенные из точки A до пересечения с плоскостями $П_1$, $П_2$ и $П_3$, определяют положение проекций точки A:

- A_1 - горизонтальная проекция;
- A_2 - фронтальная проекция;
- A_3 - профильная проекция.

Напомним, что такой чертёж называют пространственным макетом. Как видим, пространственный макет даёт хорошее наглядное представление об объекте проецирования и расположении его в пространстве, но из-за сложности построения чертежа и искажений размеров такой чертёж не находит широкого применения. Поэтому вместо пространственного макета используется комплексный чертёж (эпюр Монжа).

Для построения трехкартинного комплексного чертежа необходимо мысленно разрезать вдоль ось Y на две: $Y_1 \subset П_1$ и

$Y_3 \subset \Pi_3$ и развернуть Π_1, вокруг оси X_{12}, а Π_3 вокруг оси Z_{23} на 90° до совмещения с плоскостью Π_2.

Внимание! Здесь плоскости Π_1 соответствуют координатные оси X_1 и Y_1; Π_2 – оси X_2 и Z_2, а Π_3 – оси Y_3 и Z_3. Причем оси $X_1 \equiv X_2 \equiv X_{12}$ и $Z_2 \equiv Z_3 \equiv Z_{23}$, т.е. X_{12} и Z_{23} – двойные оси.

Рекомендуем вам последовательно просмотреть следующие рисунки и демонстрации в электронной версии учебника.

1. [Рис. 2.1] Две плоскости проекций и система координат.
2. [Рис. 2.2] Пространственный макет с двумя плоскостями проекций.
3. [Рис. 2.2, *а*] Образование комплексного чертежа из пространственного макета.
4. [Рис. 2.3] Три плоскости проекций и система координат.
5. [Рис. 2.4] Пространственный макет с тремя плоскостями проекций.
6. [Рис. 2.4, *а*] Образование комплексного чертежа из пространственного макета с тремя плоскостями проекций.

Контрольные вопросы

1. Какой чертеж называется комплексным?
2. На сколько частей делят пространство две плоскости проекций? Как эти части называются?
3. На сколько частей делят пространство три плоскости проекций и как эти части называются?
4. Как называются и обозначаются основные плоскости проекций?
5. Как называется вертикальная прямая, связывающая горизонтальную и фронтальную проекции точки?
6. Сколько существует законов проекционной связи?
7. Сформулируйте законы проекционной связи.

3. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

В первом разделе («Методы проецирования») мы рассмотрели различные методы проецирования, их свойства, преимущества и недостатки. На основании этого для дальнейшей работы был выбран параллельный ортогональный метод проецирования.

Во втором разделе («Комплексный чертеж») мы ознакомились с ортогональными пространственными макетами, образованными двумя и тремя плоскостями проекций, проецированием точки в них, а также преобразованием пространственных макетов в двух- и трехкартинные комплексные чертежи. При этом указывалось, что проекцией точки на плоскости проекций является точка пересечения проецирующего луча с этой плоскостью. Вопросы практического задания точки в пространстве и нахождения ее проекций не рассматривались. Этим вопросам посвящена данная тема.

Проецирование точки является основополагающей темой в инженерной графике, так как проецирование любого геометрического объекта сводится к проецированию точек, принадлежащих этому объекту. Поэтому рекомендуем внимательно отнестись к этой теме, с тем чтобы у Вас не осталось непонятых вопросов.

3.1. Трехкартинный комплексный чертеж

Рассмотрим проецирование точки в первом октанте (рис. 3.1).

Построение выполним в пространственном макете и на комплексном чертеже.

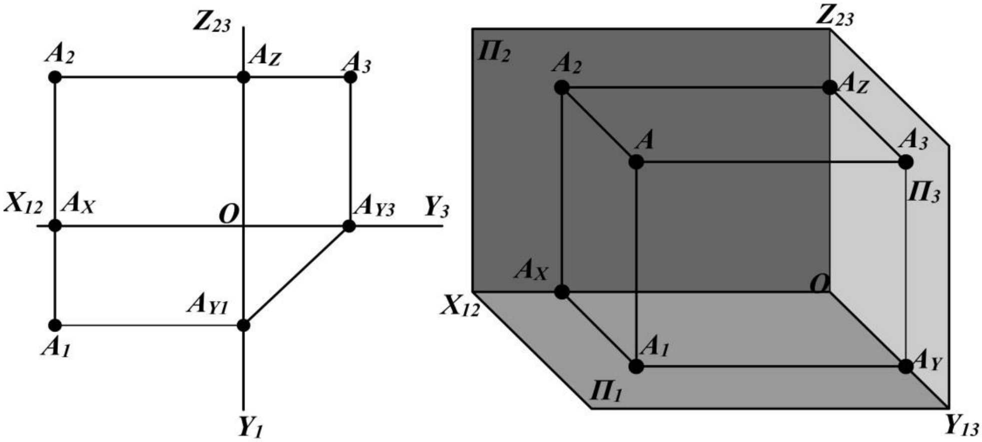


Рис. 3.1. Комплексный чертеж точки A (A_1, A_2, A_3). Наглядное изображение проецирования точки A на плоскости проекций

Точка A, расположенная в первом октанте, задается координатами X_A, Y_A, Z_A. Отложим эти координаты по осям X_{12}, Y_3, Z_{23} и получим точки A_X, A_Y, A_Z на пространственном макете и комплексном чертеже. Для нахождения горизонтальной проекции A_1 из точек A_X и A_Y проведем прямые на плоскости $П_1$, параллельные осям X_{12} и Y_{13}, их точка пересечения A_1 является горизонтальной проекцией точки A. Отметим что прямая A_XA_1 параллельная оси Y_1, а следовательно, перпендикулярна плоскости $П_2$, а прямая A_YA_1 перпендикулярна плоскости $П_3$.

Для определения положения фронтальной проекции A_2 проведем прямые на плоскости $П_2$ из точки A_X параллельно оси Z_{23} , а из точки A_Z параллельно оси X_{12}. Точка пересечения этих прямых определяет фронтальную проекцию A_2.

Профильная проекция A_3 определяется пересечением прямых A_ZA_3 (параллельна оси Y_{13}) и A_YA_3 (параллельна оси Z_{23}). A_XA_2 и A_3A_Y перпендикулярны плоскости $П_1$, A_1A и A_3A_Z перпендикулярны $П_2$, а A_ZA_2 и A_1A_Y перпендикулярны $П_3$.

Отметим, что отрезки A_2A_X и A_XA_1 – перпендикулярны оси X_{12}, A_1A_Y и A_YA_3 – перпендикулярны оси Y_{13}, а A_2A_Z и A_ZA_3 – перпендикулярны оси Z_{23}.

Эти свойства используются при построении комплексного чертежа. Для определения положения точки A в пространстве из проекций A_1, A_2, A_3 проведем перпендикуляры, которые называют проецирующими лучами, к плоскостям $П_1$ (параллельно оси Z_{23}), $П_2$ (параллельно оси Y_{13}) и $П_3$ (параллельно оси X_{12}).Точка пресечения этих перпендикуляров определяет положение точки A в пространстве. Отметим, что координата X_A (отрезок $0A_X$) и отрезки A_2A_Z, A_1A_Y, AA_3, равные между собой, и определяют расстояние точки A от плоскости $П_3$, координата $Z_A(0A_Z)=A_3A_Y=A_2A_X=AA_1$ определяет расстояние точки A до плоскости $П_1$, аналогично $Y_A(0A_Y)=A_1A_X=A_3A_Z=AA_2$ равны расстоянию точки A от плоскости $П_2$. (В техническом черчении фронтальную проекцию называют главным видом, горизонтальную – видом сверху, а профильную – видом сбоку.)

Процесс проецирования приведен в электронной версии учебника (рис. 3.1).

Только что вы изучили проецирование точки в пространственном макете и на комплексном чертеже. Все построения велись в первом октанте, где все три координаты были положительными. Если объект проецирования (в данном случае точка) расположен не в первом октанте, то некоторые координаты будут отрицательными.

При построении комплексного чертежа выполняются следующие три закона проекционной связи.

1-й закон – горизонтальная и фронтальная проекции точки всегда лежат на одной прямой – вертикальной линии проекционной связи (общая координата X);

2-й закон – фронтальная и профильная проекции точки всегда лежат на одной прямой – горизонтальной линии проекционной связи (общая координата Z);

3-й закон – горизонтальная и профильная проекции точки принадлежат ломаной линии проекционной связи. Расстояние от оси Y_1 до горизонтальной проекции A_1 равно расстоянию от оси Z до профильной проекции A_3 точки A.

При выполнении построений необходимо учитывать знаки координат.

Эти законы дают возможность читать любые чертежи.

Трехкартинный комплексный чертеж дает полное представление об объекте проецирования и его расположении в пространстве. Однако две проекции также однозначно определяют положение объекта проецирования в пространстве. В дальнейшем мы будем достаточно часто пользоваться двухкартинным комплексным чертежом.

3.2. Проецирование точки на две плоскости (двухкартинный чертеж)

Напомним, что двухкартинный комплексный чертеж (тема 2) получается после разворота горизонтальной плоскости проекций Π_1 до совпадения с фронтальной плоскостью Π_2. Линия пересечения этих плоскостей образует ось X_{12}.

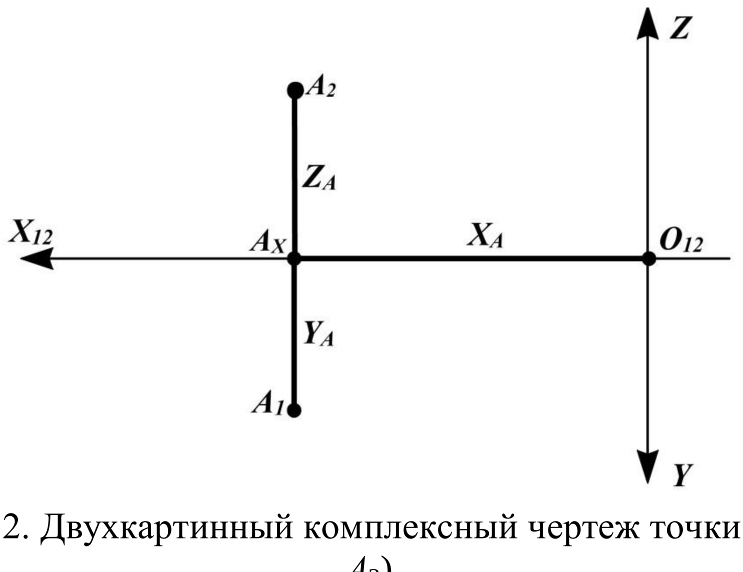


Рис. 3.2. Двухкартинный комплексный чертеж точки A (A_1, A_2)

Построение двухкартинного комплексного чертежа точки A, расположенной в первой четверти, приведено на рис. 3.2.

В этом случае выполняется только один закон проекционной связи:

горизонтальная A_1 и фронтальная A_2 – проекции точки A – всегда лежат на одной вертикальной прямой (общая координата X_A).

Процесс проецирования демонстрируется в электронной версии учебника (рис. 3.2).

Контрольные вопросы

1. Как можно построить комплексный чертеж фото?
2. Как называется расстояние, определяющее положение точки относительно плоскости проекций $П_1$? $П_2$? $П_3$?
3. Как построить горизонтальную проекцию точки по заданным фронтальной и профильной проекциям?
4. Как построить профильную проекцию точки по заданным горизонтальной и фронтальной проекциям?
5. Как определить по заданному комплексному чертежу точку, лежащую на одной из плоскостей проекций (например, на $П_1$)? А на оси (OX)?

4. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

Кто свободно владеет проецированием прямой и плоскости, тот не встретит затруднений в начертательной геометрии.

Г.Монж

4.1. Проецирование прямой общего положения

Как мы уже отмечали в предыдущем разделе, проецирование всех объектов, в том числе и прямой, сводится к проецированию точек. Прямая в пространстве может быть задана:

- двумя несовпадающими точками (через две точки можно провести прямую, и притом только одну);
- точкой и направлением (прямая проходит через одну точку, параллельно некоторой имеющейся прямой);
- линией пересечения двух плоскостей.

По расположению в пространстве относительно плоскостей проекций прямые делятся:

- на прямые общего положения,
- прямые частного положения.

В свою очередь прямые частного положения можно разделить :

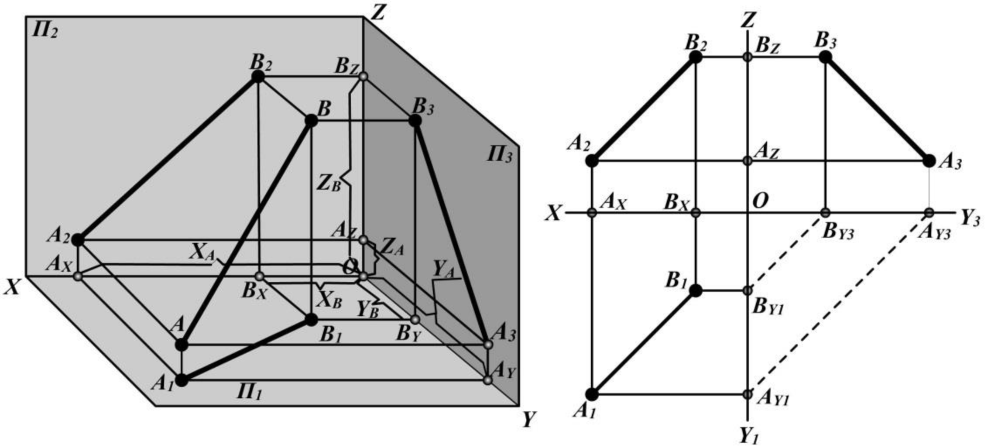
- на прямые, параллельные плоскостям проекций (горизонталь, фронталь, профильные прямые);
- прямые, перпендикулярные плоскостям проекций – проецирующие прямые (горизонтально-проецирующие, фронтально-проецирующие, профильно-проецирующие прямые).

По расположению в пространстве между собой прямые как общего, так и частного положения можно разделить на:

- параллельные прямые;
- пересекающиеся прямые;
- скрещивающиеся прямые.

Ниже рассмотрим проецирование прямых.

Прямая общего положения, заданная координатами точек $A(X_A, Y_A, Z_A)$ и $B(X_B, Y_B, Z_B)$, расположена в первом октанте. Напомним, что в первом октанте все координаты положительные.



а *б*

Рис. 4.1. Наглядное изображение проецирования прямой *AB* на плоскости проекций. Комплексный чертеж прямой *AB*

Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется ***прямой общего положения***. На рис. 4.1, *а* изображен пространственный макет, а на рис. 4.1, *б* – комплексный чертеж прямой *AB*. Здесь и далее на осях *X, Y, Z* опущены индексы 12, 13, 23, указывающие номера плоскостей $П_1$, $П_2$, $П_3$. Сохранены индексы только на оси *Y*: Y_1 и Y_3 комплексного чертежа, так как ось Y_1 принадлежит плоскости $П_1$, а ось Y_3 – плоскости $П_3$. Далее индексы на осях будут указываться только в тех случаях, где это необходимо для лучшего усвоения материала.

Рассмотрим процесс построения пространственного макета и комплексного чертежа. Найдем проекции точек *A* и *B*. Отложим на осях координаты точки *A*: X_A, Y_A, Z_A. На пространственном макете получим точки A_X, A_Y, A_Z, а на комплексном чертеже – A_X, A_{Y1}, A_{Y3}, A_Z. Проведя линии проекционной связи, найдем проекции A_1, A_2, A_3 точки A, а также саму точку A в пространственном макете. По координатам X_B, Y_B, Z_B аналогично найдем проекции B_1, B_2, B_3 точки B, а также саму точку. Соединив точки A и B и их проекции, получаем прямую AB и ее проекции A_1B_1 – горизонтальную, A_2B_2 – фронтальную, A_3B_3 – профильную на макете и комплексном чертеже.

Процесс проецирования приведен в электронной версии учебника (рис. 4.1).

4.2. Следы прямой общего положения

Прямая общего положения расположена в пространстве так, что проходит через четыре октанта. При этом она пересекает плоскости проекций $П_1$, $П_2$, $П_3$. Точка пересечения прямой с плоскостью проекций называется следом прямой:

- горизонтальный след M – точка пересечения прямой с горизонтальной плоскостью $П_1$;
- фронтальный след N – точка пересечения прямой с фронтальной плоскостью $П_2$;
- профильный след P – точка пересечения прямой с профильной плоскостью $П_3$.

4.2.1. Следы прямой на пространственном макете

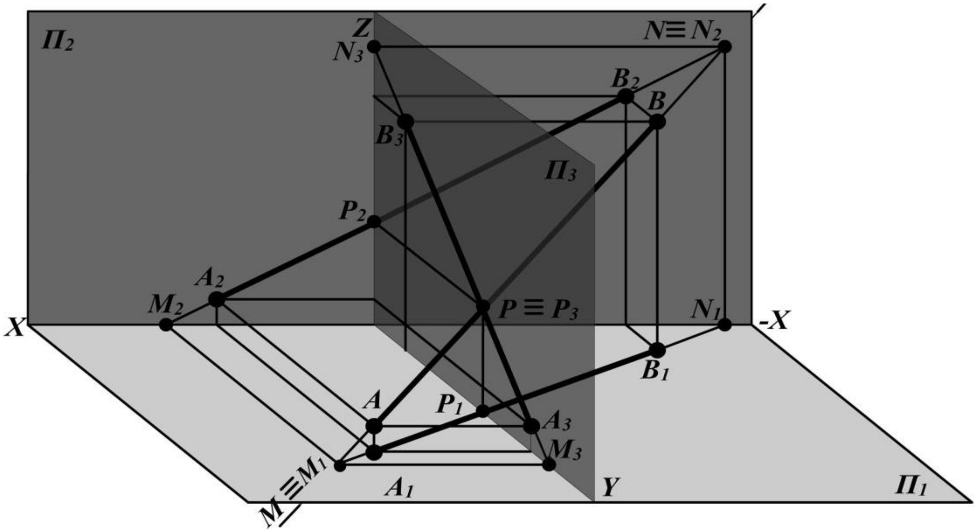


Рис. 4.2. Следы прямой *AB*, проходящей через IV, I, V, VI октанты

На рис. 4.2 отрезок прямой общего положения *AB*, заданный координатами X_A, Y_A, Z_A и X_B, Y_B, Z_B, расположен в 1-м и 5-м октантах и пересекает профильную плоскость $П_3$ в точке *P* (профильный след), которая совпадает с профильной проекцией P_3 этого следа. Для определения проекции P_3 воспользуемся горизонтальной и фронтальной проекциями прямой. Так как точка *P* расположена на плоскости $П_3$ и принадлежит прямой *AB*, то ее горизонтальная проекция P_1 расположена на оси *Y* (все, что находится на плоскости $П_3$, проецируется на оси *Y* и *Z*) в точке пересечения оси *Y* с горизонтальной проекцией A_1B_1 прямой. Аналогично фронтальная проекция P_2 следа *P* расположена на пересечении фронтальной проекции A_2B_2 с осью *Z*. По двум проекциям P_1 и P_2, проведя перпендикуляры из точек P_1 и P_2 к осям *Y* и *Z*, находим профильную проекцию P_3, которая принадлежит как прямой *AB*, так и ее проекции A_3B_3. Для нахождения горизонтального и фронтального следов продлим прямую *AB* в обе стороны до пересечения с плоскостями Π_1 и Π_2. При этом проекции также продлеваются в обе стороны до пересечения с осями. Горизонтальная – до пересечения с осью X в точке N_1, фронтальная – до пересечения с осью X в точке M_2, а профильная – до пересечения с осью Y в точке M_3 и осью Z в точке N_3. Полученные точки M_2 и M_3 – фронтальная и профильная проекции горизонтального следа M. Точка пересечения перпендикуляров к оси X из точки M_2 (параллельного оси Y) и из точки M_3 к оси Y (параллельного оси X) определяет горизонтальную проекцию M_1 горизонтального следа M, которая принадлежит горизонтальной проекции прямой и самой прямой. Точки N_1 и N_3 являются проекциями фронтального следа N. Перпендикуляры из этих точек к осям X и Z определяют положение фронтальной проекции N_2 фронтального следа N, при этом N совпадает с N_2. Таким образом, все три следа прямой определены, определены и их проекции. Как видим, рассмотренная прямая расположена в 4-х октантах. Границами перехода являются следы M, P, N. Ниже следа M прямая расположена в 4-м октанте, от M до P – в 1-м, от P до N– в 5-м, за точкой N –в 6-м октанте.

Рекомендуем внимательно рассмотреть процесс построения чертежа в электронной версии учебника (рис. 4.2). Построение выполнено в пошаговом режиме. Каждый шаг поясняется текстом и голосом лектора.

4.2.2. Следы прямой на комплексном чертеже

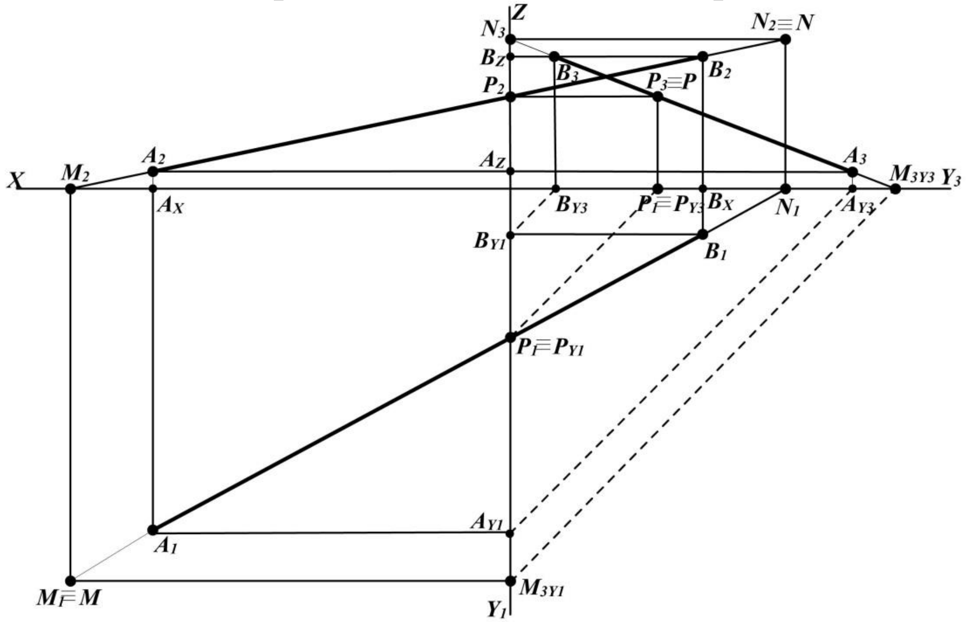


Рис. 4.3. Комплексный чертеж прямой *AB*

На рис. 4.3 представлен комплексный чертеж прямой общего положения, пространственный макет которой рассмотрен в предыдущем разделе (рис. 4.2). На комплексном чертеже изображены три проекции отрезка прямой *AB*. Точки *A* и *B* заданы координатами X_A, Y_A, Z_A и X_B, Y_B, Z_B. Этим координатам соответствуют точки на осях A_X, A_{Y1}, A_{Y3}, A_Z (для точки *A*) и B_X, B_{Y1}, B_{Y3}, B_Z (для точки *B*). A_1B_1 – горизонтальная, A_2B_2 – фронтальная и A_3B_3 – профильная проекция прямой *AB*. Построение этих проекций рассматривать не будем, так как оно рассмотрено выше достаточно подробно. Остановимся на определении следов этой прямой. Так как прямая пересекает профильную плоскость проекций Π_3, то и начнем с нахождения этой точки, то есть профильного следа *P*. Горизонтальная проекция $P_1=P_{Y1}$ следа *P* расположена в точке пересечения проекции A_1B_1 с осью Y_1. Перенесем эту точку на ось Y_3 $(P_1=P_{Y3})$ и проведем перпендикуляр к оси Y_3 до пересечения с проекцией A_3B_3. Фронтальная проекция P_2 следа *P* расположена на пересечении проекции A_2B_2 прямой с осью Z. Перпендикуляр к оси Z из точки P_2 пересекается с вышеуказанным перпендикуляром на проекции A_3B_3 прямой AB. Полученная точка P_3 есть профильная проекция профильного следа P, которая совпадает с самим следом. Так как отрезок AB прямой непосредственно не пересекает плоскости $П_1$ и $П_2$, то продлим проекции A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 в обе стороны до пересечения с осями координат.

Найдем горизонтальный след прямой. Продленная проекция A_2B_2 пересекает ось X в точке M_2, которая является фронтальной проекцией горизонтального следа M. Продленная проекция A_3B_3 пересекает ось Y_3 в точке M_{3Y3}. Перенесем эту точку на ось Y_1, и получим точку M_{3Y1}. Перпендикуляры к осям X и Y_1, проведенные на плоскости $П_1$ из точек M_2 и M_{3Y1}, пересекаются на продолжении проекции A_1B_1 прямой в точке M_1, которая является горизонтальной проекцией горизонтального следа M. В этой точке прямая AB пересекает плоскость $П_1$, а следовательно, она является непосредственно следом M.

Определим фронтальный след прямой. Продленная горизонтальная проекция A_1B_1 пересекает ось X в точке N_1, которая является горизонтальной проекцией N_1 фронтального следа N. Профильная проекция этого следа расположена в точке N_3 на пересечении оси Z с продленной профильной проекцией A_3B_3 прямой. Проведя перпендикуляры из точек N_1 и N_3 к осям X и Z в точке пересечения их с продленной фронтальной проекцией A_2B_2 прямой, найдем фронтальную проекцию N_2 следа N. Так как точка N (совпадает с N_2) расположена на плоскости $П_2$ и принадлежит проекции A_2B_2, то в этой точке прямая AB пересекает плоскость $П_2$ и является непосредственно фронтальным следом N. Таким образом, все три следа прямой и их проекции определены.

Построение по шагам смотрите в электронной версии учебника (рис. 4.3).

4.3. Проецирование прямых, параллельных плоскостям проекций

Прямая, параллельная одной плоскости проекций, называется ***прямой уровня***.

4.3.1. Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекции *($П_1$)*

Прямую, параллельную горизонтальной плоскости проекций, называют **горизонталью**.

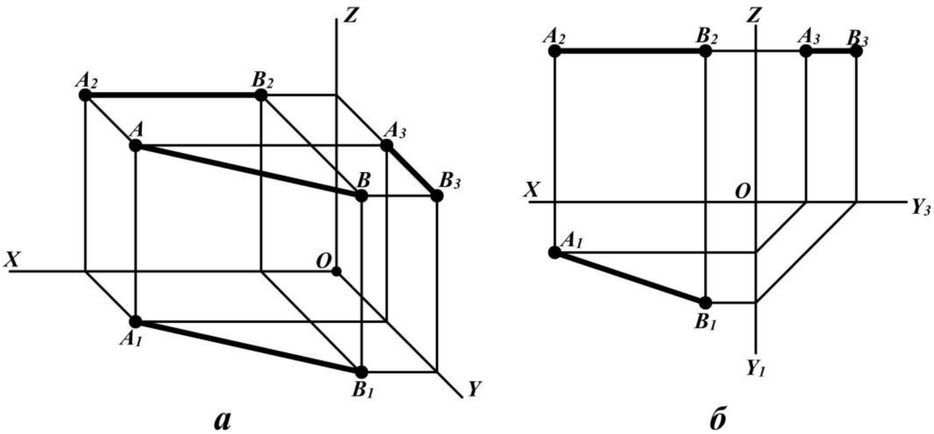


Рис. 4.4. Прямая *АВ,* параллельная горизонтальной плоскости проекций:

На рис. 4.4, *а* изображен пространственный макет, а на рис. 4.4, *б* –комплексный чертеж прямой *АВ*, параллельной горизонтальной плоскости проекций. Здесь и далее на пространственном макете не показаны границы плоскостей $П_1$, $П_2$, $П_3$, а изображена лишь система координат, образованная линиями пересечения этих плоскостей.

Свойства горизонтали:

1. Так как отрезки AA_1 и BB_1 равны, то горизонталь проецируется на горизонтальную плоскость проекций в натуральную величину.

2. Углы наклона прямой к плоскостям $П_1$ и $П_2$ (бета, гамма) проецируются в натуральную величину.

Угол наклона между прямой и плоскостью – это угол, образованный прямой и ее проекцией на эту плоскость. На комплексном чертеже это угол, образованный натуральной величиной прямой и ее проекцией на эту плоскость. Проецирование углов рассмотрено в разделе 1.5.2, а также в разделе 4.6.

3. На фронтальную и профильную плоскость проекций горизонталь проецируется в линии, параллельные осям *X* и *Y* соответственно.

4.3.2. Прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций *($П_2$)*

Прямую, параллельную фронтальной плоскости проекций, называют **фронталью.**

На рис. 4.5, *а* и 4.5, *б* представлено проецирование фронтали в пространственном макете и на комплексном чертеже соответственно.

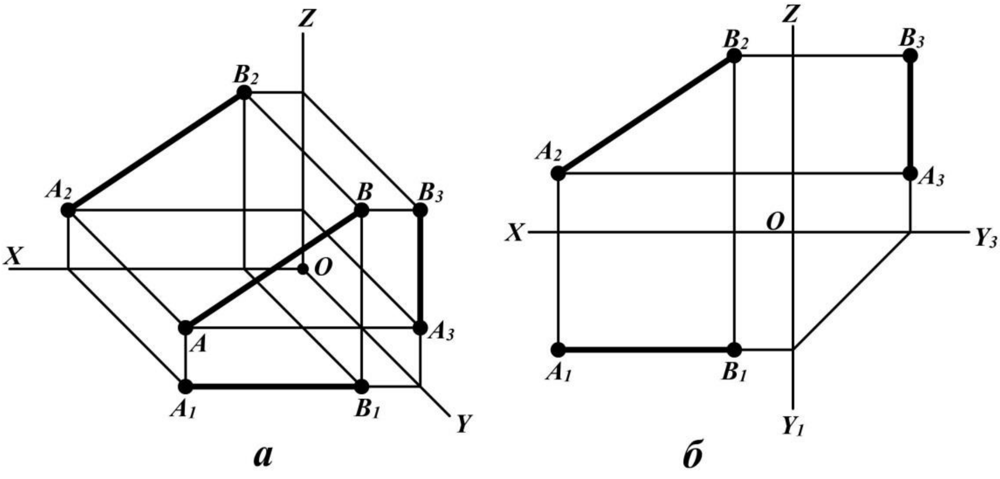


Рис. 4.5. Наглядное изображение (*а*) и комплексный чертеж (*б*) прямой *АВ*, параллельной фронтальной плоскости проекций

Свойства фронтали:

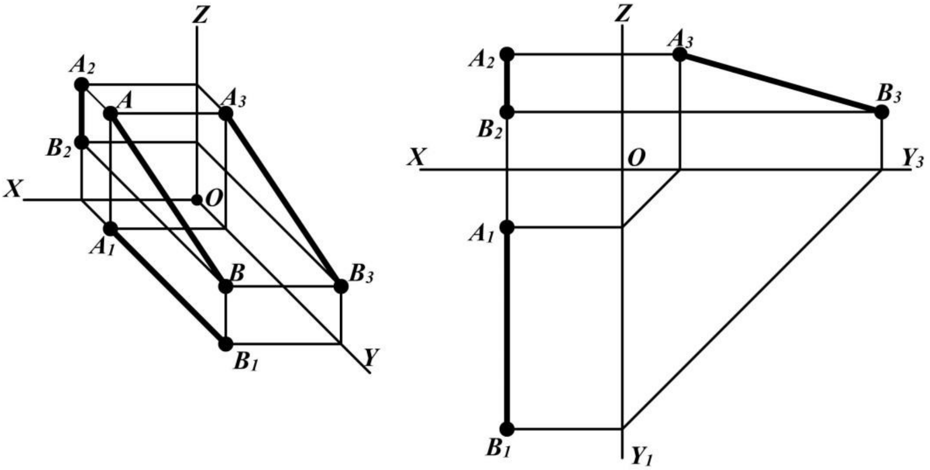
1. Фронталь на фронтальную плоскость проецируется в натуральную величину.

2. Углы наклона прямой к горизонтальной плоскости Π_1 и к профильной плоскости Π_3 проецируются в натуральную величину.

3. Горизонтальная и профильная проекции фронтали параллельны осям X и Z соответственно.

4.3.3. Прямая, параллельная профильной плоскости проекции *(Π_3)*

Прямую, параллельную профильной плоскости проекций, называют **профильной прямой**.



а ***б***

Рис. 4.6. Наглядное изображение (*а*) и комплексный чертеж (*б*) прямой
$AB \parallel \Pi_3$

На рис. 4.6, *а* и 4.6, *б* выполнено проецирование профильной прямой в пространственном макете и на комплексном чертеже.

Свойства прямой, параллельной профильной плоскости проекций:

1. На профильную плоскость профильная прямая проецируется в натуральную величину.

2. Углы наклона прямой к горизонтальной плоскости $П_1$ и к фронтальной плоскости $П_2$ проецируются в натуральную величину.

3. Горизонтальная и фронтальная проекции профильной прямой параллельны осям Y и Z соответственно.

4.4. Проецирующие прямые

Прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, и, следовательно, параллельная двум другим плоскостям проекций, называется **проецирующей прямой**. Как и прямые уровня, проецирующие прямые часто используются для решения различных задач.

4.4.1. Горизонтально-проецирующая прямая

Прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекции $П_1$ (отрезок AB), называется ***горизонтально-проецирующей прямой*** (рис. 4.7, *а*, *б*).

Свойства горизонтально-проецирующей прямой:

1. На горизонтальную плоскость проекции $П_1$ проецируется в точку A_1 (B_1).
2. На фронтальную $П_2$ и профильную $П_3$ плоскости проекций проецируются в натуральную величину, причем эти проекции параллельны оси Z.
3. Углы наклона прямой к плоскостям проекций:

- к горизонтальной плоскости $П_1$: 90°;
- к фронтальной плоскости $П_2$: 0°;
- профильной плоскости $П_3$: 0° .

4.4.2. Фронтально-проецирующая прямая

Прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекции $П_2$ (отрезок CD), называется *фронтально-проецирующей прямой* (рис. 4.7, *в, г*).

На рис. 4.7, *в*, 4.7, *г* представлены пространственный макет и комплексный чертеж фронтально–проецирующей прямой.

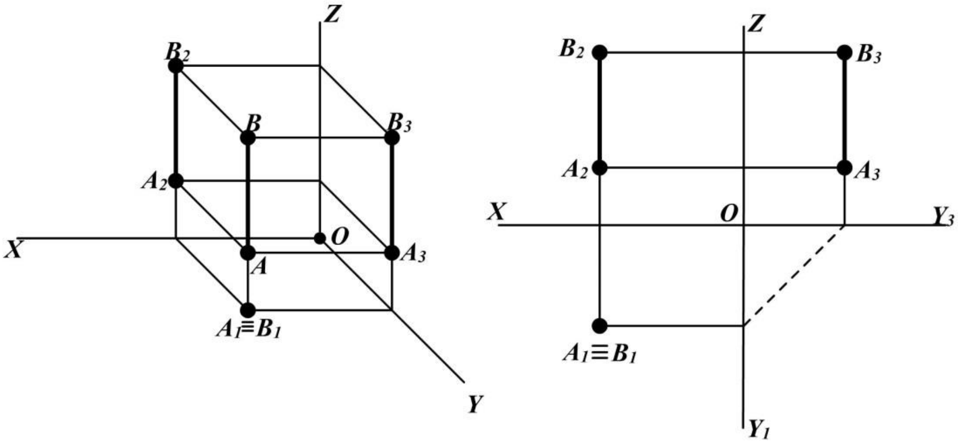
Свойства фронтально-проецирующей прямой:

1. На фронтальную плоскость проекций Π_2 проецируется в точку: $C_2 = D_2$.

2. На горизонтальную Π_1 и профильную Π_3 плоскости проекций проецируются в натуральную величину, причем эти проекции параллельны оси Y (на комплексном чертеже Y_1 и Y_3).

3. Углы наклона прямой к плоскостям проекций:

- к горизонтальной плоскости Π_1: 0°;
- к фронтальной плоскости Π_2: 90°;
- профильной плоскости Π_3: 0°.



а *б*

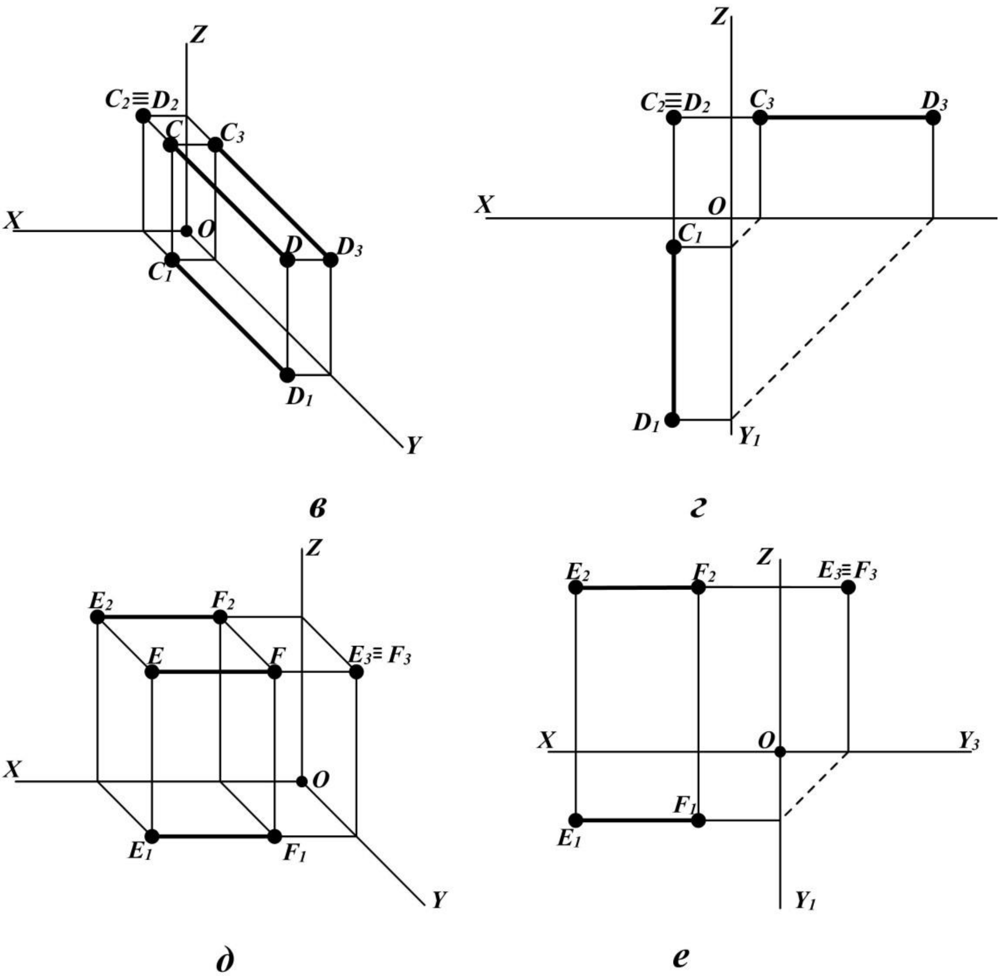


Рис. 4.7. Наглядное изображение (*а, в, д*) и комплексный чертеж (*б, г, е*) горизонтально-, фронтально- и профильно-проецирующих прямых *AB*, *CD* и *EF*

4.4.3. Профильно-проецирующая прямая

Прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекции $П_3$ (отрезок *EF*), называется *профильно-проецирующей прямой.*

На рис. 4.7, *д, е* представлены комплексный чертеж и пространственный макет профильно-проецирующей прямой.

Свойства профильно-проецирующей прямой:

1. На профильную плоскость проекций $П_3$ проецируется в точку E_3=F_3.

2. На горизонтальную $П_1$ и фронтальную $П_2$ плоскости проекций проецируется в натуральную величину, причем эти проекции параллельны оси *X*.

3. Углы наклона прямой к плоскостям проекций:

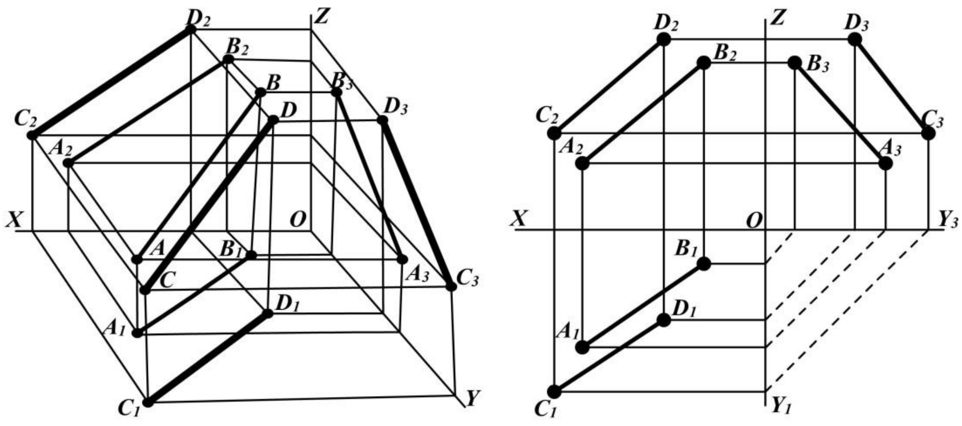
- к горизонтальной плоскости $П_1$: 0°;
- к фронтальной плоскости $П_2$: 0°;
- к профильной плоскости $П_3$: 90°.

4.5. Взаимное расположение прямых в пространстве

Прямые в пространстве могут быть параллельными, пересекающимися и скрещивающимися. Иногда ещё выделяют совпадающие прямые, которые являются частным случаем параллельных прямых при нулевом расстоянии между ними.

4.5.1. Проецирование параллельных прямых

Рассмотрим проецирование параллельных прямых на рис. 4.8*, а* и рис. 4.8, *б*.



а ***б***

Рис. 4.8. Проецирование параллельных прямых *AB* и *CD*

Параллельные прямые *AB* и *CD* произвольно расположены в пространстве первого октанта. Проецирование их в пространственном макете и на комплексном чертеже сводится к проецированию точек *A, B,* *C, D,* подробно рассмотренному в разделах "Проецирование точки" и "Проецирование прямой". Поэтому на построении проекций останавливаться не будем и пошаговое построение выполнять также не будем, так как на статических чертежах все построения достаточно полно отображены. Согласно свойству параллельного проецирования, параллельные прямые проецируются в параллельные прямые. *AB* и *CD* параллельны по условию, их проекции в пространственном макете (рис. 4.8, *а*) и на комплексном чертеже (рис. 4.8, *б*) также параллельны, т.е. $AB \parallel CD$, следовательно, $A_1B_1 \parallel C_1D_1$, $A_2D_2 \parallel C_2D_2$, $A_3B_3 \parallel C_3D_3$.

4.5.2. Проецирование пересекающихся прямых

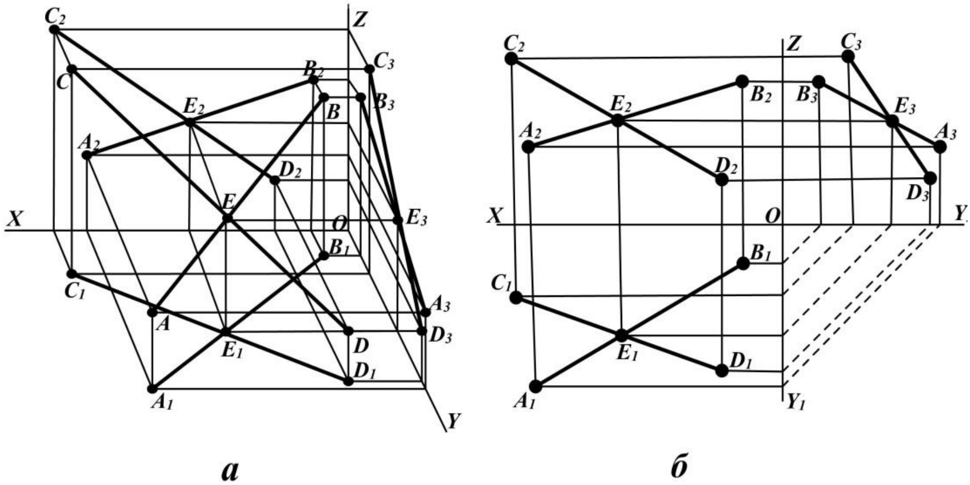


Рис. 4.9. Проецирование пересекающихся прямых *AB* и *CD*

Проецирование пересекающихся прямых выполнено на рис. 4.9, *а* и рис. 4.9, *б*.

Прямые *AB* и *CD*, произвольно расположенные в пространстве первого октанта, пересекаются в точке *E* (рис. 4.9, *а*). Вспомните свойство параллельного проецирования, называемое инцидентностью, то есть взаимной принадлежностью. Так как точка *E* принадлежит и прямой *AB* и прямой *CD*, то она проецируется в точки пересечения их проекций E_1, E_2, E_3, то есть E_1 принадлежит проекциям A_1B_1 и C_1D_1, E_2 принадлежит A_2B_2 и C_2D_2, а E_3 – A_3B_3 и C_3D_3.

Причем горизонтальная и фронтальная проекции точки пересечения E лежат на вертикальной линии проекционной связи E_1E_2, а фронтальная и профильная проекции – на горизонтальной линии проекционной связи E_2E_3, горизонтальная и профильная проекции лежат на ломаной линии проекционной связи $E_1Y_1Y_3E_3$.

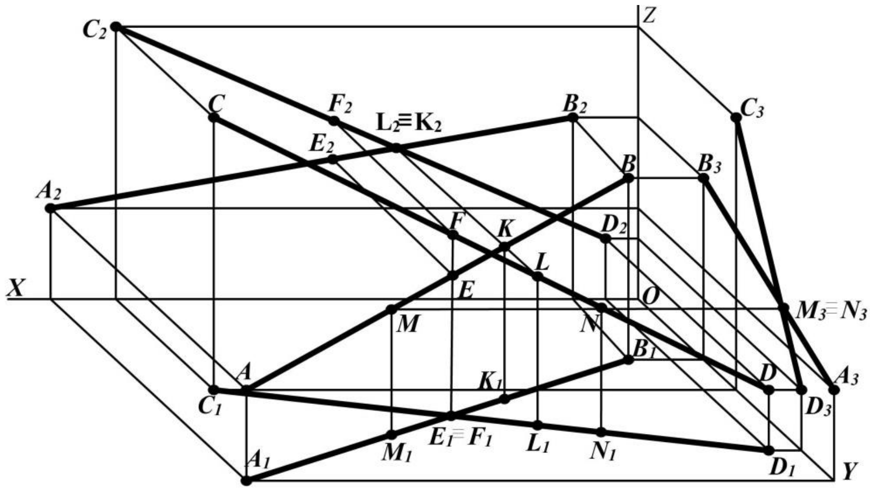
Таким образом, если проекции прямых на комплексном чертеже пересекаются, то для того чтобы определить пересекаются ли сами прямые, надо из точек пересечения проекций провести линии проекционной связи. Если окажется, что проведенные линии совпадают, то, следовательно, и сами прямые пересекаются. В противном случае прямые не пересекаются, а скрещиваются.

Построение по шагам в электронной версии учебника (рис. 4.9).

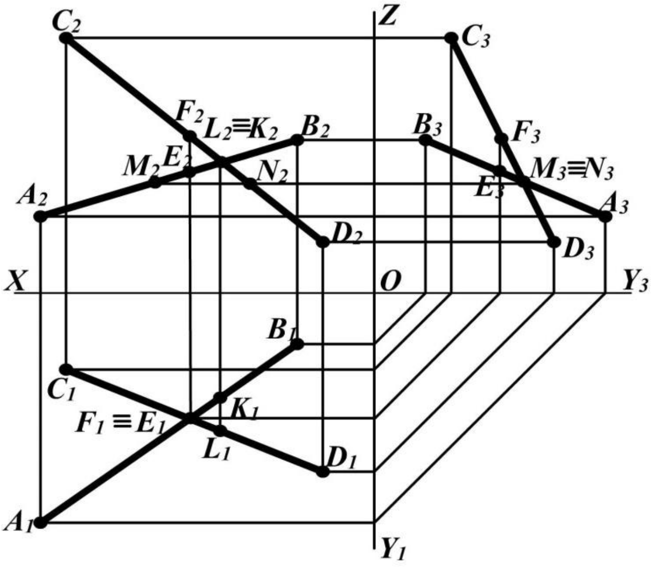
4.5.3. Проецирование скрещивающихся прямых

Проецирование скрещивающихся прямых на пространственном макете приведено на рис. 4.10, *а*.

Так как чертеж достаточно сложный и насыщенный, то рекомендуется вначале посмотреть проецирование по шагам.



а



б

Рис. 4.10. Скрещивающиеся прямые *AB* и *CD*

Точки, лежащие на одном проецирующем луче, но принадлежащие разным геометрическим объектам (в данном случае – прямым), называются конкурирующими по отношению к соответствующей плоскости проекций. Они служат для определения видимости на этой плоскости.

Точки E и F, конкурирующие по отношению к горизонтальной плоскости $П_1$. Причем точка F расположена над точкой E и является видимой на плоскости $П_1$.

Точки L и K, конкурирующие относительно фронтальной плоскости проекций $П_2$. Точка L – видимая, а точка K – невидимая на плоскости $П_2$.

Построение по шагам в электронной версии учебника (рис. 4.10, *а*).

Рассмотрим построение комплексного чертежа скрещивающихся прямых (рис. 4.10, *б*).

По заданным координатам точек A, B, C, D построим проекции прямых. Все три проекции этих прямых пересекаются. Начнем с горизонтальной проекции. В точке $F_1=E_1$ пересекаются горизонтальные проекции A_1B_1 и C_1D_1. Проведем вертикальную линию проекционной связи и определим фронтальные проекции точек E_2 (принадлежит A_2B_2) и F_2 (принадлежит C_2D_2). Так как проекции E_2 и F_2 принадлежат разным прямым и не совпадают, то это конкурирующие точки, причем точка F видимая на горизонтальной плоскости проекций, а точка E закрывается точкой F и не является видимой. Это же подтверждается и профильными проекциями E_3 и F_3 этих точек. Нетрудно увидеть, что точки пересечения фронтальных проекций $L_2 = K_2$ и профильных проекций $M_3 = N_3$ принадлежат разным прямым и не совпадают, следовательно, они тоже конкурирующие. Значит, прямые AB и CD не имеют общей точки и, следовательно, не пересекаются, а скрещиваются. Точка L является видимой на фронтальной плоскости проекций и закрывает точку K, а точка M видимая на профильной плоскости и закрывает точку N.

4.6. Определение натуральной величины (длины) отрезка и углов наклона к плоскостям проекций

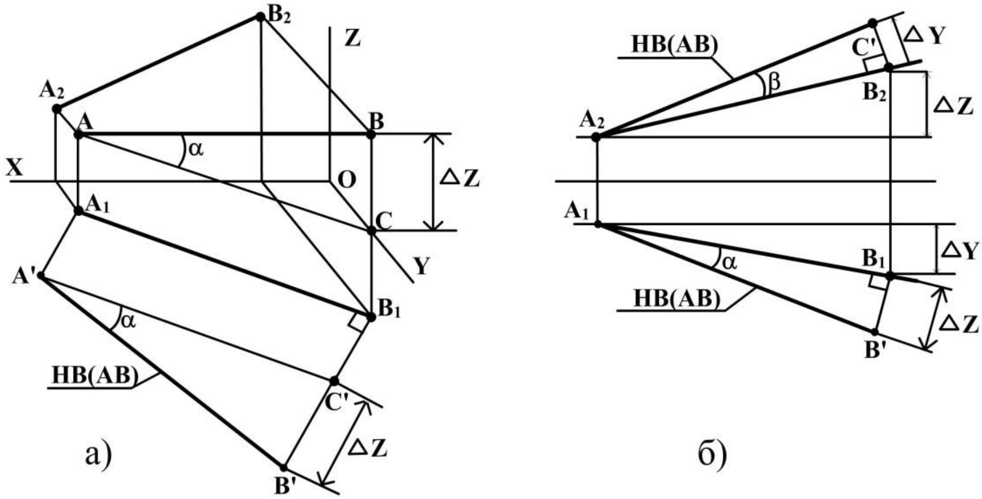


Рис. 4.11. Определение натуральной величины отрезка *АВ* и углов

Определение натуральной величины длины отрезка прямой является весьма актуальным вопросом при решении многих задач инженерной графики.

На рис. 4.11, *а* приведено изображение пространственного макета проецирования отрезка *АВ* прямой, а на рис. 4.11, *б* – его комплексный чертёж.

Необходимо определить натуральную величину отрезка *АВ* (*НВ*(*АВ*)), то есть построить его натуральную величину. На рис. 4.11, *а* изображён отрезок *АВ* и его проекции. Однако в силу искажений размеров, возникающих при построении чертежа пространственного макета, длина отрезка *АВ* на пространственном макете не равна его натуральной величине (*НВ*(*АВ*)). Для построения (*НВ*(*АВ*)) рассмотрим четырёхугольник AA_1B_1B, который является трапецией. Развернём эту трапецию вокруг проекции A_1B_1 на 90° так, чтобы она легла на горизонтальную плоскость проекций Π_1, для чего из точек A_1 и B_1 проведём перпендикуляры к проекции A_1B_1 и на них отложим отрезки $A_1A'=A_1A$ и $B_1B'=B_1B$. Соединив полученные точки A' и B', получим ($НВ(AB)$). Очевидно, что в этой трапеции можно выделить прямоугольный треугольник $A'B'C'$, в котором один катет $A'C'$ равен горизонтальной проекции A_1B_1 отрезка AB, а второй – $C'B'$ равен разности аппликат точек A и B, $\Delta Z = BB_1 - AA_1$.

Угол между прямой и плоскостью – это угол, образованный самой прямой и ее проекцией на эту плоскость.

Угол α равен углу наклона прямой AB к горизонтальной плоскости проекций $П_1$. Аналогичные построения можно выполнить на фронтальной плоскости проекций $П_2$.

На комплексном чертеже (рис. 4.11, *б*) приведено построение натуральной величины отрезка AB на горизонтальной плоскости проекций $A_1B' = НВ(AB)$ и на фронтальной плоскости проекций $A_2C' = НВ(AB)$. При построении использовались только катеты треугольника, то есть отрезки $A_1A' = B_1C'$, от которых не зависит длина $НВ(AB)$, исключены. Углы α и β определяют углы наклона прямой AB к плоскостям проекций $П_1$ и $П_2$ соответственно. Угол α – угол между прямой AB и горизонтальной плоскостью проекций $П_1$, а β – угол между прямой AB и фронтальной плоскостью проекций $П_2$.

Запомните правило:

Чтобы определить натуральную величину отрезка, необходимо построить прямоугольный треугольник, одним катетом которого является проекция отрезка на эту плоскость, а вторым разность расстояний от концов отрезка до этой плоскости проекций. Тогда гипотенуза – натуральная величина отрезка, а угол между натуральной величиной и проекцией отрезка – угол наклона прямой к этой плоскости проекций.

Практические занятия №№ 4.1, 4.2 (найдите их в электронной версии учебника и выполните).

Контрольные вопросы

1. Чем задается прямая линия в пространстве?
2. Как задается прямая на комплексном чертеже?
3. Какое положении может занимать прямая относительно плоскостей проекций?
4. Как располагаются проекции прямых уровня? (например профильных прямых)?
5. Какие проецирующие прямые существуют? Как располагаются их проекции на комплексном чертеже?
6. Как определить натуральную величину отрезка по его комплексному чертежу?
7. Как могут быть расположены в пространстве две разные прямые?
8. Как выглядит комплексный чертеж: двух параллельных прямых? двух пересекающихся прямых? двух скрещивающихся прямых и почему?
9. Какие точки называются конкурирующими?
10. Как называется точка пересечения прямой с плоскостью проекций? Сколько их бывает?
11. Как найти горизонтальный след прямой?

5. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

Плоскость, как точка и прямая, относится к основным неопределяемым понятиям геометрии. Плоскость безгранична. В практических приложениях, как правило, используются те или иные ее части, ограниченные какой-либо плоской замкнутой линией. Ограниченную часть плоскости называют отсеком плоскости.

5.1. Задание плоскости

5.1.1. Задание плоскости тремя точками

Для того чтобы задать плоскость в пространстве, достаточно задать три ее точки, не лежащие на одной прямой.

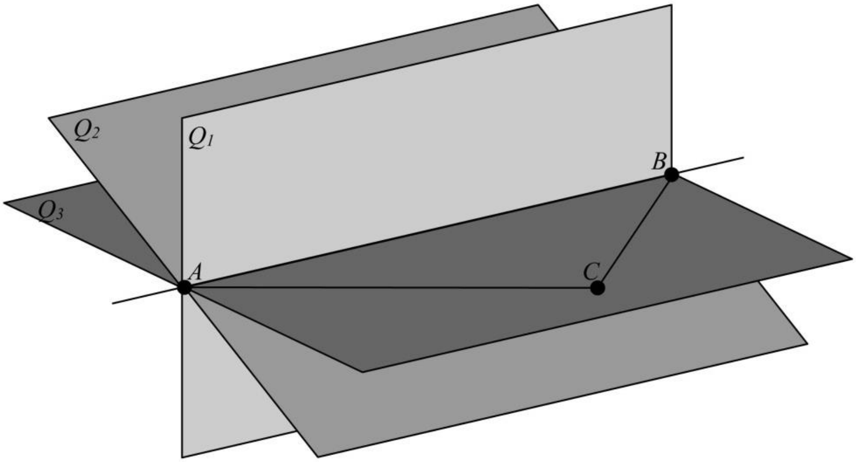


Рис. 5.1. Плоскости, проходящие через прямую *AB*

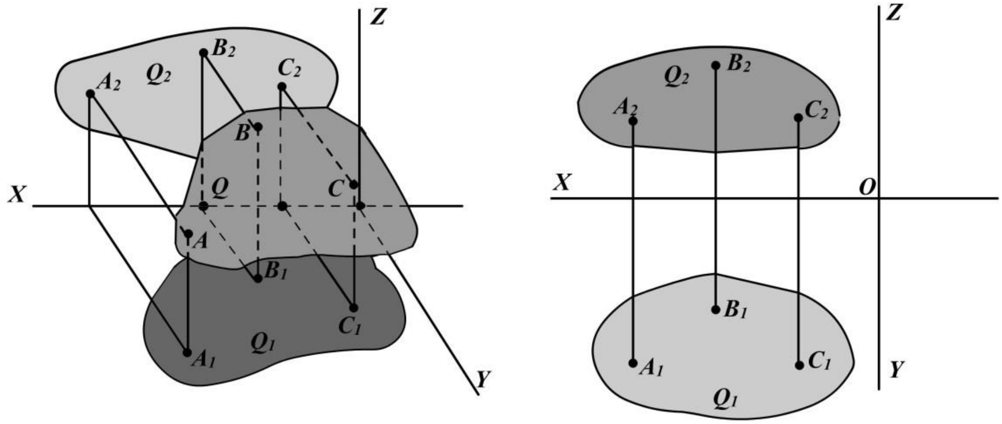
Попытаемся задать плоскость двумя точками *A* и *B,* произвольно расположенными в пространстве. Проведем через эти точки прямую. Как видно из рис. 5.1, через эту прямую, т.е. через две точки, может проходить много плоскостей Q_1, Q_2, Q_3 .., а точнее, бесконечное множество плоскостей. Зададим третью точку *C,* которая лежит на плоскости Q_3. Очевидно, что через три точки может проходить только одна плоскость (в нашем случае Q_3).

Рассмотрим задание плоскости в системе координат.

Задание плоскости в системе координат

В системе координат *0XYZ* пространственного макета первой четверти (рис. 5.2, *a*) произвольно заданы три точки: *A*, *B*, *C,* лежащие на плоскости *Q*. Горизонтальные проекции A_1, B_1, C_1 точек и горизонтальная проекция Q_1 плоскости расположены на горизонтальной плоскости проекций $П_1$. Фронтальные проекции A_2, B_2, C_2 и Q_2 – на фронтальной плоскости проекций $П_2$. На рис. 5.2, *б* изображен комплексный чертеж плоскости Q, заданной точками A, B, C.

Задание плоскости точками будем обозначать $Q\{A,B,C\}$.



а ***б***

Рис. 5.2. Плоскость, заданная тремя точками A,B и C

Плоскость можно задать также прямой и точкой, двумя параллельными прямыми и другими методами.

Эти методы демонстрируются статическими рисунками (рис. 5.2, *а*, *б*), а также динамическими построениями в электронной версии учебника.

Задание плоскости следами

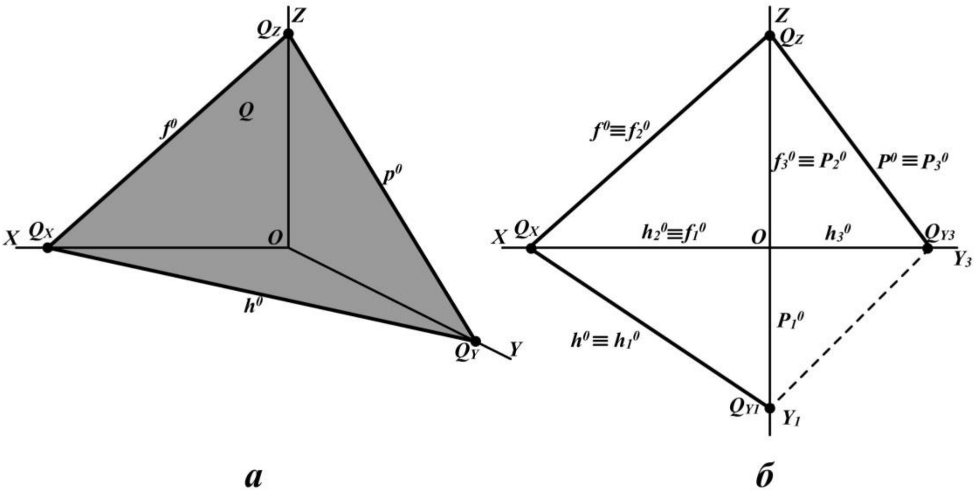


Рис. 5.3. Следы плоскости

На рис. 5.3, *а* изображен пространственный макет плоскости Q, а на рис. 5.3, *б* – ее комплексный чертеж.

Плоскость, не перпендикулярная и не параллельная ни одной из плоскостей проекций, называется плоскостью общего положения.

Плоскость общего положения пересекается со всеми тремя плоскостями проекций: $П_1$, $П_2$, $П_3$.

Линия пересечения плоскости с какой-либо плоскостью проекций, называется следом плоскости.

Пересечение плоскости Q с плоскостями проекций будем обозначать:

- $Q \cap П_1 = h^0$ – горизонтальный след плоскости Q;
- $Q \cap П_2 = f^0$ – фронтальный след плоскости Q;
- $Q \cap П_3 = p^0$ – профильный след плоскости Q.

Точки Q_X , Q_Y , Q_Z называют точками схода следов. Это точки пересечения плоскости с осями координат X,Y,Z соответственно. Рассмотрим проекции следов плоскости Q.

- $h^0 \equiv h_1^0$ – горизонтальный след совпадает с его горизонтальной проекцией;

- $f^0 \equiv f_2^0$ – фронтальный след совпадает с его фронтальной проекцией;
- $p^0 \equiv p_3^0$ – профильный след совпадает с его профильной проекцией.

На оси X (отрезок OQ_X) располагается горизонтальная проекция фронтального следа f_1^0 и фронтальная проекция горизонтального следа h_2^0, то есть $h_2^0 \equiv f_1^0 \equiv OX$.

Аналогично на оси Z (отрезок OQ_Z) располагаются проекции f_3^0 и p_2^0 $(f_3^0 \equiv p_2^0 \equiv OZ)$.

На оси Y_1 , принадлежащей плоскости $П_1$ (отрезок OQ_{Y1}), расположена проекция p_1^0 профильного следа, а на оси Y_3 (отрезок OQ_{Y3}) – профильная проекция горизонтального следа h_3^0.

Часто на комплексном чертеже плоскость задается следами. Такое задание эквивалентно заданию двумя пересекающимися прямыми. В данном случае в качестве этих прямых взяты следы. При этом, как правило, проекции следов, проецирующихся на оси координат f_1^0, f_3^0, h_2^0, h_3^0, p_2^0, p_1^0, не обозначаются.

5.2. Прямые и точки плоскости

Рассмотрим условия принадлежности прямых и точек плоскости.

Точка принадлежит плоскости, если она лежит на какой-либо прямой, принадлежащей данной плоскости.

Прямая принадлежит плоскости, если:

- **она проходит через две точки, лежащие на плоскости;**
- **проходит через одну точку плоскости параллельно прямой, принадлежащей данной плоскости.**

Используя эти признаки, построим горизонтальную проекцию D_1 точки D (рис. 5.4), которая принадлежит плоскости ΔABC.

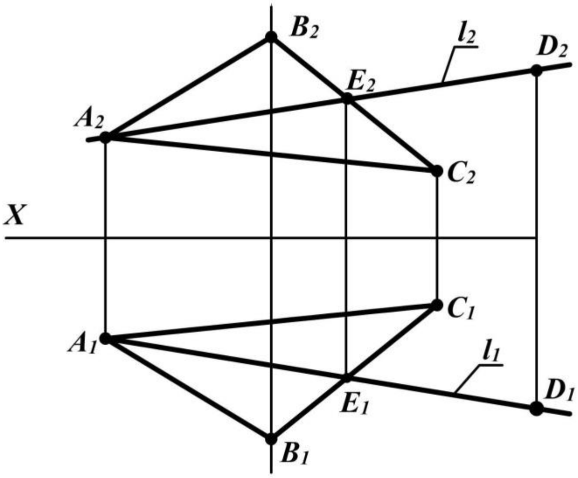


Рис. 5.4. Точка D принадлежит плоскости ΔABC

Через фронтальные проекции A_2, D_2 точек A и D проведем l_2. Чтобы прямая l принадлежала плоскости ΔABC, она должна проходить через 2 точки плоскости. Точка A принадлежит ΔABC. На пересечении l_2 с B_2C_2 возьмем E_2. Чтобы точка E принадлежала ΔABC, горизонтальная проекция E должна принадлежать A_1C_1. Соединив A_1 и E_1, получим l_1. D_1 принадлежит l_1, находим ее по линии проекционной связи.

Вывод: на комплексном чертеже проекции плоскости, в общем случае, не имеют графического изображения. Как определить, при каких условиях можно принимать плоскость, как заданную?

Плоскость на комплексном чертеже определена, если по одной проекции точки при условиях принадлежности ее плоскости, можно построить отсутствующие две проекции.

Построение рисунка по шагам в электронной версии (рис. 5.4).

5.3. Расположение плоскости относительно плоскостей проекции

По расположению относительно плоскостей проекции плоскости делятся:

- на плоскости общего положения;
- плоскости частного положения.

Повторим, что плоскость, не перпендикулярная и не параллельная ни одной из плоскостей проекций, называется плоскостью общего положения.

На приведенных ранее рисунках были изображены плоскости общего положения.

Плоскости частного положения в свою очередь, делятся :

- на проецирующие плоскости;
- плоскости уровня.

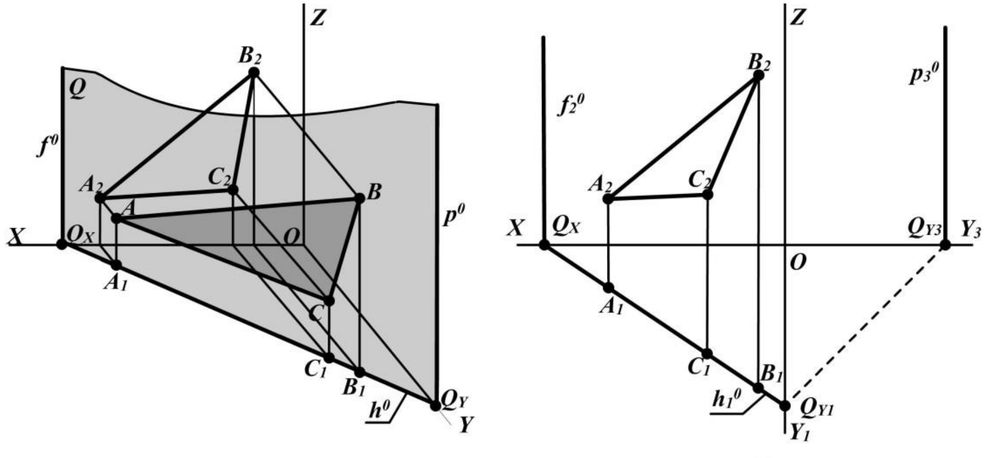
5.3.1. Проецирующие плоскости

Плоскость, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется проецирующей плоскостью. В этом случае на эту плоскость проекций она проецируется в прямую (то есть имеет графический образ).

Рассмотрим три вида проецирующих плоскостей.

5.3.1.1. Горизонтально-проецирующая плоскость

На рис. 5.5, *а* и 5.5, *б* приведен пространственный макет и комплексный чертеж горизонтально-проецирующей плоскости Q. На плоскости расположен треугольник ΔABC. Очевидно, что на горизонтальную плоскость проекций Π_1 плоскость Q проецируется в прямую линию – горизонтальный след, а все, что расположено на плоскости (в том числе и треугольник ΔABC), проецируется на горизонтальный след. На комплексном чертеже плоскость Q задана следами h_1^0, f_2^0, p_3^0 и приведены две проекции треугольника: $A_1B_1C_1$ – горизонтальная проекция, совпадающая с горизонтальным следом, и $A_2B_2C_2$ – фронтальная проекция.



а *б*

Рис. 5.5. Горизонтально-проецирующая плоскость *Q* (задана ΔABC)

Пользуясь правилами проецирования точек, постройте третью профильную проекцию треугольника. Если это вызывает затруднения, посмотрите аналогичные построения на рис. 5.6, *б*.

Обратите внимание, что горизонтально-проецирующая плоскость параллельна оси *Z* , а следовательно, ее фронтальный и профильный следы также параллельны оси *Z*.

5.3.1.2. Фронтально-проецирующая плоскость

На рис. 5.6, *а* и 5.6, *б* изображены чертежи соответственно пространственного макета и комплексного чертежа фронтально-проецирующей плоскости *Q*, на которой расположена прямая *AB*. Фронтальная проекция A_2B_2 прямой расположена на фронтальном следе f^0 плоскости *Q*, так как *Q* перпендикулярна плоскости $П_2$. Горизонтальный h^0 и профильный p^0 следы плоскости параллельны оси *Y*, так как сама плоскость параллельна этой оси.

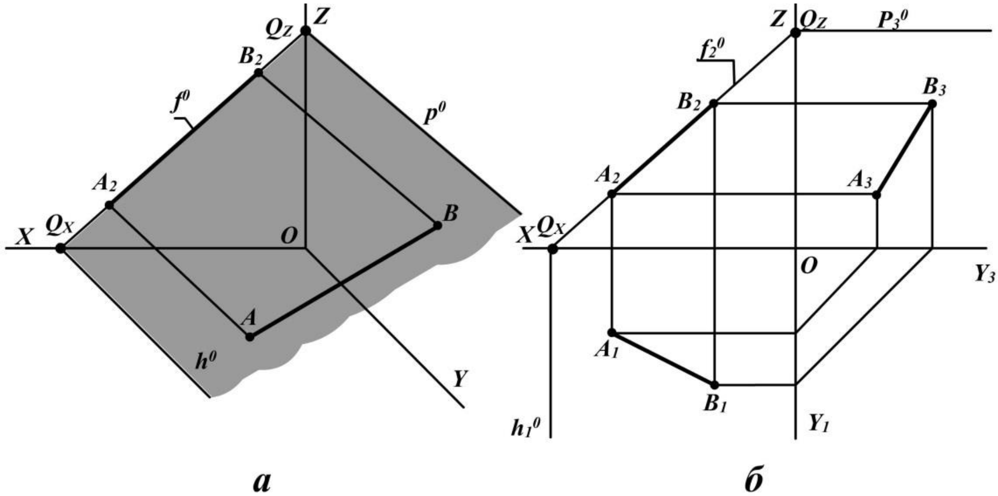


Рис. 5.6. Фронтально-проецирующая плоскость Q

5.3.1.3. Профильно-проецирующая плоскость

Профильно-проецирующая плоскость Q параллельна оси X и на профильную плоскость Π_3 проецируется в прямую линию – профильный след $p_3^{0.}$ На этот же след проецируется и прямая AB, расположенная на этой плоскости (рис. 5.7).

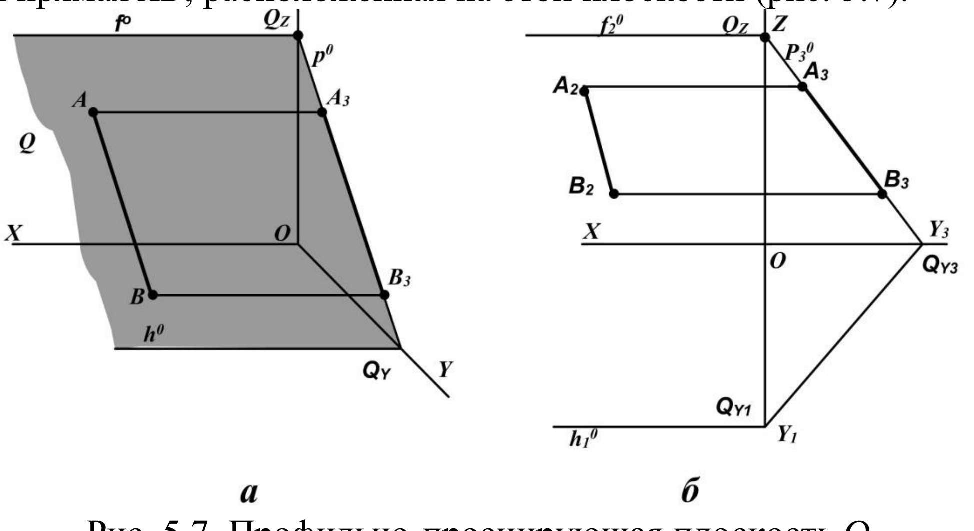


Рис. 5.7. Профильно-проецирующая плоскость Q

Горизонтальный h_1^0 и фронтальный f_2^0 следы параллельны оси X. A_2B_2 – фронтальная проекция прямой AB. Достройте недостающую горизонтальную проекцию прямой AB.

Для всех проецирующих плоскостей справедливо:

След проецирующей плоскости на плоскости проекций, к которой она перпендикулярна, расположен под углом к осям координат, а два других следа перпендикулярны к тем же осям. При задании проецирующей плоскости два последних следа изображают, если это требуется для решения задач, но первый след задает эту плоскость и изображается всегда, обладая собирательным свойством:

все, что лежит в проецирующей плоскости, проецируется на ее след.

Справедливо и обратное утверждение, если проекция точки или линии лежит на одноименной проекции следа проецирующей плоскости, то эта точка или линия принадлежит этой проецирующей плоскости. Отсюда непосредственно следует, что проецирующую плоскость можно задать только одним ее следом.

Дано (рис. 5.8):

- горизонтально-проецирующая плоскость Q перпендикулярна Π_1;
- горизонтальная проекция A_1 точки A, лежащая на следе h^0 этой плоскости Q, A_1 принадлежит h_1^0.

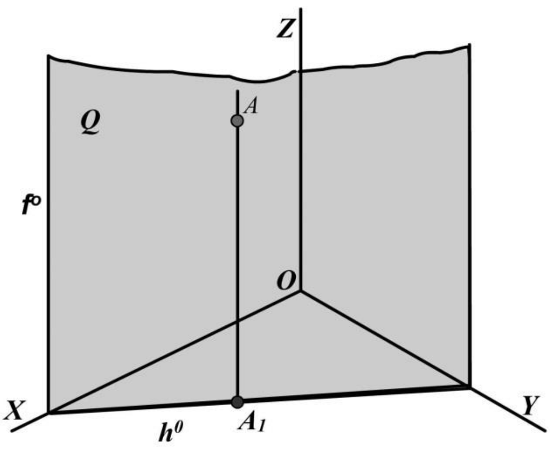


Рис. 5.8. Точка A лежит в горизонтально-проецирующей плоскости Q

Определить, как точка *A* расположена в пространстве относительно плоскости *Q*.

Видно, что весь проецирующий луч, проходящий через A_1, принадлежит плоскости *Q,* следовательно, точка *A* обязательно принадлежит плоскости *Q*.

5.3.2. Плоскости уровня

Плоскость, параллельная какой-либо плоскости проекций, и, следовательно, перпендикулярная двум другим плоскостям проекций, называется плоскостью уровня.

Плоскость уровня двояко-проецирующая и обладает всеми свойствами проецирующей плоскости.

Можно выделить три семейства плоскостей уровня:

- горизонтальная плоскость уровня (рис. 5.9);

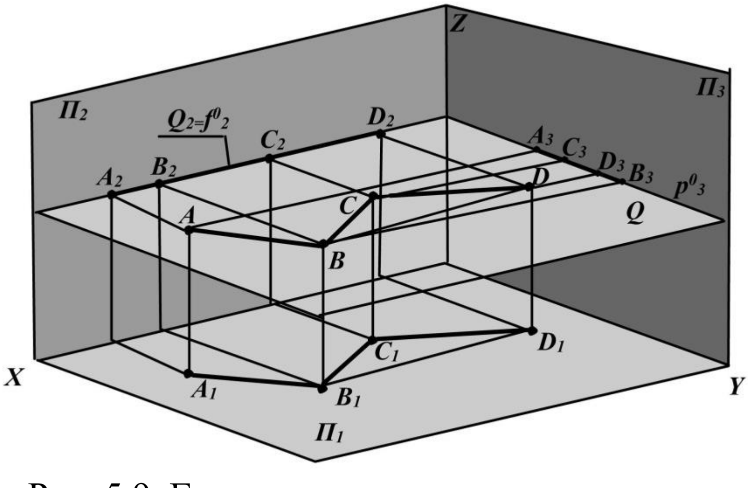


Рис. 5.9. Горизонтальная плоскость уровня

- фронтальная плоскость уровня (рис. 5.10);
- профильная плоскость уровня (рис. 5.11).

На рис. 5.9 изображена горизонтальная плоскость уровня.

Фигура *ABCD*, лежащая в этой плоскости, на горизонтальную плоскость проекции проецируется в натуральную величину, а на фронтальную и профильную – в соответствующие следы.

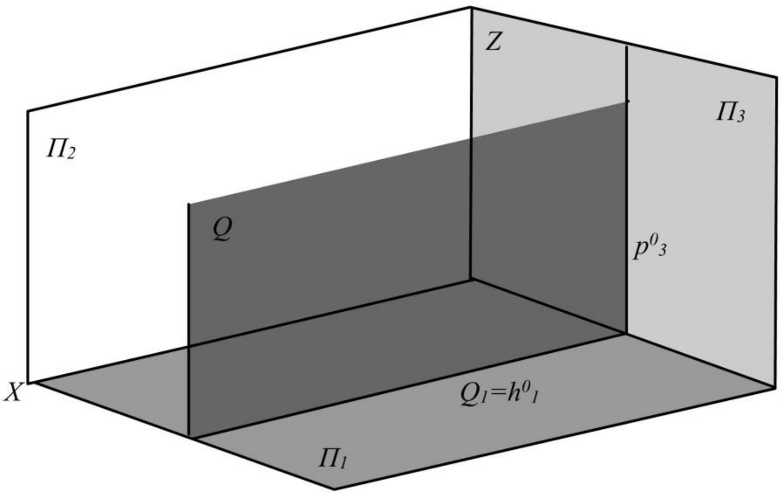


Рис. 5.10. Фронтальная плоскость уровня

Вы можете посмотреть процесс проецирования в электронной версии учебника.

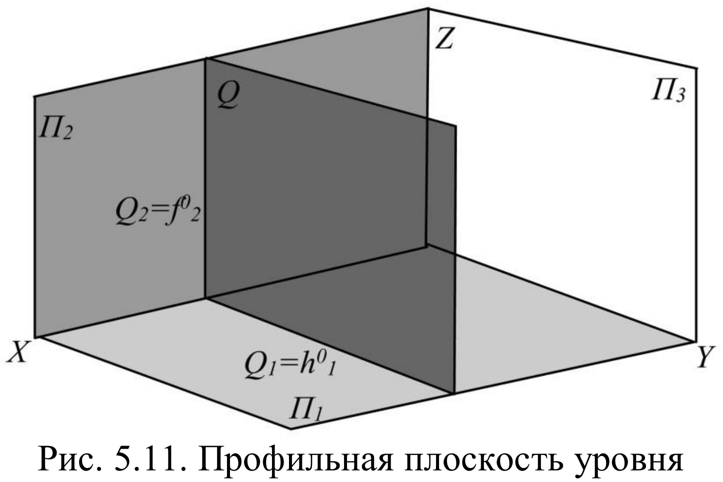


Рис. 5.11. Профильная плоскость уровня

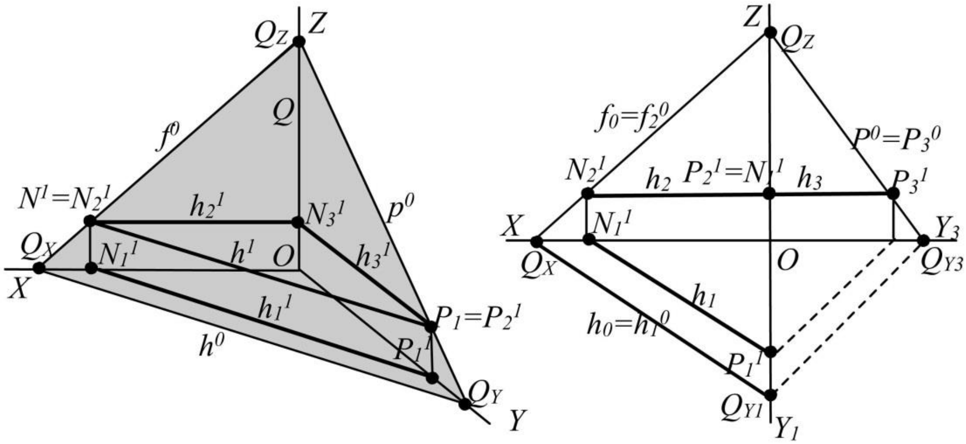
5.4. Линии уровня плоскости

Прямые плоскости, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются линиями либо прямыми уровня.

В общем случае на плоскости можно выделить три семейства таких прямых:

- прямые, параллельные горизонтальной плоскости проекций, – горизонтали;
- фронтали – прямые, параллельные фронтальной плоскости проекций;
- профильные прямые – параллельные профильной плоскости проекций.

5.4.1. Проецирование горизонтали плоскости



а ***б***

Рис. 5.12. Плоскость Q общего положения, заданная следами h° , f° , p° h – горизонталь

На рис. 5.12, *а* и 5.12, *б* представлены чертежи пространственного макета и комплексного чертежа плоскости *Q*, заданной следами h^0, f^0, p^0. На этой плоскости проведена прямая h^1, параллельная горизонтальной плоскости проекций (горизонтальному следу плоскости *Q*).

По аналогии с географической картой след плоскости принимается за линию нулевого уровня, и поэтому обозначаются h^0, f^0, p^0 (с верхним индексом 0), а линии уровня, расположенные на плоскости, обозначаются теми же буквами, что и соответствующий след, но верхний индекс нумеруется цифрами 1, 2, 3. .., например, h^1, h^2, f^1, f^2, p^1, p^2, ... Напомним, что нижний индекс **1, 2, 3** (см. рис. 5.12) указывает вид проекции, например, $h_2{}^1$ – фронтальная проекция горизонтали $h^{1.}$ Прямая h^1 пересекает следы плоскости Q в точках N^1 и P^1 (фронтальный и профильный следы прямой). Известным методом, спроецировав эти точки, находим горизонтальную $h_1{}^1$, фронтальную $h_2{}^1$, профильную $h_3{}^1$ проекции прямой $h^{1.}$ Как видим, фронтальная и профильная проекции параллельны осям X и Y соответственно (на комплексном чертеже - осям X и Y_3), а горизонтальная проекция параллельна горизонтальному следу h^0 плоскости, поэтому на чертеже отсутствует ее горизонтальный след M. Очевидно, что на плоскости Q горизонталей h^1, h^2, h^3, ... может быть проведено множество.

5.4.2. Проецирование фронтали плоскости

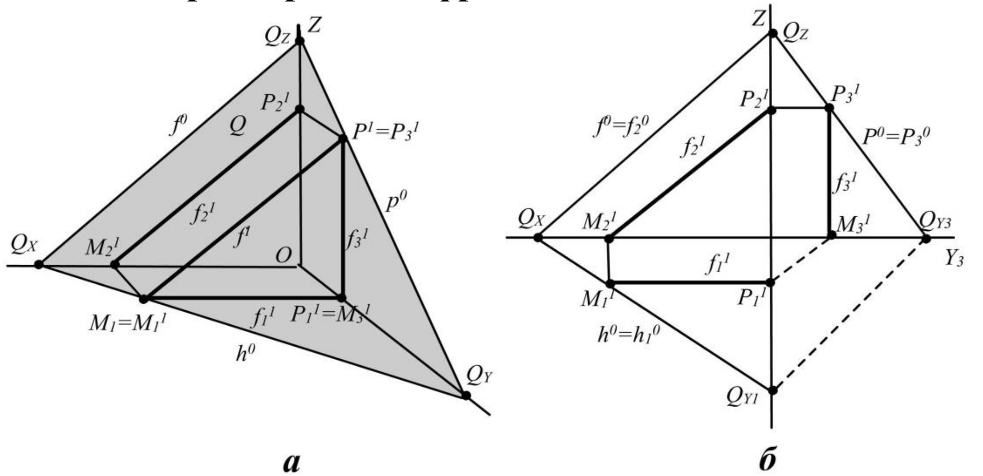
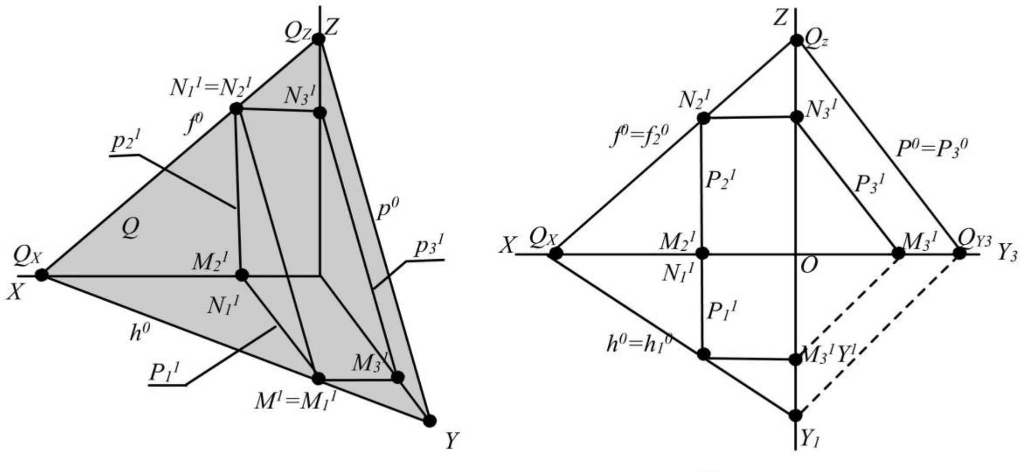


Рис. 5.13. Фронталь f плоскости Q { h^0 , f^0 , p^0}

На рис. 5.13, *а* и 5.13, *б* изображены чертежи пространственного макета и комплексного чертежа плоскости Q, заданной следами, и фронтали f^1, которая пересекается с плоскостями проекций в точке M^1 (горизонтальный след) и в точке P^1 (профильный след). Эти точки позволяют построить проекции f_1^1, f_2^1, f_3^1 прямой $f^{1.}$ Так как f_1^1 || оси X, f_3^1|| оси Z, а f_2^1 || f^0 (следу плоскости Q), то прямая f^1 параллельна фронтальной плоскости проекций и является фронталью плоскости Q. Очевидно, что на плоскости Q можно провести множество фронталей $f^{\,1}$, $f^{\,2}$, $f^{\,3}$,... .

5.4.3. Проецирование профильной прямой плоскости



а **б**

Рис. 5.14. Профильная прямая p плоскости Q { h^0 , f^0 , p^0}

На рис. 5.14, *а* и 5.14, *б* чертежи плоскости Q и профильной линии уровня p^1. Профильная линия параллельна профильной плоскости проекций и поэтому ее профильный след P отсутствует . Горизонтальный M^1 и фронтальный N^1 следы линии уровня p^1 и их проекции определяют проекции p_1^1, p_2^1, p_3^1 и линию $p^{1.}$ Отметим, что горизонтальная проекция p_1^1 параллельна оси Y_1, фронтальная p_2^1 || Z, а профильная f_3^1 параллельна профильному следу p^0 плоскости Q.

Прямые уровня широко используются при решении различных графических задач.

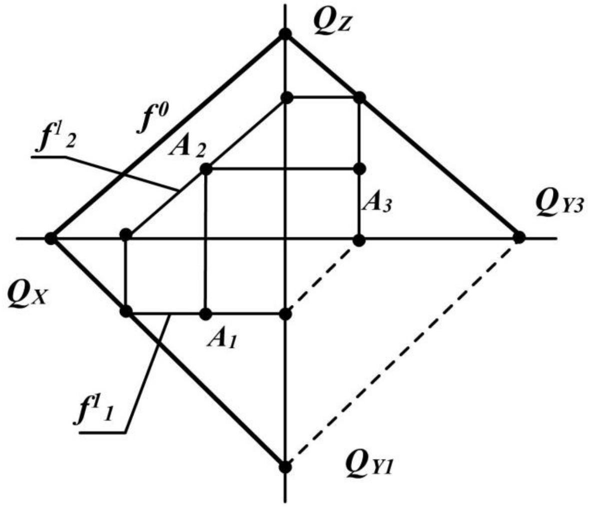


Рис. 5.15. Построение точки A лежащей на горизонтали h плоскости Q { h^0, f^0, p^0}

Пример 1 (рис. 5.15)

Дано: на плоскости Q задана точка A. Известна ее фронтальная проекция A_2.

Найти: Недостающие проекции A_1 и A_3.

Решение

Через точку A_2 проведем фронтальную проекцию фронтали f_2^1 параллельно следу f^0.

Найдем горизонтальную f_1^1 и профильные проекции f_3^1 фронтали.

Точка A расположена на фронтали f^1, а следовательно ее проекции находятся на соответствующих проекциях фронтали A_1 на f_1^1, A_3 на f_3^1.

Построение закончено все три проекции точки A определены.

Динамическое построение можно также найти в электронной версии учебника, рис. 5.15.

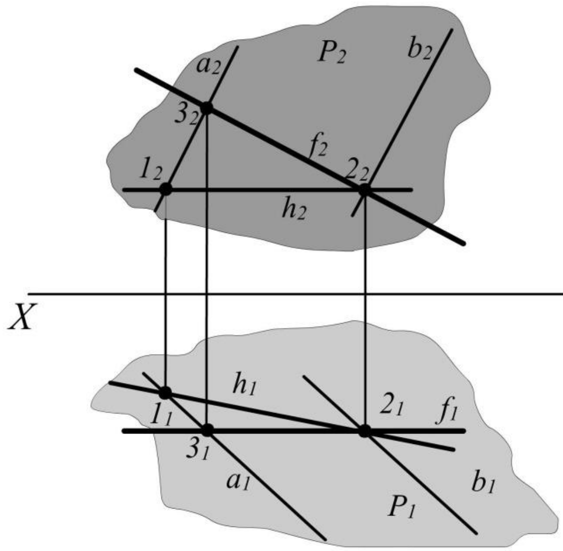


Рис. 5.16. Построение горизонтали h и фронтали f плоскости $P\{a||b\}$

Пример 2 (рис. 5.16)
Дано: плоскость общего положения P задана двумя параллельными прямыми a и b, в свою очередь, заданными проекциями a_1, a_2 и b_1, b_2 на комплексном чертеже.
Построить: горизонталь h и фронталь f, принадлежащие плоскости P.

Построим горизонталь h. Так как горизонталь h параллельна горизонтальной плоскости проекций, то ее фронтальная проекция h_2 параллельна оси x: $h_2 \| 0X$. Чтобы горизонталь h принадлежала плоскости P, она должна проходить через две точки, несомненно принадлежащие плоскости. Поэтому произвольно проведем прямую h_2 параллельно оси $0X$ и отметим точки 1_2 и 2_2 пересечения фронтальной проекции h_2 горизонтали с фронтальными проекциями прямых a_2 и b_2 соответственно. Чтобы точки 1 и 2 принадлежали плоскости P, их горизонтальные проекции 1_1 и 2_1 должны лежать на горизонтальных проекциях a_1 и b_1 прямых a и b соответственно. Проведя вертикальные линии проекционной связи, получим точки 1_1 и 2_1. Соединив горизонтальные проекции 1_1 и 2_1 точек 1 и 2, получим горизонтальную проекцию h_1 горизонтали h. Таким образом, горизонталь h, заданная проекциями h_2 и h_1, построена.

Построим фронталь f. Так как фронталь f параллельна фронтальной плоскости проекции $f||П_2$, то ее горизонтальная проекция f_1 параллельна оси $0X$: $f_1 \; || 0X$: Поэтому построение начинаем с горизонтальной плоскости проекций. Дополним условие: пусть фронталь проходит через точку 2 плоскости P. Точка 2 принадлежит плоскости P и лежит на прямой b. Проведем через 2_1 горизонтальную проекцию $f_1 \; || \; 0X$. Отметим точку 3_1. По линии проекционной связи строим 3_2, 3_2 принадлежит b_2. Соединив фронтальные проекции 2_2 и 3_2 точек 2 и 3, получим фронтальную проекцию фронтали f_2. Горизонтальная f_1 и фронтальная f_2 проекции фронтали f определены.

5.5. Линии наибольшего наклона плоскости. Углы наклона плоскости к плоскостям проекций

Прямые, перпендикулярные линиям уровня, называются **линиями наибольшего наклона** к соответствующей плоскости проекций. Очевидно, что линий наибольшего наклона (ЛНН) три семейства:

- (ЛНН $П_1$) перпендикулярные h – линии наибольшего наклона к горизонтальной плоскости проекций $П_1$;
- (ЛНН $П_2$) перпендикулярные f – линии наибольшего наклона к фронтальной плоскости проекций $П_2$;
- (ЛНН $П_3$) перпендикулярные p – линии наибольшего наклона к профильной плоскости проекций $П_3$.

Линии наибольшего наклона используются для определения углов наклона плоскости к плоскостям проекций.

Угол наклона плоскости к плоскости проекций – это линейный угол, образованный линией наибольшего наклона и ее проекцией на эту плоскость.

5.5.1. Построение ЛНН Π_2 и угла наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций

Рассмотрим построение ЛНН к фронтальной плоскости проекций Π_2 и определение угла наклона плоскости Q к фронтальной плоскости проекций Π_2.

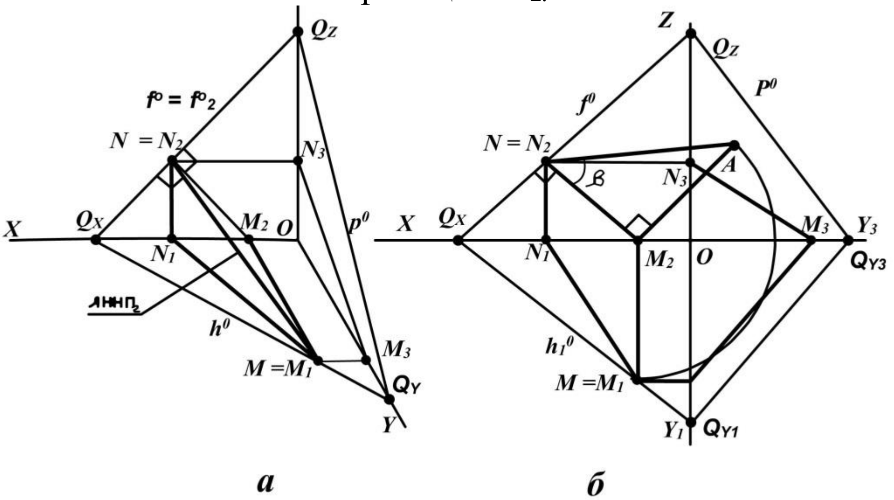


Рис. 5.17. Построение ЛНН Π_2 и определение $\angle\alpha$

На рис. 5.17, *а* изображен пространственный макет плоскости $Q\{h^0, f^0, p^0\}$, заданной следами, а на рис. 5.17, *б* – комплексный чертеж.

При построении ЛНН использовано следующее свойство ортогонального проецирования:

прямой угол проецируется в прямой угол, если хотя бы одна из его сторон параллельна плоскости проекций.

Так как ЛЛН Π_2 перпендикулярна следу f^0 плоскости Q, то проекция (ЛЛН Π_2)$_2$ также перпендикулярна к фронтальной проекции следа f_2^0, которая совпадает с самим следом $f^0=f_2^0$.

На следе f^0 произвольно выберем точку $N=N_2$ и из неё проведем перпендикуляр к следу f^0 до пресечения с осью X (точка M_2). Прямая N_2M_2 – фронтальная проекция (ЛЛН Π_2)$_2$.

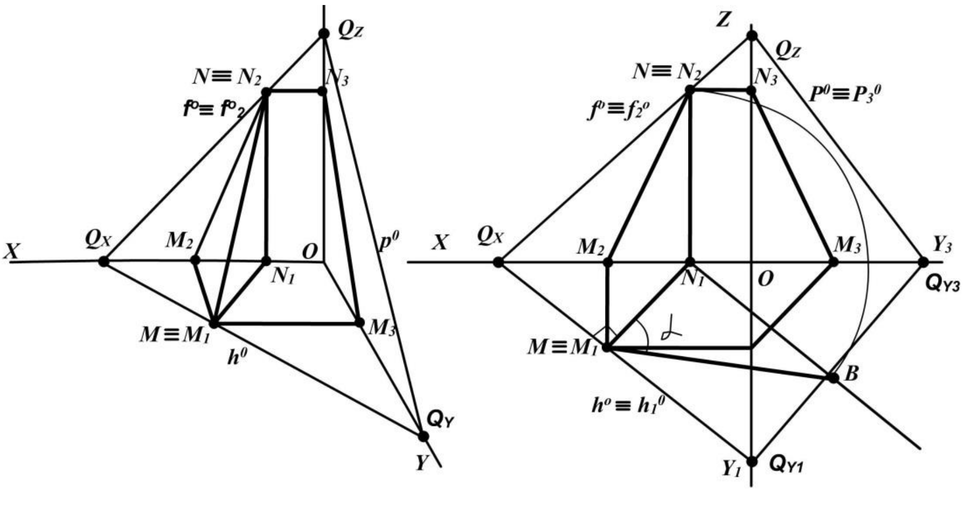
Точки N и M являются фронтальным и горизонтальным следами (ЛЛН $П_2$) и расположены на фронтальном f^0 и горизонтальном h^0 следах плоскости Q соответственно. Очевидно, что фронтальный след N совпадает со своей фронтальной проекцией N_2, т.е. N=N_2, а горизонтальный след M совпадает со своей горизонтальной проекцией M_1, т.е. M=M_1. Горизонтальная проекция N_1 точки N и фронтальная проекция M_2 точки M лежат на оси $0X$. Соединив (одноиндексные) одноименные проекции точек N и M, получим фронтальную (ЛЛН $П_2$)$_2$ и горизонтальную (ЛЛН $П_2$)$_1$ проекции линии наибольшего наклона плоскости Q к фронтальной плоскости проекции $П_2$, которая перпендикулярна следу f^0.

Отслеживайте порядок построения на пространственном макете и комплексном чертеже.

Угол β между ЛНН и её фронтальной проекцией определяет угол наклона плоскости Q к фронтальной плоскости проекции $П_2$. Пространственный макет даёт хорошее наглядное представление, но величина угла β искажена. На комплексном чертеже угол β не изображен, но его натуральную величину можно определить. Найдём натуральное значение угла β на комплексном чертеже. Для этого определим натуральную величину (НВ) ЛНН $П_2$. Определение НВ отрезка рассмотрено в разделе 4. Из точки M_2 проведем перпендикуляр к фронтальной проекции N_2M_2 ЛНН $П_2$. На нем, отложив отрезок, равный расстоянию M_2M_1, получим точку A. Отрезок N_2A и угол β являются натуральными величинами ЛНН $П_2$ и искомого угла.

5.5.2. Построение ЛНН $П_1$ и угла наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций

Рассмотрим построение ЛНН $П_1$ к горизонтальной плоскости проекций $П_1$ (рис. 5.18, *а*, 5.18, *б*)



а **б**

Рис. 5.18. Построение ЛНН $П_1$ и определение угла β

Построение выполним аналогично приведенному выше.

Напомним, что ЛНН $П_1$ к горизонтальной плоскости проекций $П_1$ и её горизонтальная проекция перпендикулярны горизонтальному следу h^0 плоскости Q. Поэтому построение начнем с горизонтальной проекции ЛНН $П_1$, произвольно выбрав на следе h^0 точку $M=M_1$ – горизонтальный след прямой ЛНН $П_1$. Отрезки M_1N_1 – горизонтальная проекция, M_2N_2 – фронтальная проекция, M_3N_3 – профильная проекция ЛНН $П_1$, а прямая MN на пространственном макете – искомая (ЛНН $П_1$). Угол наклона плоскости Q к горизонтальной плоскости проекций $П_1$, обозначаемый символом $\angle$α, равен углу между ЛНН $П_1$ и ее горизонтальной проекцией (ЛНН $П_1$)$_1$. Определение НВ этого угла приведено на комплексном чертеже, где прямая M_1B - НВ ЛНН $П_1$, а угол $\angle$α – НВ искомого угла.

5.5.3. Построение ЛНН Π_3 и угла наклона плоскости к профильной плоскости проекций

Рассмотрим построение ЛНН к профильной линии проекций. (ЛНН Π_3) (рис. 5.19, *а*, 5.19, *б*).

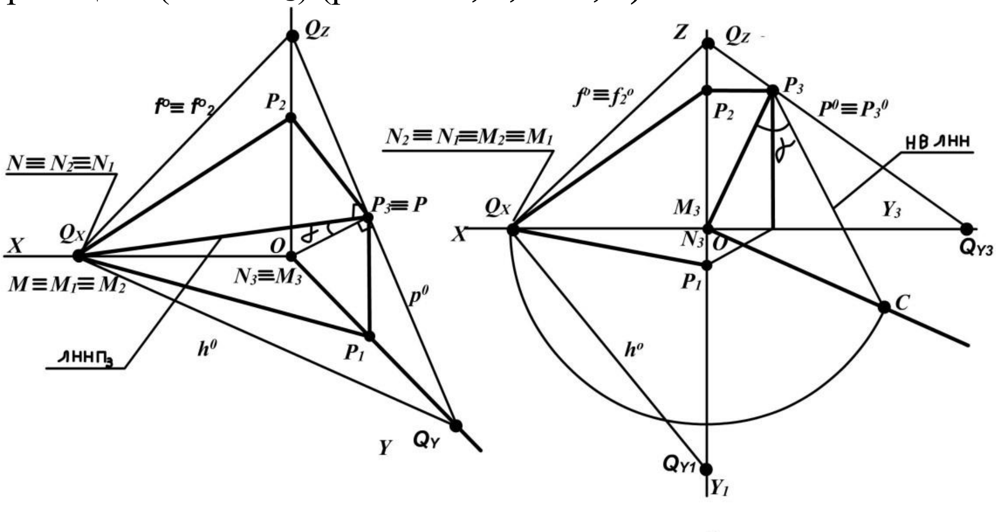


Рис. 5.19. Построение ЛНН Π_3 и определение $\angle\gamma$

При построении ЛНН Π_3 к профильной плоскости проекций несколько изменим подход.

Пусть (ЛНН Π_3) проходит через точку схода следов Q_x плоскости Q. Следовательно, её горизонтальный и фронтальный следы совпадают и расположены в точке Q_x. Следовательно, профильная проекция этих следов расположена на профильной плоскости проекций Π_3 в начале координат. Поэтому из начала координат на профильный след P^0 плоскости Q проведем перпендикуляр. Полученная точка является профильным следом P ЛНН Π_3 и профильной проекцией P_3 ($P=P_3$). Спроецировав её на горизонтальную и фронтальную плоскости проекций, находим P_1 и P_2, а следовательно, и горизонтальную M_1P_1, и фронтальную M_2P_2 проекции ЛНН Π_3. На пространственном макете прямая, соединяющая точки Q_x и $P=P_3$, является искомой линией наибольшего наклона к профильной плоскости. Угол γ между ЛНН $П_3$ и ее профильной проекцией (ЛНН $П_3$)$_3$ является углом наклона плоскости Q к плоскости $П_3$.

Натуральную величину угла γ определим на комплексном чертеже, таким же образом, как и в предыдущих двух случаях.

Прямая P_3C – натуральная величина ЛНН, а угол γ – НВ угла наклона плоскости Q к профильной плоскости проекций $П_3$.

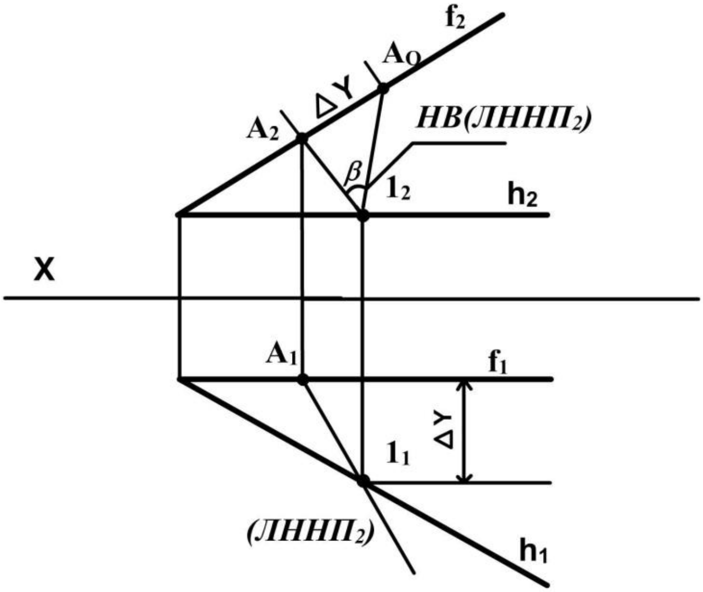


Рис. 5.20. Определение угла ∠β наклона плоскости $P\{h \times f\}$ к фронтальной плоскости проекций

Пример 1

Рассмотрим пример определения угла наклона плоскости P, заданной пересекающимися прямыми, к фронтальной плоскости проекций $П_2$.

Дано: плоскость $P\{h\ x\ f\}$ задана двумя пересекающимися прямыми уровня – горизонталью и фронталью.

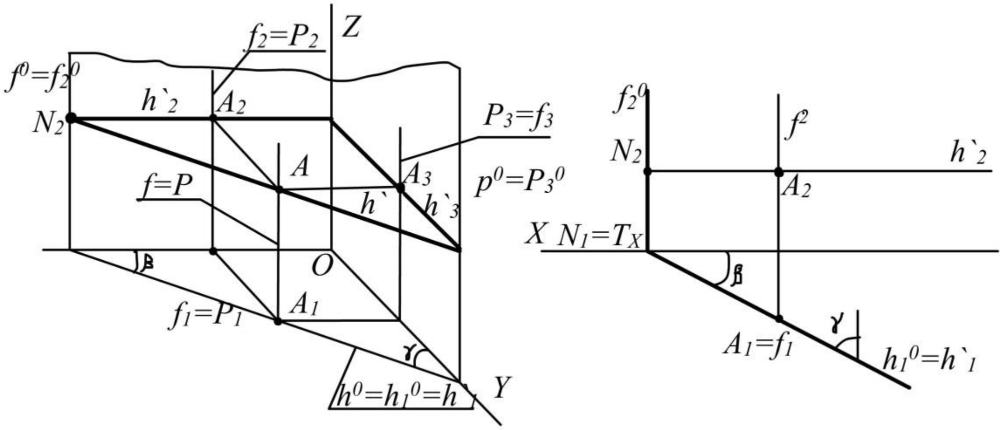
Определить: угол наклона плоскости P к фронтальной плоскости проекций $П_2$.

Решение задачи приведено на рис 5.20.

Процесс решения задачи по шагам в электронной версии учебника (рис. 5.20).

Пример 2

Рассмотрим построение ЛНН*П* в случае, если плоскость проецирующая (рис. 5.21, *а*, 5.21, *б*)



а ***б***

Рис. 5.21. Угол $\angle\beta$ горизонтально проецирующей плоскости $T\{h{\times}f\}$

Дано: горизонтально-проецирующая плоскость $T\{h^0 \times f^0\}$ задана следами.

В плоскости $T\{h^0 \times f^0\}$ через точку A, принадлежащую плоскости T, провести горизонталь h и фронталь f. **Определить углы наклона плоскости *T* к плоскостям проекций.**

Горизонтально-проецирующая плоскость перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций Π_1 и, следовательно, параллельна оси $0Z$. Но ось $0Z$ – это линия пересечения фронтальной Π_2 и профильной Π_3 плоскости проекций, а значит, ось $0Z$ принадлежит каждой из этих плоскостей проекций. Но тогда любая фронталь и профильная прямая горизонтально-проецирующей плоскости, проходящие через заданную точку, во-первых, –

совпадают, во-вторых, – параллельны оси $0Z$, и, значит, перпендикулярны горизонтальной плоскости проекций Π_1, т.е. являются горизонтально-проецирующими прямыми, в-третьих, перпендикулярны горизонтальному следу плоскости. На комплексном чертеже фронтальная и профильная проекции фронтали (профильной прямой) перпендикулярны осям X и Y_3 соответственно. Горизонтальная проекция такой фронтали – точка $(A_1 = f_1)$.

Горизонтальные проекции всех горизонталей плоскости T совпадают с горизонтальной проекцией горизонтального следа плоскости. Фронтальные проекции горизонталей параллельны оси X, а профильные – оси Y_3.

Горизонтали и фронтали (профильные прямые) горизонтально-проецирующей плоскости взаимно перпендикулярны: h перпендикулярна f и h перпендикулярна p.

Найдем углы наклона рассматриваемой плоскости $T\{h^0 \times f^0\}$ к плоскостям проекций.

Вспомним! Угол наклона плоскости к плоскости проекций – это линейный угол, образованный линией наибольшего наклона (ЛНН) к этой плоскости проекций и проекцией этой ЛНН в эту плоскость.

Из условия задачи следует, что угол $\angle\alpha$ равен 90°, так как плоскость T горизонтально-проецирующая. Найдем угол $\angle\beta$ между плоскостью T и фронтальной плоскостью проекций.

Для этого необходимо построить (ЛННΠ_2) и её проекцию (ЛННΠ_2)$_2$. По определению (ЛННΠ_2) перпендикулярна к f. Выше мы нашли, что h перпендикулярна f, т.е. линия наибольшего наклона к фронтальной плоскости проекций совпадает с горизонталью, в нашем случае с горизонтальным следом, а (ЛННΠ_2)$_2$ – совпадает с осью $0X$, т.е. угол β на комплексном чертеже образован горизонтальной проекцией горизонтального следа плоскости и осью $0X$.

Аналогично найдем угол γ между плоскостью T и профильной плоскостью проекций. (ЛННΠ_3) перпендикулярна p, а p перпендикулярна h, т.е. (ЛННΠ_3) = h, (ЛНН$П_3$)$_3$ = $0Y$, а угол $\angle\gamma$ на комплексном чертеже образован горизонтальной проекцией горизонтального следа плоскости и осью $0Y_1$.

5.6. Взаимное расположение плоскостей

Две плоскости в пространстве могут быть:

- параллельными;
- пересекающимися.

5.6.1. Параллельные плоскости

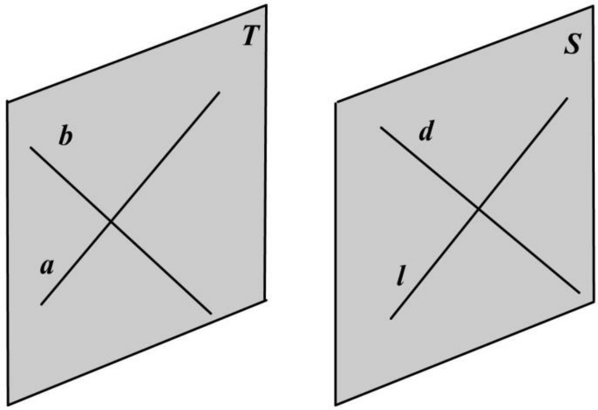


Рис. 5.22. Параллельные плоскости $T\{a \times b\}$ и $S\{l \times d\}$

На рис. 5.22 изображены две параллельные плоскости T и S.

Из элементарной геометрии известно: если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны в пространстве.

На рис. 5.22 прямые a, b принадлежат плоскости T, т.е. $T\{a \times b\}$, а прямые l, d задают плоскость $S\{l \times d\}$. При этом, $a \parallel l$, а $b \parallel d$, следовательно, плоскости T и S параллельны ($T \parallel S$).

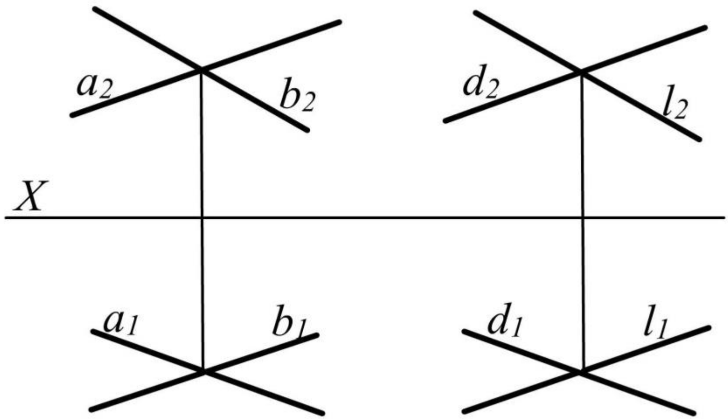


Рис. 5.23. Параллельные плоскости $T\{a \times b\}$ и $S\{l \times d\}$

На комплексном чертеже (рис 5.23) две пары пересекающихся прямых a, b и c, d, заданных проекциями, задают две параллельные плоскости, так как их одноименные проекции параллельны $a_1 \parallel d_1$, $a_2 \parallel d_2$; $b_1 \parallel l_1$, $b_2 \parallel l_2$.

Рассмотрим пример построения параллельных плоскостей (рис. 5.24)

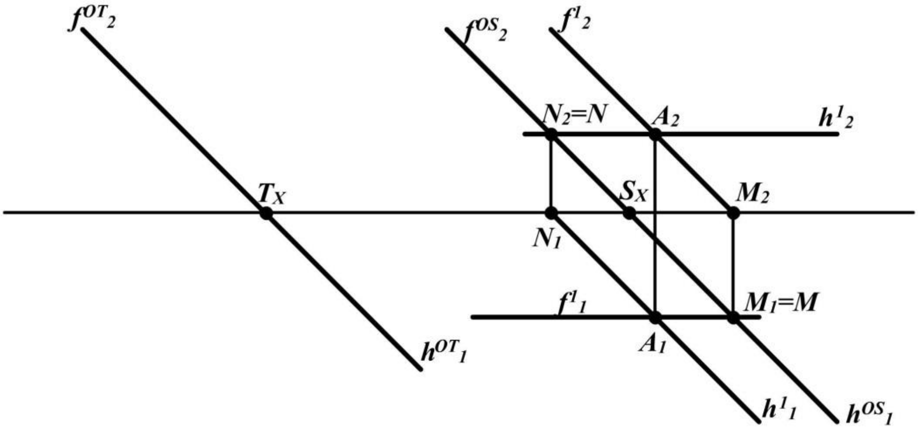


Рис. 5.24. Построение плоскости S$\{h^0, f^0\}$ проходящей через точку A и параллельную плоскости $T\{h^0, f^0\}$

Дано: плоскость $T\{h^{0T} \times f^{0T}\}$, заданная следами h^{0T} и f^{0T}, равнонаклонена к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций.

Точка A (A_1, A_2), заданная двумя проекциями A_1, A_2, расположена вне плоскости T.

Построить: плоскость S, параллельную плоскости T и проходящую через точку A, причем плоскость S задать её следами.

Сначала зададим плоскость S двумя пересекающимися прямыми, в качестве которых выберем горизонталь h^1 и фронталь f^1 плоскости S. Горизонтальная проекция f_1^1 этой фронтали проходит через горизонтальную проекцию A_1 точки A параллельно оси $0X$. Аналогично через точку A проведем горизонталь h^1 плоскости S. Её горизонтальная проекция h_1^1 параллельна горизонтальному следу h_1^{0T} плоскости T, а фронтальная h_2^1 – параллельна оси X. Плоскость S задана пересекающимися в точке A горизонталью h^1 и фронталью f^1, $S\{h^1 \times f^1\}$, но не следами, как требуется по условию задачи. Перезададим плоскость S следами. Для этого найдём фронтальный след N горизонтали h^1 и горизонтальный след M фронтали f^1. Точки M и N принадлежат как плоскости S, так и плоскостям проекций Π_1 и Π_2 соответственно. Следовательно, горизонтальный след h_1^{0S} плоскости S проходит через точку M параллельно горизонтальному следу h_1^{0T} плоскости T, а фронтальный след f_2^{0S} в плоскости S – через точку N параллельно фронтальному следу f_2^{0T} плоскости T.

Задача решена.

Процесс решения задачи по шагам в электронной версии учебника (рис. 5.24).

5.6.2. Пересекающиеся плоскости

Рассмотрим построение линий пересечения двух плоскостей. Две плоскости пересекаются по прямой, которая называется линией пересечения плоскостей. Пример пересечения плоскостей Q и P показан на рисунке 5.25.

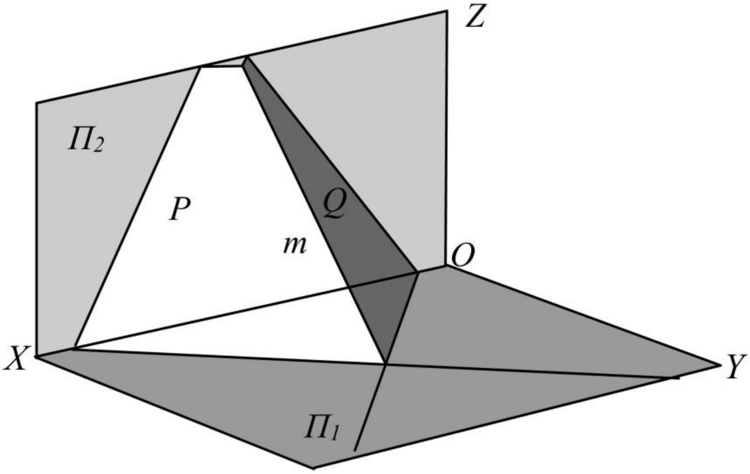
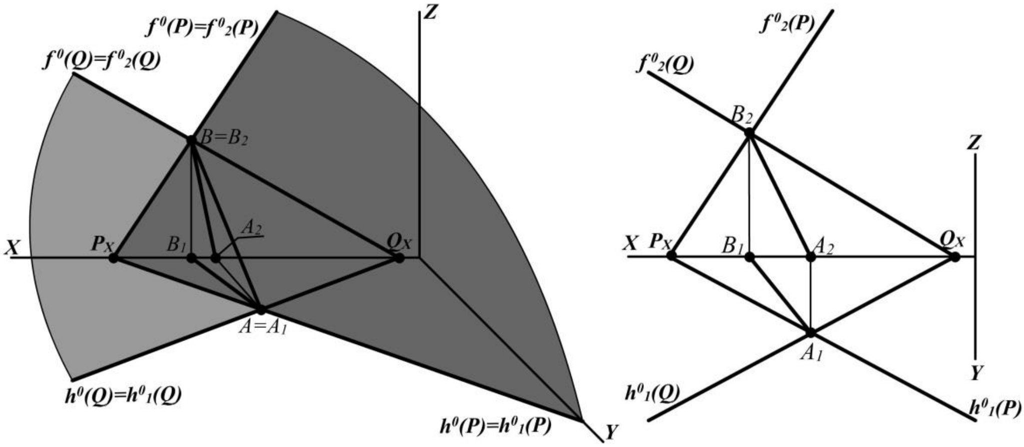


Рис. 5.25. Линия пересечения плоскостей Q и P

Чтобы построить линию пересечения двух плоскостей, необходимо найти, по крайней мере две точки, наверняка принадлежащие этим плоскостям.



а *б*

Рис. 5.26. Построение линии пересечения двух плоскостей, заданных пересекающимися следами

Такие точки найти достаточно просто, если:

- плоскости заданы следами, причем проекции этих следов пересекаются в пределах чертежа (рис 5.26);

- плоскость общего положения (задана любым способом) пересекается с проецирующей плоскостью (проецирующая плоскость может быть задана только своим следом) (рис. 5.27).

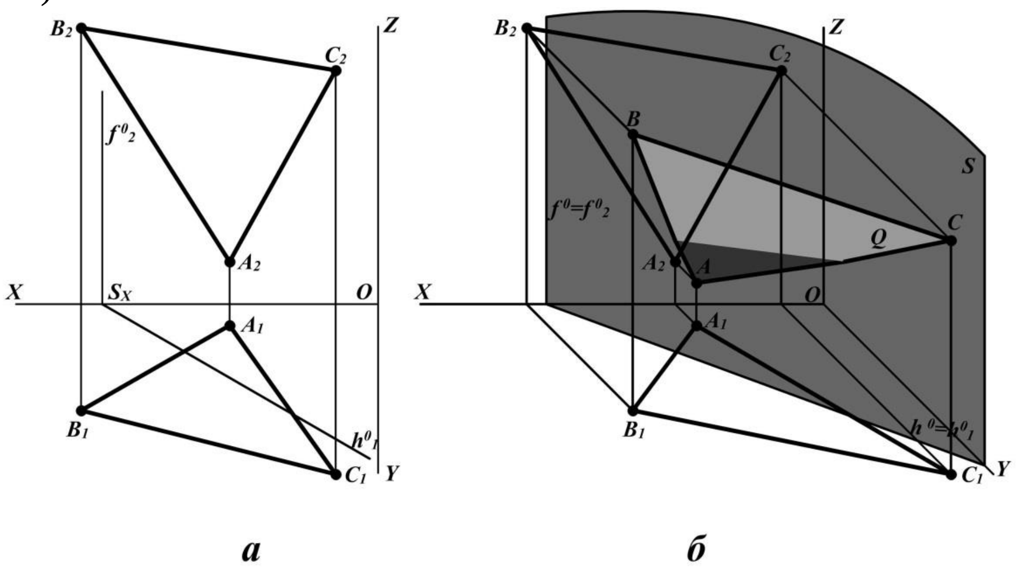


Рис. 5.27. Линия пересечения плоскостью общего положения с проецирующей плоскостью

В электронной версии (рис. 5.26 и рис. 5.27) выполнено построение чертежей с детальными пояснениями.

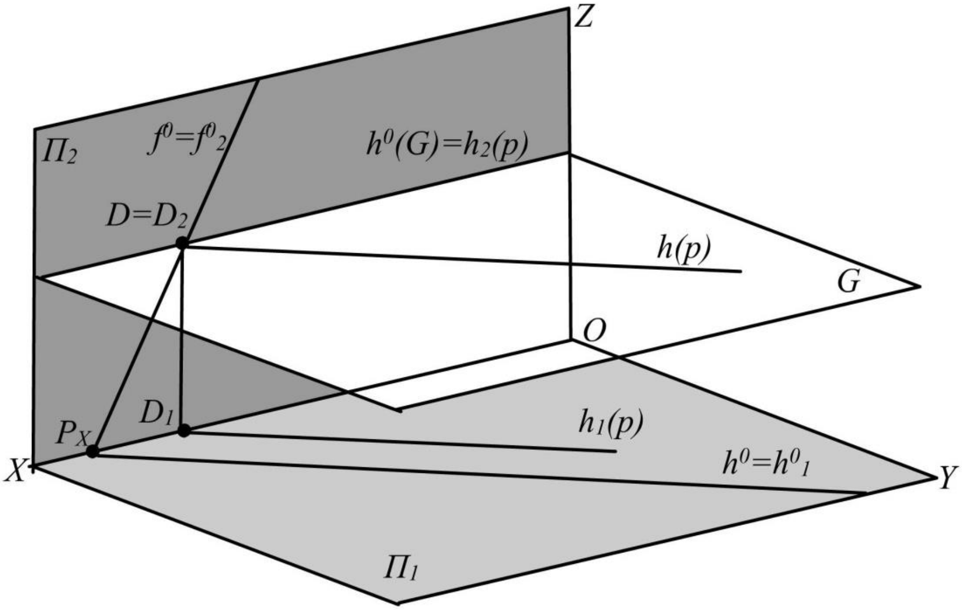


Рис. 5.28. Линия пересечения плоскостью общего положения с плоскостью уровня

На рис. 5.28 плоскость общего положения пересекается с плоскостью уровня. **Плоскость уровня пересекается с плоскостью общего положения по соответствующей линии уровня.** В приведенном примере горизонтальная плоскость уровня *G* пересекается с плоскостью *P* общего положения по горизонтали *h*(*P*).

Рассмотрим построение линии пересечения в общем случае.

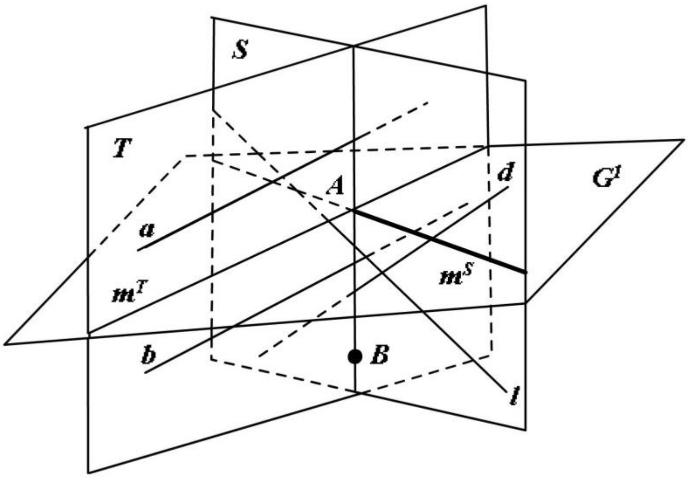


Рис. 5.29. Построение линии пересечения плоскостей общего положения с помощью плоскостей - посредников

Не нарушая общности, примем, что плоскости задаются двумя прямыми: параллельными или пересекающимися. Однако в общем случае задающие прямые одной плоскости скрещиваются с задающими прямыми другой плоскости. На рис. 5.29 плоскость $T\{a||b\}$ общего положения задана двумя параллельными прямыми a и b, а плоскость $S\ \{d \times l\}$ – двумя пересекающимися прямыми d и l. Прямые a, d и l, а также b, d и l – скрещивающиеся.

Поэтому чтобы построить линию пересечения плоскостей S и T, необходимо воспользоваться вспомогательной плоскостью-посредником G^1.

Сущность этого метода заключается в следующем. Пересечем вспомогательной плоскостью-посредником G^1 обе заданные плоскости S и T. Пусть плоскости G^1 и S пересекаются по прямой m^S, а плоскости G^1 и T по прямой m^T. Очевидно, что прямые m^S и m^T лежат в одной плоскости G^1 и пересекаются в точке A. Следовательно, точка A принадлежит как плоскости G^1, так и заданным плоскостям S и T, т.е. принадлежит линии их пересечения. Прямая задается двумя точками. Введя еще одну плоскость-посредник G^2(как правило, $G^1 \parallel G^2$, так как в этом случае построение на комплексном чертеже упрощается), получим вторую точку линии пересечения – точку B.

Проиллюстрируем применение приведенного алгоритма на следующем примере. Причем чтобы выделить именно необходимые построения и не затемнять комплексный чертеж второстепенными построениями, примем, что пересекающиеся плоскости заданы следами, но фронтальные следы пересекаются вне пределов чертежа.

Рассмотрим пример построения линии пересечения таких плоскостей (рис. 5.30). Построение выполним по шагам одновременно на пространственном макете и комплексном чертеже.

Пример

Дано: плоскости общего положения $P\{h^0(P) \times f^{\,0}(P)\}$ и $Q\{h^0(Q) \times f^{\,0}(Q)\}$, заданные следами, причем $f^{\,0}(P)$ и $f^{\,0}(Q)$ пересекаются вне пределов чертежа.

Построить линию пересечения m этих плоскостей.

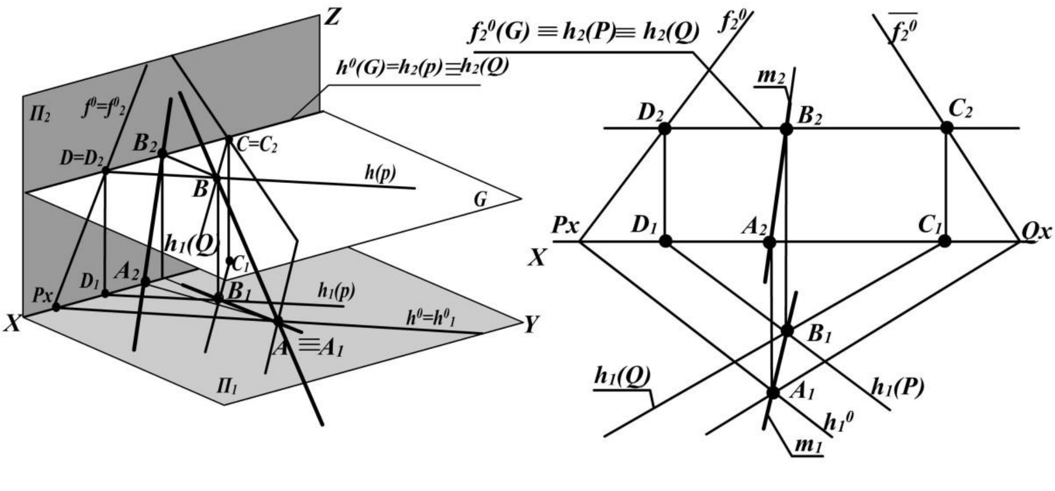


Рис. 5.30. Построение линии пересечения плоскостей общего положения с помощью плоскости уровня

Проецирование чертежа с подробными пояснениями выполнено в электронной версии учебника (рис. 5.30).

5.7. Взаимное расположение прямой и плоскости

Прямая может принадлежать плоскости, быть ей параллельной или пересекаться с нею, в частном случае быть перпендикулярной плоскости. Рассмотрим эти случаи подробнее.

5.7.1. Условия принадлежности прямой плоскости

Прямая принадлежит плоскости:

• если она проходит через две точки, наверняка принадлежащие плоскости;

• если она проходит через одну точку плоскости, параллельно прямой, лежащей в этой плоскости.

Вспомните, что точка принадлежит плоскости, если она лежит на какой-либо прямой этой плоскости.

Эти определения позволяют решать задачи на комплексном чертеже. Рассмотрим следующие примеры.

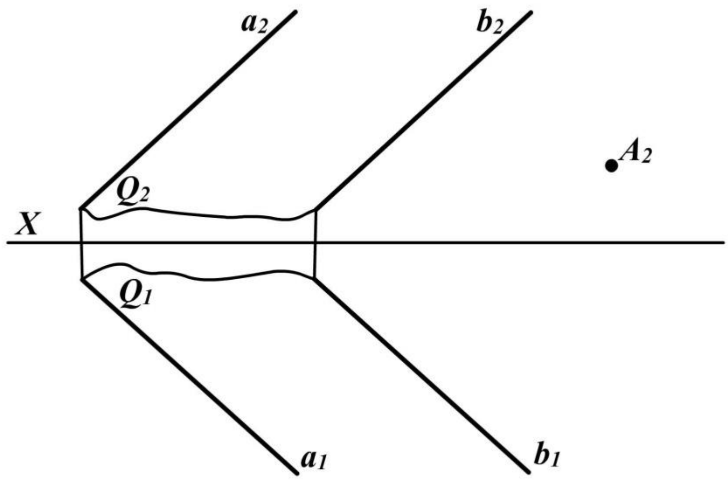


Рис. 5.31. Точка A, заданная фронтальной проекцией A_2. принадлежит плоскости Q $\{a||b\}$

Пример 1 (рис. 5.31)

Дано: плоскость $Q\{a \,||\, b\}$, заданная двумя параллельными прямыми $a \,||\, b$, на комплексном чертеже $a_1 \,||\, b_1$ и $a_2 \,||\, b_2$. Точка A, принадлежащая плоскости Q, задана фронтальной проекцией A_2.

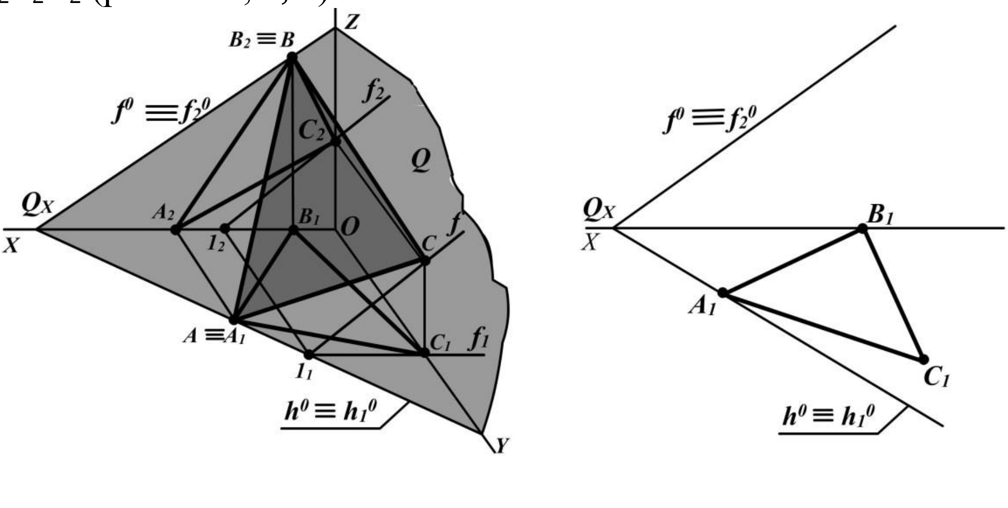
Построить недостающую горизонтальную проекцию A_1 точки A.

Выполните построение комплексного чертежа самостоятельно. Помощь можно найти в электронной версии учебника (рис. 5.31).

Пример 2 (рис. 5.32)

Дано: плоскость $Q\{h^0 \times f^0\}$, задана следами $h^0 = h_1^0$ и $f^0 = f_2^0$ (на комплексном чертеже h_1^0 и f_2^0). Лежащий в плоскости Q треугольник ABC представлен своей горизонтальной проекцией $A_1B_1C_1$.

Построить фронтальную проекцию этого треугольника $A_2B_2C_2$ (рис. 5.32, *а*, *б*) самостоятельно.



а **б**

Рис. 5.32. ΔABC лежит в плоскости $Q\ \{h^0, f^0\}$

Помощь вы сможете найти в электронной версии учебника (рис. 5.32).

5.7.2. Прямая, параллельная плоскости

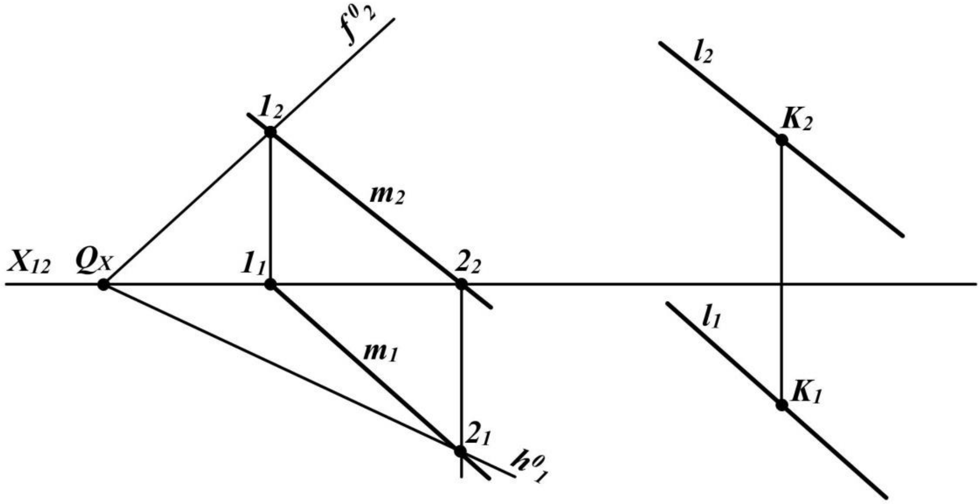


Рис. 5.33. Прямая *l*, проходящая через точку K, параллельна плоскости $Q\ \{h^0, f^0\}$

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости.

Рассмотрим наиболее характерные задачи, иллюстрирующие это определение.

Задача 1 (рис. 5.33)

Дано: плоскость $Q\{h^0 \times f^0\}$ общего положения, заданная следами. Точка $K(K_1, K_2)$, заданная на комплексном чертеже двумя проекциями. Точка *K* лежит вне плоскости *Q*. Прямая *l*, проходящая через точку *K*, задана фронтальной проекцией l_2. Прямая *l* параллельна плоскости *Q*.

Построить: недостающую горизонтальную проекцию l_1 прямой *l*.

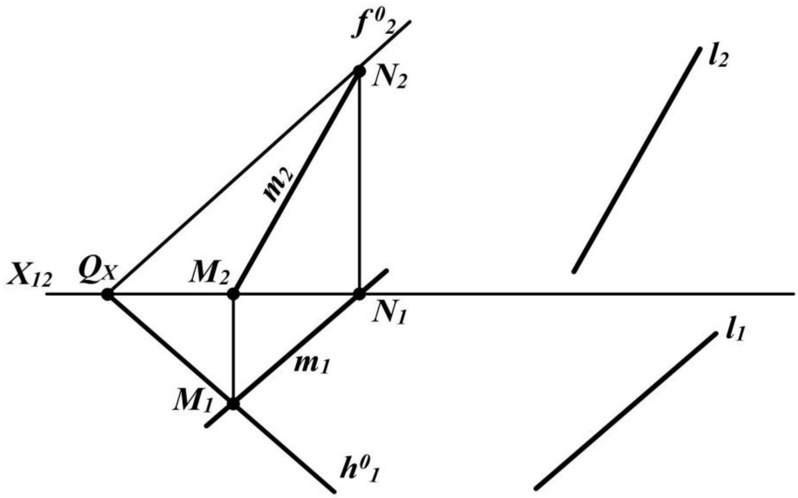


Рис. 5.34. Прямая *m*, лежащая в плоскости $Q\{ h^0, f^0\}$ параллельна прямой *l*

Задача 2 (рис. 5.34)

Дано: на комплексном чертеже прямая *l* задана своими проекциями $l(l_1,\ l_2)$. Плоскость *Q* задана горизонтальным следом $h^0 = h_1^{0.}$ Причём прямая *l* параллельна плоскости *Q*: $l \parallel Q$.

Построить: недостающий фронтальный след $f^{\,0} = f_2^0$ плоскости *Q*.

В электронной версии учебника приведены ответы и подробные решения задач 1 и 2 (рис. 5.33 и рис. 5.34).

5.7.3. Прямая пересекается с плоскостью

Если прямая пересекается с плоскостью, то возникает задача определения точки пересечения (иногда говорят точки встречи) прямой с плоскостью. Эта задача представляет как самостоятельный интерес, так и является одним из основных блоков при решении других, более сложных задач, например определение расстояний от точки до плоскости, построения линий пересечения поверхностей и т.п.

Алгоритм определения точки пересечения прямой с плоскостью.

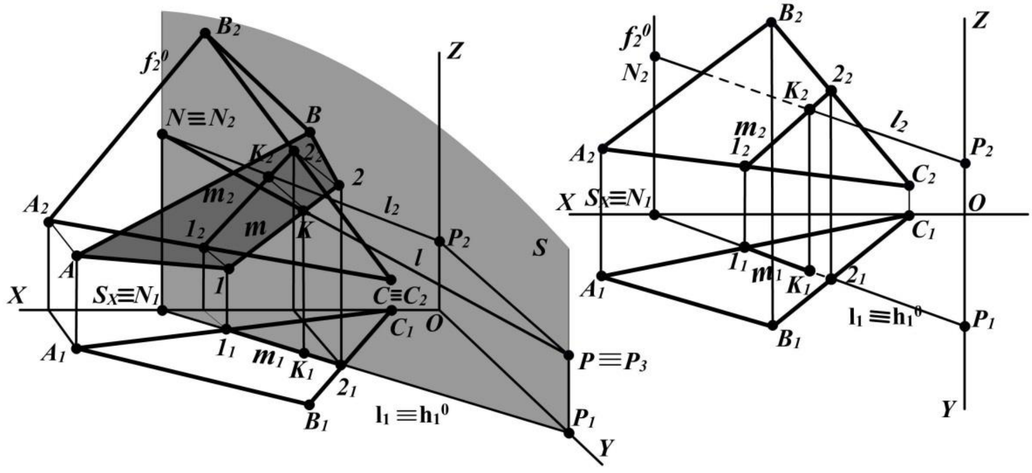
Чтобы найти точку *K* встречи прямой *l* с плоскостью *Q*, необходимо:

1. Заключить прямую *l* во вспомогательную плоскость. Если прямая общего положения, то её заключают в проецирующую плоскость. Прямые уровня заключают в плоскость общего положения.

2. Построить линию *m* пересечения заданной плоскости со вспомогательной.

3. Точка *K* пересечения заданной прямой *l* с линией *m* является искомой точкой пересечения прямой с плоскостью.

Применим приведенный выше алгоритм для решения задачи нахождения точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения.



а **б**

Рис. 5.35. Построение точки *K* пересечения прямой *l* с плоскостью $Q\{\Delta ABC\}$

Задача (рис. 5.35)

Дано: прямая *l* общего положения пересекается с плоскостью *Q* общего положения, заданной треугольником *ABC*.

Определить: точку *K* пересечения прямой *l* с плоскостью *Q* {*ABC*}.

Решение данной задачи приведено на пространственном макете, рис. 5.35, *а* и на комплексном чертеже, рис. 5.35, *б*. Так как чертежи достаточно сложные и насыщенные, то в электронной версии приведено решение задачи по шагам (рис. 5.35). Рекомендуем внимательно изучить его.

Определение точки пересечения прямой с плоскостью существенно упрощается, если хотя бы один из геометрических элементов (прямая или плоскость) занимают проецирующее положение. При этом возможны следующие случаи:

- прямая общего положения *l* пересекается с проецирующей плоскостью *Q*, перпендикулярной $П_K$ (*K*=1, 2, 3) (рассмотрим в примере 1);

- проецирующая прямая *l* перпендикулярна $П_K$ (*K*=1, 2, 3), пересекается с плоскостью *Q* общего положения (рассмотрим в примере 2);

- проецирующая прямая *l* перпендикулярна $П_K$ (*K*=1, 2, 3), пересекается с проецирующей плоскостью *Q*, перпендикулярной $П_K$ (*K*=1, 2, 3) (рассмотрим в примере 3).

Рассмотрим эти частные случаи.

Пример 1 (рис. 5.36)

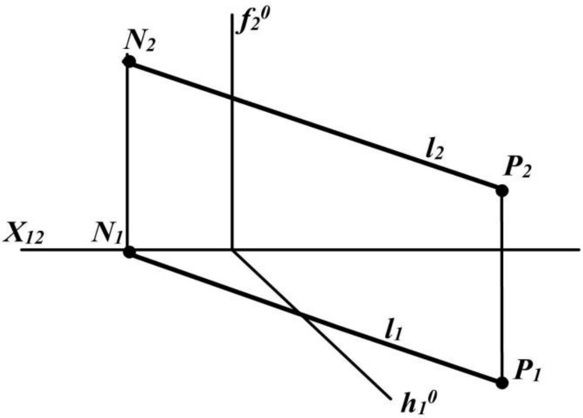


Рис. 5.36. Точка K пересечения прямой l общего положения с горизонтально- проецирующей плоскостью $S\{ h^0, f^0\}$

Дано: прямая общего положения l (на комплексном чертеже задана проекциями l_1, l_2), горизонтально-проецирующая плоскость S $\{ h^0 \times f^0 \}$ перпендикулярна $П_1$.

Определить: точку пересечения K (K_1, K_2) прямой l с плоскостью S.

Найдите точку пересечения на комплексном чертеже самостоятельно, а помощь сможете найти в электронной версии учебника (рис. 5.36, *а*, *б*).

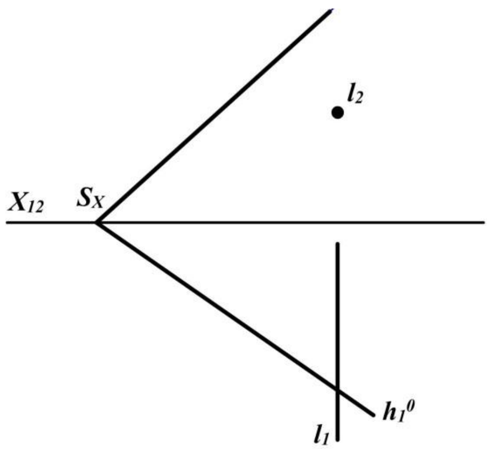


Рис. 5.37. Точка K пересечения фронтально-проецирующей прямой l с плоскостью общего положения $S\{ h^0, f^0\}$

Пример 2 (рис. 5.37)

Дано: плоскость общего положения S $\{h \times f\}$ задана следами. Прямая $l\{l_1, l_2\}$ перпендикулярна Π_2 – фронтально-проецирующая. (рис. 5.37)

Построить точку пересечения прямой l с плоскостью S на комплексном чертеже самостоятельно.

Помощь и ответ вы сможете найти в электронной версии учебника (рис. 5.37, *а*, *б*).

Пример 3 (рис. 5.38)

Дано: горизонтально проецирующая прямая l перпендикулярна Π_1, пересекается с фронтально-проецирующей плоскостью S, перпендикулярной Π_2. (рис. 5.38).

Построить точку пересечения K прямой l с плоскостью S на комплексном чертеже самостоятельно.

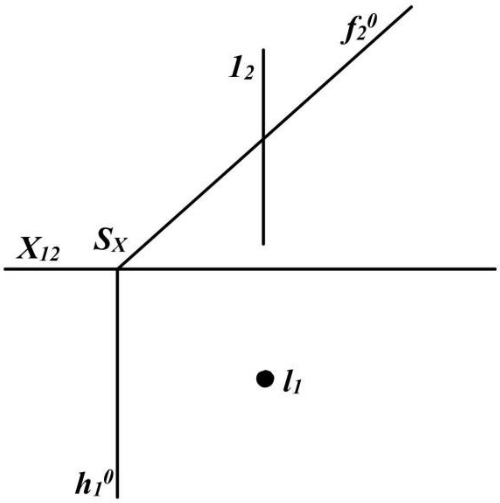


Рис. 5.38. Точка K пересечения горизонтально-проецирующей прямой l с фронтально-проецирующей плоскостью S { h^0, f^0}

Подробную помощь и ответ найдете в электронной версии учебника(рис. 5.38, *а, б*).

5.7.4. Прямая, перпендикулярная плоскости

Прямая *a* пересекается с плоскостью *S*, под углом θ, образованным прямой *a* и её проекцией a_s на заданную плоскость *S*.

Этот угол может изменяться в пределах от 0° до 180°.

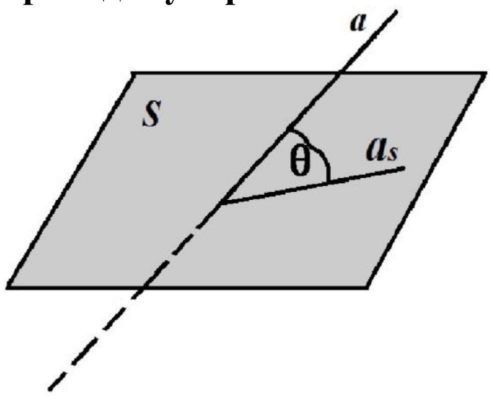
Если угол θ равен 0° или 180°, то, очевидно, прямая принадлежит плоскости.

Если угол θ = 90°, то прямая перпендикулярна плоскости.

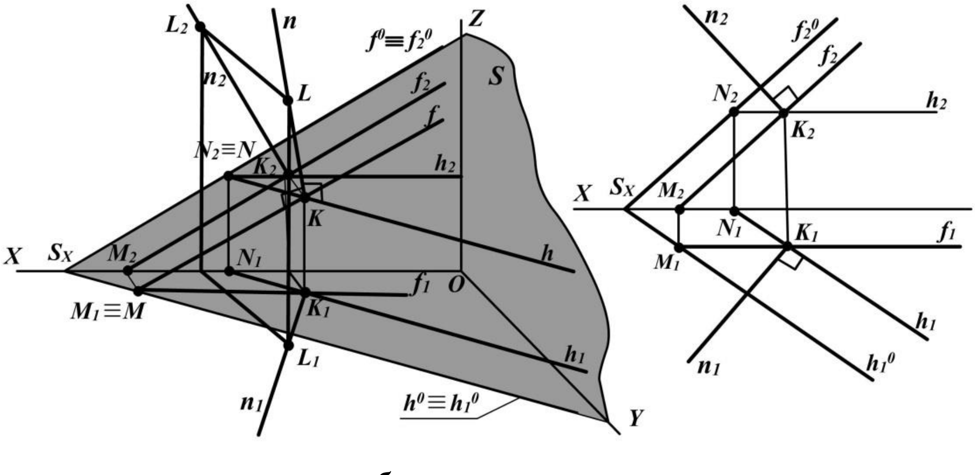
Из курса элементарной геометрии известно: **прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости.**

Чтобы построить перпендикуляр к плоскости на комплексном чертеже, вспомним, когда прямой угол проецируется без искажений в прямой угол.

Прямой угол проецируется в прямой, если хотя бы одна из его сторон параллельна плоскости проекций, а вторая ей не перпендикулярна.



а



б *в*

Рис. 5.39. Угол θ между прямой a и плоскостью S

В плоскости всегда можно провести прямые, параллельные плоскости проекций, – прямые уровня (горизонтали, фронтали, профильные прямые). Из приведенного выше следует:

если прямая n перпендикулярна плоскости $S\{h \times f\}$, то на комплексном чертеже горизонтальная проекция перпендикуляра n_1 перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали h_1, а фронтальная проекция перпендикуляра n_2 перпендикулярна фронтальной проекции фронтали f_2.

$n \perp S\{h \times f\} \Rightarrow n_1 \perp h_1$ и $n_2 \perp f_2$ (рис. 5.39, *б, в*).

Решение задачи динамическом варианте приведено в также в электронной версии (рис. 5.39).

5.7.5. Определение расстояния от точки до плоскости

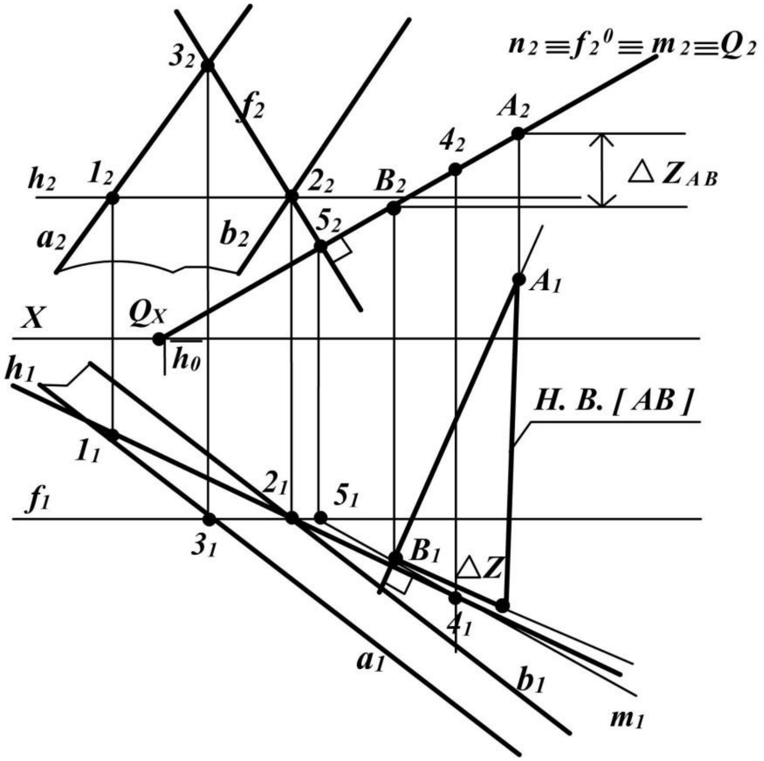


Рис. 5.40. Прямая n перпендикулярна плоскости $S\{\ h^0\ ,\ f^0\}$

Определение расстояния от точки до плоскости – одна из ключевых задач инженерной графики. Такая задача решается на комплексном чертеже (рис. 5.40).

Дано: точка A (A_1, A_2) задана проекциями и плоскость общего положения задана параллельными прямыми $a(a_1, a_2)$ и $b(b_1, b_2)$, заданными проекциями. Определить расстояние от точки A до плоскости. На примере решения этой задачи рассмотрим алгоритм построения комплексного чертежа.

1. Из точки A необходимо опустить перпендикуляр n к плоскости S. Для этого в плоскости S проводят горизонталь h и фронталь f. Горизонтальная проекция перпендикуляра n_1 перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали h_1 плоскости, а фронтальная проекция перпендикуляра n_2 перпендикулярна фронтальной проекции фронтали f_2.

$A \in n \perp S\ \{h \times f\} \Rightarrow A_1 \in n_1 \perp h_1$ и $A_2 \in n_2 \perp f_2$.

2. Определить точку B пересечения перпендикуляра n с плоскостью S. Для этого необходимо заключить перпендикуляр n в плоскость Q:

- построить линию пересечения m плоскостей S и Q;
- определить искомую точку B как точку пересечения прямых m и n

$B = m \times n$.

3. Определить натуральную величину отрезка AB.

Чертеж на рис. 5.40 построен согласно алгоритму. Рекомендуем выполнить построение аналогичного чертежа самостоятельно, а если вам нужна помощь, вы ее найдете в электронной версии учебника (рис. 5.40).

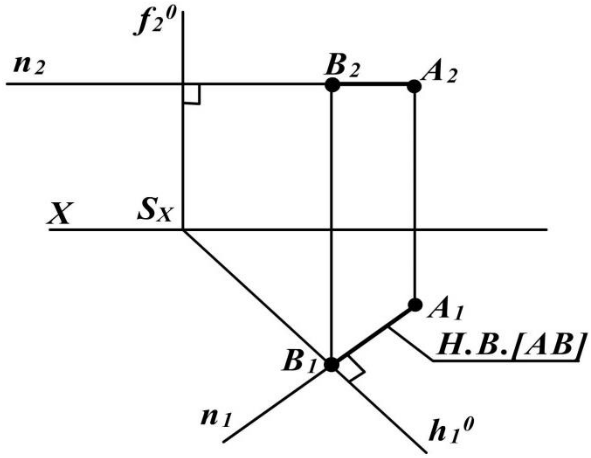


Рис. 5.41. Расстояние от точки A до горизонтально проецирующей плоскости
$S\{\ h^0\ ,f^{\,0}\}$

Рассмотрим еще пример (рис. 5.41).

Дано: точка $A\ (A_1,A_2)$ задана двумя проекциями A_1 и A_2. Плоскость S перпендикулярна Π_1 (горизонтально-проецирующая) задана горизонтальной проекцией h_1^0 горизонтального следа h^0 и f_2^0 перпендикулярно оси X.

Определить расстояние от точки A до плоскости S.

Решение задачи и подробные пояснения к нему в электронной версии учебника (рис. 5.41).

Как видим, задача определения расстояния от точки до плоскости существенно упрощается, если плоскость – проецирующая.

Контрольные вопросы

1. Какие существуют способы задания плоскости?
2. Как может быть расположена плоскость относительно плоскостей проекций?
3. Чем на комплексном чертеже может быть задана проецирующая плоскость?
4. Какие есть линии уровня и как они изображаются на комплексном чертеже?
5. Можно ли провести проецирующую плоскость через прямую общего положения?
6. Как могут быть расположены две плоскости относительно друг друга?
7. Как могут быть расположены плоскость и прямая относительно друг друга?
8. Приведите алгоритм нахождения точки пересечения прямой с плоскостью.

6. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

…Принципы геометрии являются принципами всей математики.
О.Хайам

В начертательной геометрии и инженерной графике часто встречаются метрические задачи, такие, как:

- нахождение натуральной величины отрезка прямой, отсека плоскости или другого объекта проектирования;
- нахождение углов наклона плоскости или прямой к плоскостям проекций;
- нахождение расстояния между объектами проектирования и другие.

Решение таких задач существенно упрощается, если объекты проецирования по отношению к плоскостям проекций перевести в специальное (частное) положение.

Методы перевода основаны на двух основных принципах:

1. Неподвижный объект проецирования переводится в частичное положение изменением расположения плоскостей проекций (изменением системы координат).
2. В неподвижной системе координат объект проецирования переводится в частное положение его перемещением или поворотом.

Рассмотрим способы решения таких задач.

6.1. Проецирование на дополнительную плоскость

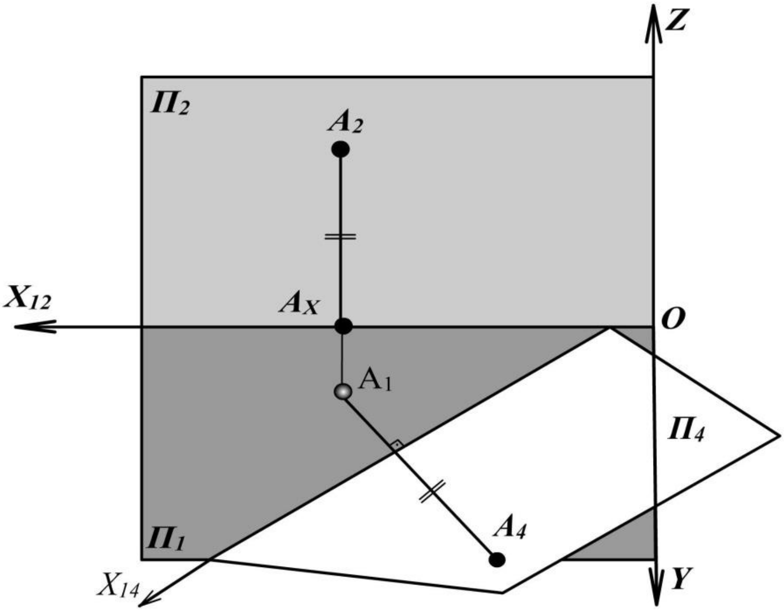


Рис. 6.1. Введение дополнительной плоскости проекций, перпендикулярной Π_1

Этот метод также называют методом замены плоскости проекций.

На рис. 6.1. выполнено проецирования точки A, заданой проекциями A_1, A_2 на вспомогательную плоскость Π_4, которая перпендикулярна плоскости Π_1. Линия пересечения плоскостей Π_1 и Π_4 – ось X_{14}.

В электронной версии (рис. 6.1) пошагово выполнено проецирование точки на вспомогательную плоскость, а также преобразование при этом комплексного чертежа.

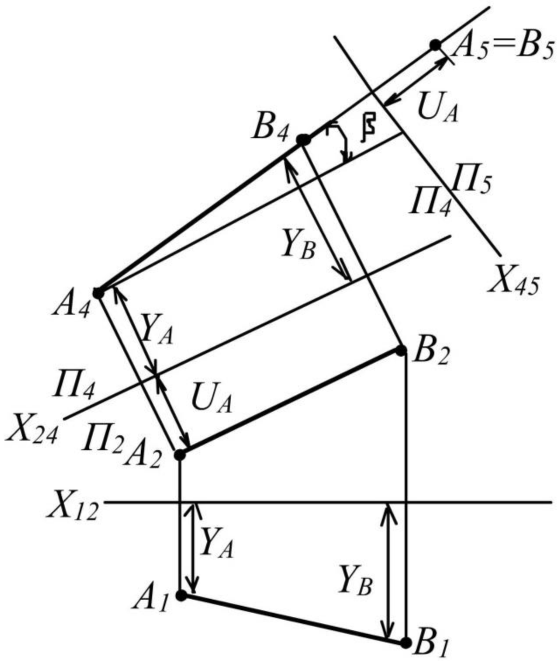


Рис. 6.2. Построение двух замен плоскостей проекций $\Pi_4 \perp \Pi_1$ и $\Pi_4 \,||\, (AB)$; $\Pi_5 \perp \Pi_4$ и $\Pi_5 \perp (AB)$

Рассмотрим (рис. 6.2) проецирование прямой AB общего положення, заданой проекциями A_1B_1 и A_2B_2 на дополнительные плоскости .

Сначала преобразуем прямую AB из прямой общего положения в прямую уровня и найдем натуральную величину отрезка $|AB|$, а потом прямую уровня преобразуем в проецирующую прямую.

1. Преобразуем прямую AB общего положения в прямую уровня. Для этого спроецируем ее

на дополнительную плоскость Π_4. Плоскость Π_4 должна быть:

– перпендикулярна одной из плоскостей проекций Π_1 или Π_2 ;

– паралельна прямой AB.

Изберем $\Pi_4 \perp \Pi_2$, $\Pi_4 \,|\,|\, AB$. Тогда ось X_{14} (линия пересечения плоскостей Π_2 и Π_4) должна быть параллельна проекции A_2B_2 прямой. Из точек A_2 и B_2 проведем линии проекционных связей через ось X_{24} и отмеряем на них координаты Y_A, Y_B (как показано стрелками на рис. 6.2), найдем точки A_4, B_4. Отрезок $A_4 B_4$ – это натуральная величина прямой AB. В системе координат $П_2П_4$ прямая AB – прямая уровня.

Прямая AB наклонена к фронтальной плоскости $П_2$ под углом β.

Аналогичные построения можно выполнить на плоскости $П_1$. В этом случае будут найдены $НВ[AB]$ и угол наклона α прямой AB к плоскости $П_1$.

Выполните эти построения самостоятельно.

2. Для преобразования прямой уровня в проецирующую прямую, построим еще одну дополнительную плоскость $П_3$. Плоскость $П_3$ должна быть перпендикулярна плоскости $П_4$ и прямой AB ($П_3 \perp П_4$, $П_3 \perp AB$). Напомним, что прямая AB в системе координат $П_2П_4$ – прямая уровня по отношению к плоскости $П_4$.

Чтобы выполнить условие: $П_3 \perp П_4$, $П_3 \perp AB$, ось X_{45} должна быть перпендикулярна проекции A_4B_4. На плоскость $П_3$ прямая AB проецируется в точку $A_5 = B_5$. В системе координат $П_4П_5$ прямая AB проецирущая по отношению к плоскости $П_3$. ***Аналогичные построения выполните самостоятельно на плоскости*** $П_1$.

Запомните! Одной заменой плоскостей проекций прямую общего положения можно сделать прямой уровня, при этом новая ось проекций располагается параллельно одной из проекций прямой.

Одной заменой плоскостей прямую уровня можно сделать проектирующей прямой, при этом новая ось проекций будет перпендикулярна проекции, соответствующей натуральной величине отрезка.

Алгоритм построения проекций на дополнительную плоскость:

- выбрать новую плоскость проекций $П_4$, *перпендикулярную* одной из заданных плоскостей проекций: $П_1$, $П_2$ или $П_3$ (в нашем примере $П_4 \perp П_2$);
- направление новой оси проекций определяется геометрическими условиями решаемого задания;
- положение новой оси проекций выбирается из условий компоновки чертежа, поскольку плоскость проекций можно переносить параллельно самой себе;
- из проекций точек на плоскость, которой перпендикулярна дополнительная плоскость проекций, проводятся новые линии проекционной связи, перпендикулярные новой оси проекций;
- по новой линии проекционной связи из точки пересечения ее с осью откладывается координата, соответствующая расстоянию от точки к плоскости проекций, которой перпендикулярна дополнительная плоскость, с учетом знака.

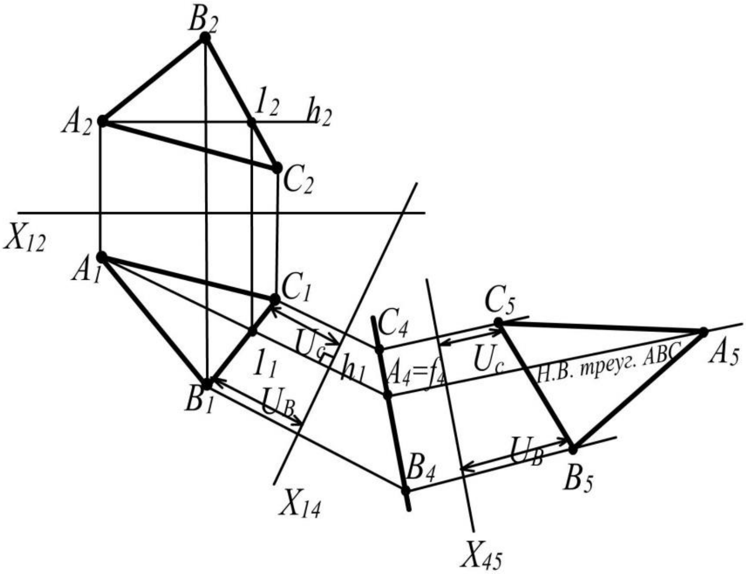


Рис. 6.3. Определение натуральной величины ΔABC двумя заменами плоскостей

$П_4 \perp П_1$ и $П_4 \perp \Delta ABC$; $П_5 \perp П_4$ и $П_5 || \Delta ABC$

Рассмотрим определение натуральной величины ΔABC методом замены плоскостей проекций (проецированием на вспомогательную плоскость) (рис. 6.3).

Задачу решим с помощью двух замен плоскостей проекций.

Спроецируем треугольник на вспомогательную плоскость Π_4, которая перпендикулярна Π_1 и плоскости треугольника. Чтобы выполнить эти условия, в треугольнике построим горизонталь h (h_1, h_2). Ось X_{14} должна быть перпендикулярна проекции h_1 горизонтали. При этом на плоскость Π_4 треугольник проецируется в прямую линию $C_4(A_4 = L_4)B_4$. По отношению к плоскости Π_4 треугольник – проецирующая плоскость.

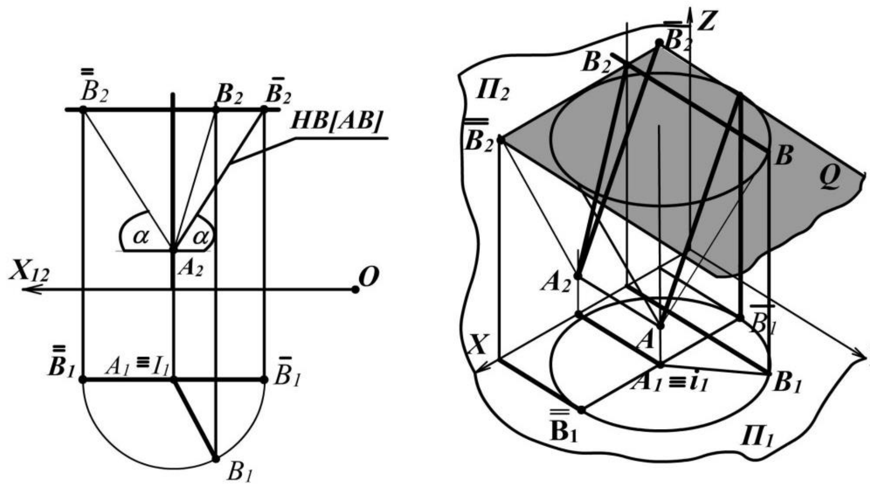
Чтобы определить натуральную величину треугольника, спроецируем треугольник на другую вспомогательную плоскость Π_5. $\Pi_5 \perp \Pi_4$ и Π_5 –параллельна плоскости треугольника. Эти условия выполняются, если ось X_{45} будет параллельна следу плоскости треугольника $C_4(A_4 = L_4)B_4$. На плоскость Π_5 треугольник проецируется в натуральную величину. По отношению к плоскости Π_5 треугольник – плоскость уровня.

Применение алгоритма замены плоскостей проекций для решения метрической задачи иллюстрируется в электронной версти (рис. 6.3, *а*). Рекомендуем внимательно ознакомится.

Запомните!

Одной заменой плоскостей проекций плоскость общего положения можно сделать проецирующей, при этом новая ось проекций будет перпендикулярна соответствующей линии уровня. Одной заменой плоскостей проекций проецирующую плоскость можно сделать плоскостью уровня, при этом новая ось проекции будет параллельна следу проектирующей плоскости.

6.2. Вращение вокруг оси, перпендикулярной одной из плоскостей проекций



а *б*

Рис. 6.4. Вращение прямой вокруг оси, перпендикулярной горизонтальной плоскости проекций

При проецировании на дополнительную плоскость геометрический объект (прямая, плоскость) оставался неподвижным, а проецирование осуществлялось на новую, специальным образом расположенную плоскость. Но можно поступить и по-другому. Плоскости проекций остаются неизменными, а геометрический объект переводится в нужное, частное положение. Этого можно добиться, вращая его вокруг, например, оси, перпендикулярной одной из плоскостей проекций.

Этот метод подробно по шагам рассмотрим в электронной версии учебника (рис. 6.4). Рекомендуем внимательно ознакомиться.

Одним вращением вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций, можно перевести:

– прямую общего положения в прямую уровня;

– прямую уровня – в проецирующую прямую;

– плоскость общего положения – в проецирующую плоскость;

– проецирующую плоскость – в плоскость уровня.

6.3. Плоскопараллельное перемещение

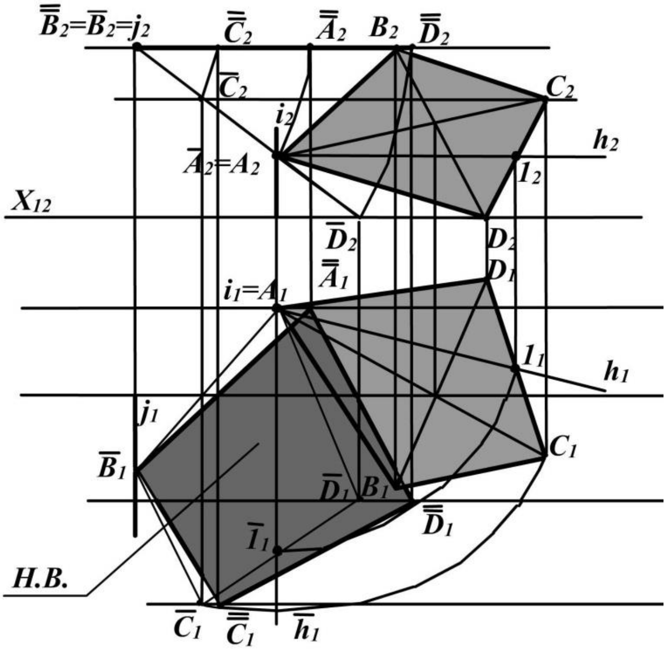


Рис. 6.5. Определение Н.В. четырехугольника *ABCD* двумя последовательными вращениями: вокруг оси $\perp П_1$, затем вокруг оси $\perp П_2$

Рассмотрим следующую часто встречающуюся задачу (рис. 6.5). На комплексном чертеже заданы горизонтальная $A_1B_1C_1D_1$ и фронтальная $A_2B_2C_2D_2$ проекции плоской фигуры *ABCD*. Необходимо определить натуральную величину четырехугольника *ABCD*.

Решим эту задачу двумя способами. На рис. 6.5 задача решена методом вращения.

По отношению к плоскостям проекций фигура *ABCD* занимает общее положение. Поэтому чтобы решить эту задачу, необходимо провести два вращения. Первое – вокруг оси i $\{i_1, i_2\}$, проходящей через точку $A\{A_1, A_2\}$ и перпендикулярной горизонтальной Π_1 плоскости проекций, переводит плоскость *ABCD* общего положения во фронтально проецирующую $\overline{ABCD}\{\overline{A_1B_1C_1D_1},\overline{A_2B_2C_2D_2}\}$. Второе – вокруг оси j $\{j_1, j_2\}$, проходящей через точку B $\{B_1,B_2\}$ и перпендикулярной к фронтальной Π_2 плоскости проекций, переводит фронтально-проецирующую плоскость в горизонтальную плоскость уровня $\overline{\overline{ABCD}}\{\overline{\overline{A_1B_1C_1D_1}},\overline{\overline{A_2B_2C_2D_2}}\}$. Проекция $\overline{\overline{A_1B_1C_1D_1}}$ - натуральная величина четырехугольника *НВ*[*ABCD*].

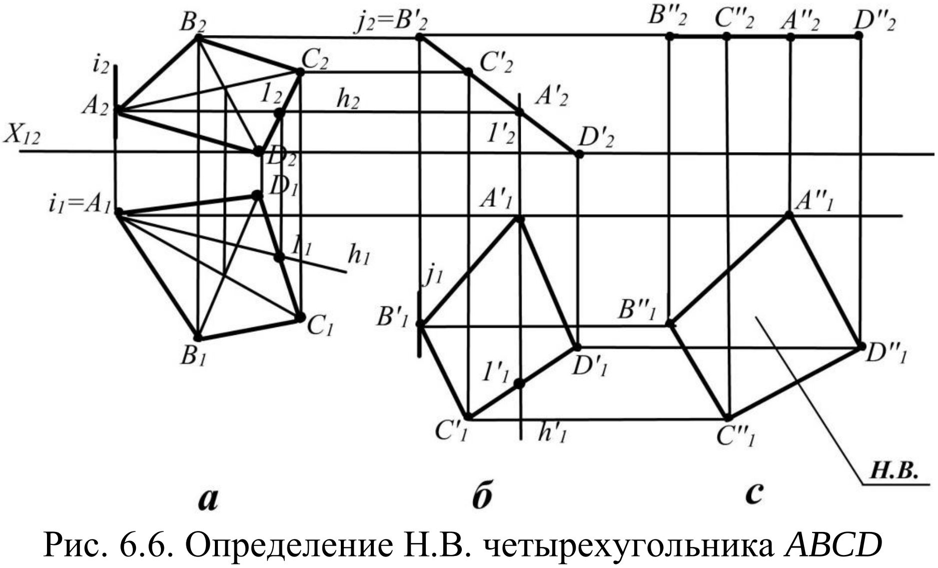


Рис. 6.6. Определение Н.В. четырехугольника *ABCD* методом плоскопараллельного перемещения

В электронной версии рис. 6.5 выполнен несколькими цветами с подробными пояснениями, что облегчает чтение чертежа и его восприятие. Изображения, соответствующие выполняемым операциям, накладываются друг на друга. Это обстоятельство затрудняет как выполнение чертежа, так и его чтение. Эта трудность устраняется применением плоскопараллельного перемещения, так как плоскость проекций можно переносить параллельно самой себе. На рис. 6.6 приведено решение задачи методом плоскопараллельного перемещения.

Процесс построения разноцветного рисунка по шагам приведен в электронной версии учебника (рис 6.6).

6.4. Вращение плоскости вокруг прямой уровня

Рассмотренные ранее методы преобразования комплексного чертежа пригодны для преобразования изображений любых геометрических объектов: точек, прямых и кривых линий, плоскостей, поверхностей, геометрических тел. В инженерной практике наиболее часто приходится решать задачи по определению натуральной величины плоских фигур, которые получаются в виде сечения геометрических фигур плоскостями как проецирующими, так и общего положения. В последнем случае наиболее эффективно использование метода вращения вокруг прямых уровня.

Сущность этого метода рассмотрим на примере решения следующей задачи (рис. 6.7).

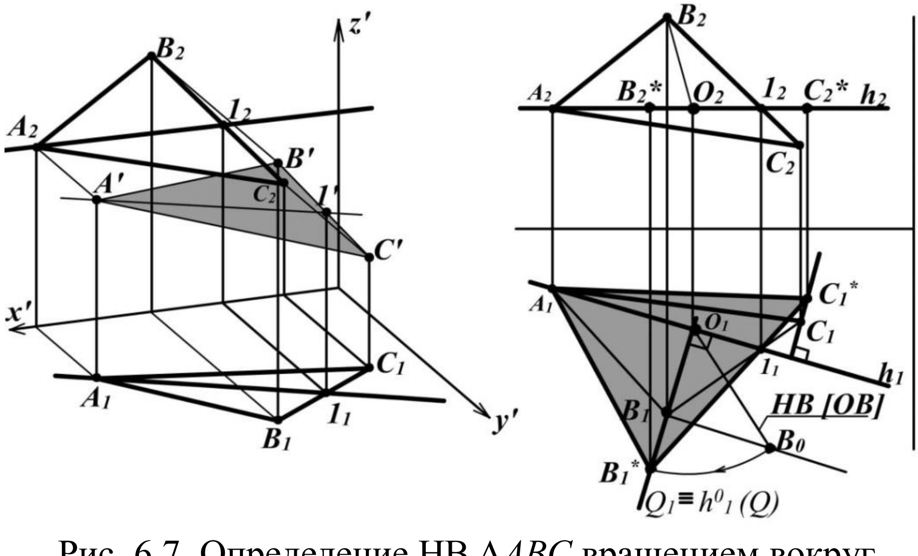


Рис. 6.7. Определение НВ ΔABC вращением вокруг горизонтали

Дано: плоскость общего положения задана ΔABC. На комплексном чертеже указаны его проекции $\Delta A_1B_1C_1$ и $\Delta A_2B_2C_2$.

Определить натуральную величину ΔABC. Будем вращать ΔABC вокруг горизонтали h, которая проведена через точку A параллельно горизонтальной плоскости Π_1.

При вращении ΔABC точки A и 1 остаются неподвижными, потому что принадлежат оси вращения – горизонтали h. Точки B и C двигаются по окружностям, которые лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения, причем эти плоскости будут перпендикулярными и горизонтальной плоскости проекций Π_1, то есть будут горизонтально-проецирующими. Когда плоскость $\Delta AB\boldsymbol{C}$ займет положения параллельное плоскости Π_1 $\Delta AB\boldsymbol{C}$ спроецируется на нее в натуральную величину.

Решение задачи с наглядной демонстрацией, детальным построением и пояснениями есть в электронной версии учебника (рис. 6.7).

6.5. Вращение плоскости вокруг следа

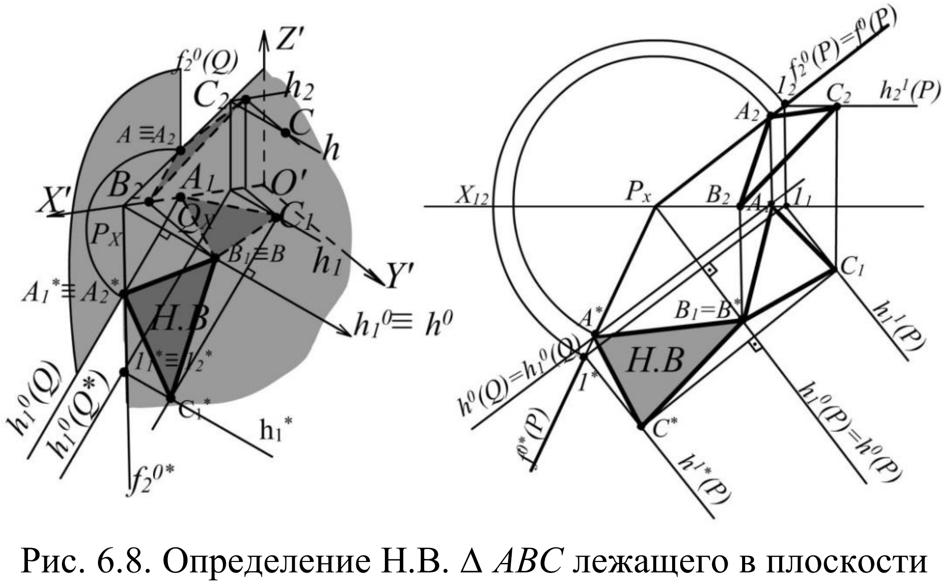


Рис. 6.8. Определение Н.В. Δ ABC лежащего в плоскости $P\{h^0, f^0\}$ - общего положения

На рис. 6.8 демонстрируется метод вращения вокруг следа плоскости (метод совмещения). На плоскости P, заданной следами $h^0(P)=h_1^0(P)$, $f^0(P)=f_1^0(P)$, расположен треугольник $\Delta ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$, заданный проекциями. Определить натуральную величину треугольника НВ [ΔABC] методом вращения плоскости P вокруг ее следа (методом совмещения). Сначала рассмотрим суть метода.

Совмещение – это частный случай вращения плоскости вокруг линии уровня при котором за ось вращения берется не произвольная прямая уровня, а след плоскости, то есть прямая нулевого уровня. В этом случае, в результате поворота плоскости общего положения она совмещается с соответствующей плоскостью проекций. Если вращение происходит вокруг горизонтального следа h^0, то плоскость совмещается с горизонтальной плоскостью проекций Π_1, а если вокруг фронтального следа f^0 – то с плоскостью Π_2. Совмещение, как и вращение вокруг линии уровня, применяется, если нужно определить натуральную величину фигуры, расположенной в плоскости, или построить в плоскости общего положения фигуру, форма и размеры которой заданы. Сущность метода совмещения наглядно демонстрируется на рис. 6.8. и состоит в следующем: плоскость общего положения P, в которой расположен ΔABC, вращается вокруг горизонтального следа $h^0 \equiv h_1^0$ до совпадения ее с горизонтальной плоскостью проекций Π_1. При этом треугольник изображается в натуральную величину.

Более детальное описание построения с наглядной демонстрацией есть в электронной версии учебника (рис. 6.8).

Рассмотрим еще одну задачу.

Дано: пятиугольник $ABCDE$ лежит в фронтально проектирующей плоскости Q.

Определить: натуральную величину пятиугольника *ABCDE* методом совмещения.

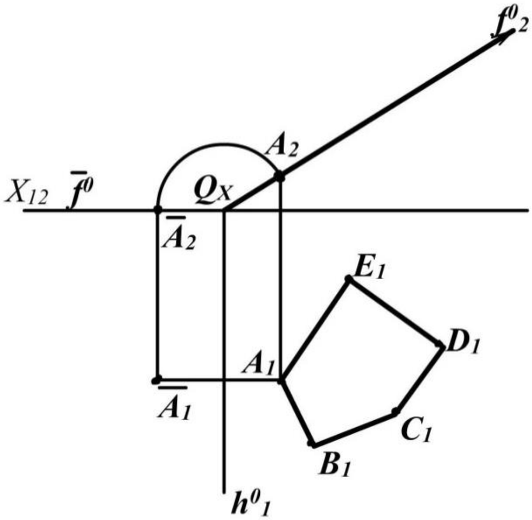


Рис. 6.9. Определение НВ пятиугольника *ABCDE*, лежащего во фронтально проецирующей плоскости $Q\ \{h^0, f^0\}$

Ответ найдите в электронной версии (рис. 6.9) и сравните ее с вашим решением.

Контрольные вопросы

1. Зачем нужно преобразовывать комплексный чертеж?
2. Как надо расположить новые плоскости проекций, чтобы отрезок прямой общего положения спроецировался в натуральную величину? А в точку?
3. Как надо расположить новую плоскость проекций, чтобы плоскость общего положения стала проецирующей?
4. Как определить натуральную величину геометрической фигуры (например, треугольника), заданной на комплексном чертеже?

7. АКСОНОМЕТРИЯ

Ты видишь, конечно, что все это с первого взгляда похоже на самый пустой вздор, и, однако же, выполненные сообразно с этим геометрические построения приводят к изображениям поистине удивительным.

М.Штифель

7.1. Основные понятия, определения и соотношения

Комплексный чертеж полностью определяет геометрические формы изделия, но по нему достаточно сложно представить его внешний вид. Более наглядное изображение предметов, приближенное к зрительному восприятию, дают аксонометрические проекции или аксонометрия. Термин аксонометрия в переводе с греческого означает «измеряю по осям».

Рассмотрим сущность аксонометрических проекций ниже. Ранее мы неоднократно пользовались пространственным макетом. Отметим, что пространственный макет дает хорошее наглядное представление об объекте проецирования и его расположении в пространстве. Однако геометрические размеры объекта проецирования в пространственном макете искажены и по имеющемуся изображению определить действительные (натуральные) размеры весьма затруднительно. Чтобы по наглядному изображению можно было не только представить геометрическую форму, но и определить натуральные размеры изображенного объекта, поступают следующим образом (рис. 7.1).

Объект проецирования (в данном случае точку B) располагают в пространственной системе координат $OXYZ$ и проецируют ее вместе с системой координат на аксонометрическую плоскость $П_A$.

Полученное на плоскости $П_A$ изображение называют **аксонометрической проекцией** или **аксонометрией**. Оси *OX, OY, OZ* пространственной системы координат образуют между собой углы φ_{XY}, φ_{XZ}, φ_{YZ}. Если система координат декартовая, то эти углы равны 90°. Далее будем рассматривать декартовые системы координат.

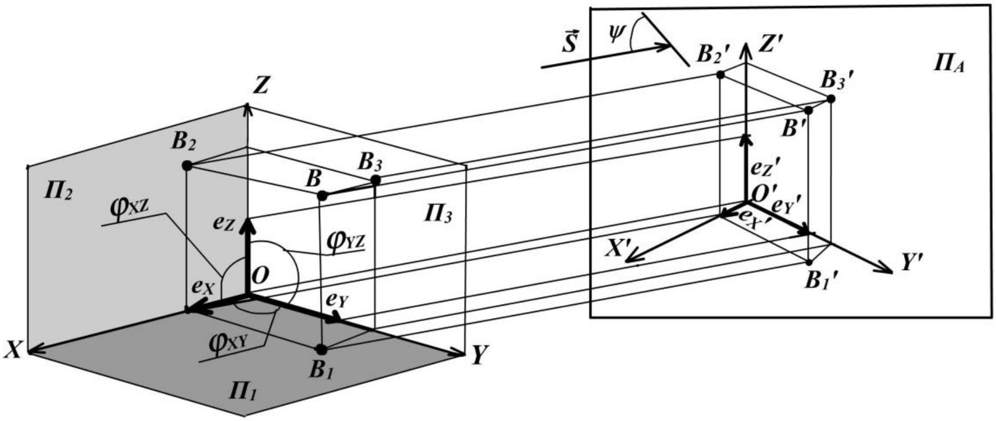
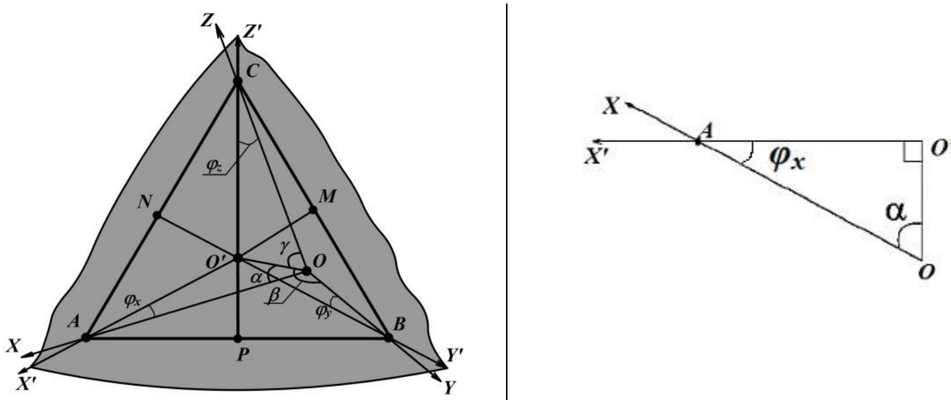


Рис. 7.1. Проецирование точки *B* на аксонометрическую плоскость $П_A$

Направление проецирования задается вектором *S*, проведенным под углом ψ к плоскости $П_A$. Значение угла ψ определяет вид и свойства аксонометрии. Наиболее распространенным является ортогональное аксонометрическое проецирование, когда $\angle\psi = 90^\circ$. Такое проецирование будет рассмотрено ниже.

Прежде чем рассматривать виды аксонометрии, рекомендуем изучить в электронной версии (рис. 7.1) выполненное подробно по шагам построение аксонометрической системы координат и аксонометрических проекций точки, поскольку любое тело состоит из множества точек.

Мысленно переместим аксонометрическую плоскость проекций $П_A$ (рис. 7.1) влево по направлению вектора *S* настолько, чтобы оси *OX, OY, OZ* декартовой системы координат пересеклись с плоскостью $П_A$ (рис. 7.2, *а*). Аксонометрическая плоскость проекций $П_A$ расположена в пространстве таким образом, что пересекается с осью OX в точке A, с осью OY – в точке B, а с осью OZ в точке C. Прямая AB – линия пересечения плоскости $П_A$ с горизонтальной плоскостью проекций $П_1$ – является ее горизонтальным следом, прямая AC – фронтальным следом, а BC – профильным. Поэтому треугольник ABC называется *треугольником следов* аксонометрической плоскости $П_A$.



а

б

Рис. 7.2. Треугольник следов ΔABC

Ортогонально спроецируем начало координат точку O (рис. 7.2, *а*) на аксонометрическую плоскость $П_A$ и получим точку O'. Прямая OO' перпендикулярна плоскости $П_A$ и составляет с осями координат OX,OY,OZ углы α, β, γ, соответственно. Соединив точку O' с точками A, B, и C, получим проекции $O'X',O'Y',O'Z'$ координатных осей OX,OY,OZ. Прямая $O'A$ – проекция оси OX на плоскость $П_A$ – аксонометрическая ось $O'X'$, прямая $O'B$ – проекция оси OY на плоскость $П_A$ – аксонометрическая ось $O'Y'$, а прямая $O'C$

– аксонометрическая ось $O'Z'$. Точка O' и оси $O'X', O'Y', O'Z'$ образуют плоскую аксонометрическую систему координат.

При построении аксонометрических изображений размеры проекций на аксонометрической плоскости искажаются по сравнению с натуральной величиной. Величина искажений определяется расположением аксонометрической плоскости по отношению к декартовой системе координат, т.е. величинами углов *α, β, γ*.

Отношение $\frac{O'A}{OA}$ показывает, как изменяется величина отрезка, параллельного или принадлежащего оси *OX*, при аксонометрическом проецировании, и называется коэффициентом искажения по оси *OX*. Аналогично выражения $\frac{O'B}{OB}$ и $\frac{O'C}{OC}$ определяют коэффициенты искажений по осям *OY* и *OZ*. Для отрезков, **параллельных** координатным осям декартовой системы координат, и только для таких отрезков, можно определить коэффициенты искажения аксонометрических проекций. Для определения коэффициента искажения по оси $O'X$ рассмотрим $\Delta OO'A$ (рис. 7.2, *б*).

Отрезок $O'A$, принадлежащий аксонометрической оси $O'X'$, является проекцией отрезка *OA*, принадлежащего оси *OX*.

$$O'A = OA\cos\varphi_X = OA\sin\alpha .$$

Аналогично для осей $O'Y'$ *и* $O'Z'$

$$O'B = OB\cos\varphi_Y = OB\sin\beta ;$$

$$O'C = OC\cos\varphi_Z = OA\sin\gamma$$

Найдем коэффициенты искажений для каждой аксонометрической оси.

$u = \frac{O'A}{OA} = \sin\alpha = \cos\varphi_X$ – коэффициент искажения по оси $O'X$;

$v = \frac{O'B}{OB} = \sin\beta = \cos\varphi_Y$ – коэффициент искажения по оси $O'Y'$;

$w = \frac{O'C}{OC} = \sin\gamma = \cos\varphi_Z$ – коэффициент искажения по оси $O'Z'$.

Коэффициенты искажений u, v, w равны синусам углов α, β, γ или косинусам углов φ_x, φ_y, φ_z. Из курса аналитической геометрии известно: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$. Напомним, что $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$.

Найдем формулу взаимосвязи коэффициентов искажения в прямоугольной аксонометрии. Преобразуем соотношения:

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - u^2$; $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta = 1 - v^2$; $\cos^2\gamma = 1 - \sin^2\gamma = 1 - w^2$.

Подставим полученные соотношения в формулу:

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 - u^2 + 1 - v^2 + 1 - w^2 = 1$.

Окончательно получим: $u^2 + v^2 + w^2 = 2$. (*)

Сумма квадратов коэффициентов искажения по координатным направлениям равна двум.

Это соотношение является основным для ортогональных аксонометрических построений и его следует запомнить.

В результате проецирования ортогональной пространственной системы координат *OXYZ* (рис. 7.2, *а*) на аксонометрическую плоскость образуется плоская аксонометрическая система координат *O'X'Y'Z'*. Плоские углы *XOY*, *XOZ*. *YOZ*, расположенные в пространстве между собой взаимно перпендикулярно, проецируются на аксонометрическую плоскость в углы *X'O'Y'*, *X'O'Z'*, *Y'O'Z'*.

Оси *OX*, *OY*,*OZ*, пересекаясь с плоскостью $П_A$ в точках *A*, *B*, *C*, образуют с ней углы наклона φ_x, φ_y, φ_z соответственно. Напомним, что угол между прямой и плоскостью – это угол между самой прямой и ее проекцией на эту плоскость (см.

раздел 4.6). Угол φ_x образован осью OX и ее проекцией $O'X'$ на плоскость $П_A$. Аналогично углы φ_y и φ_z образованы осями OY, $O'Y'$ и OZ, $O'Z'$ соответственно.

На рис. 7.3 изображена плоская аксонометрическая система координат $O'X'Y'Z'$.

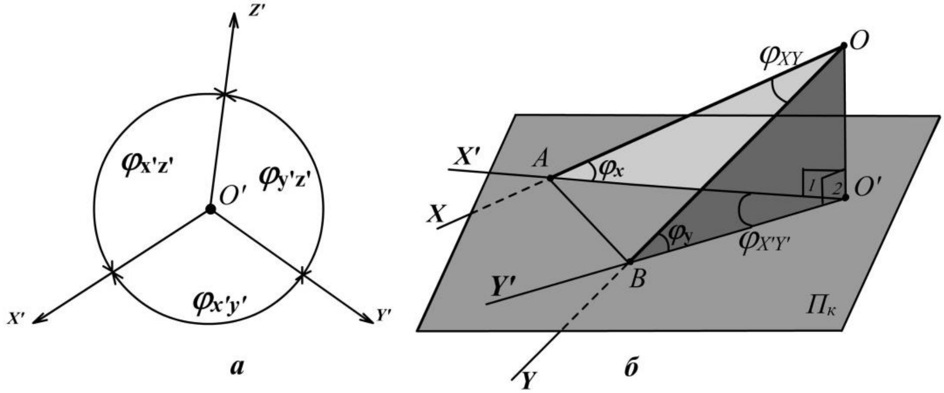


Рис. 7.3. Расположение аксонометрических координатных осей

Рассмотрим, чем и как определяются значения углов $\varphi_{X'Y'}$, $\varphi_{Y'Z'}$, $\varphi_{X'Z'}$ между осями аксонометрической системы координат. Напомним, что эти углы получены проецированием плоских углов пространственной системы координат. Проецирование плоских углов рассмотрено в разделе 1.5, рис. 1.9. Применительно к нашему случаю рис. 1.9, например, при проецировании угла XOY принимает вид рис. 7.3, *б*. Угол φ_{XY} образован осями OX и OY пространственной системы координат. Если система ортогональна, то $\angle\varphi_{XY} = \angle\varphi_{YZ} = \angle\varphi_{XZ} = 90^o$. Углы φ_X, φ_Y и φ_Z – это углы наклона осей OX OY и OZ к аксонометрической плоскости, а углы $\angle\varphi_{X'Y'}$, $\angle\varphi_{Y'Z'}$ и $\angle\varphi_{X'Z'}$ – это искомые углы между осями аксонометрической системы координат. В разделе 1.5 получена формула для определения величины проекции φ_K плоского угла φ (см. рис. 1.9).

$$\cos\varphi_k = \frac{\cos\varphi - \sin A \cdot \sin B}{\cos A \cdot \cos B},$$

которую, применительно к рис. 7.3, *б* для углов φ_{XY}, φ_{YZ} и φ_{XZ} можно записать

$$\cos\varphi_{X'Y'} = \frac{\cos\varphi_{XY} - \sin\varphi_X \cdot \sin\varphi_Y}{\cos\varphi_X \cdot \cos\varphi_Y};$$

$$\cos\varphi_{X'Z'} = \frac{\cos\varphi_{XZ} - \sin\varphi_X \cdot \sin\varphi_Z}{\cos\varphi_X \cdot \cos\varphi_Z};$$

$$\cos\varphi_{Y'Z'} = \frac{\cos\varphi_{YZ} - \sin\varphi_Y \cdot \sin\varphi_Z}{\cos\varphi_Y \cdot \cos\varphi_Z} \qquad (**)$$

При $\angle\varphi_{XY} = \angle\varphi_{YZ} = \angle\varphi_{XZ} = 90^\circ$ ($\cos 90^\circ = 0$), получим:

$$\cos\varphi_{X'Y'} = -\frac{\sin\varphi_X \cdot \sin\varphi_Y}{\cos\varphi_X \cdot \cos\varphi_Y}; \quad \cos\varphi_{X'Z'} = -\frac{\sin\varphi_X \cdot \sin\varphi_Z}{\cos\varphi_X \cdot \cos\varphi_Z}; \quad \cos\varphi_{Y'Z'} = -\frac{\sin\varphi_Y \cdot \sin\varphi_Z}{\cos\varphi_Y \cdot \cos\varphi_Z}.$$

В общем случае углы между аксонометрическим координатными осями и коэффициенты искажений *u, v, w* могут принимать различные, не равные между собой значения. Причем каждому виду аксонометрических изображений соответствуют как свои значения коэффициентов искажения, так и свои углы между аксонометрическими осями.

По соотношениям между коэффициентами искажений аксонометрические изображения делятся на **изометрию, диметрию и триметрию.**

В изометрии – все три коэффициента искажения равны между собой, т.е. $u = v = w$. **В диметрии –** два коэффициента равны между собой и не равны третьему. Чаще всего используется соотношение $u = w = 2v$. **В триметрии** – все три коэффициента искажения разные $u \neq v \neq w$. Триметрия применяется реже, например, в горном деле, и ее мы рассматривать не будем.

Чаще всего используется изометрия и диметрия, поэтому мы их рассмотрим подробнее.

7.2. Изометрия

Аксонометрическое изображение, у которого коэффициенты искажения по всем трем координатным осям равны между собой, т.е. $u = v = w$, называется ***изометрией.*** На рис. 7.4, *а, б* приведено наглядное изображение изометрической плоскости $П_A$, которая равнонаклонена ко всем координатным осям. Ниже приведены выводы значения углов между аксонометрическими осями и коэффициентов искажения по координатным осям.

Пусть $u = v = w = K$. Подставим значение коэффициента искажения в соотношение (*): $u^2+v^2+w^2=2;\ 3K^2=2;\ K=\sqrt{\frac{2}{3}}=0,82$.

.

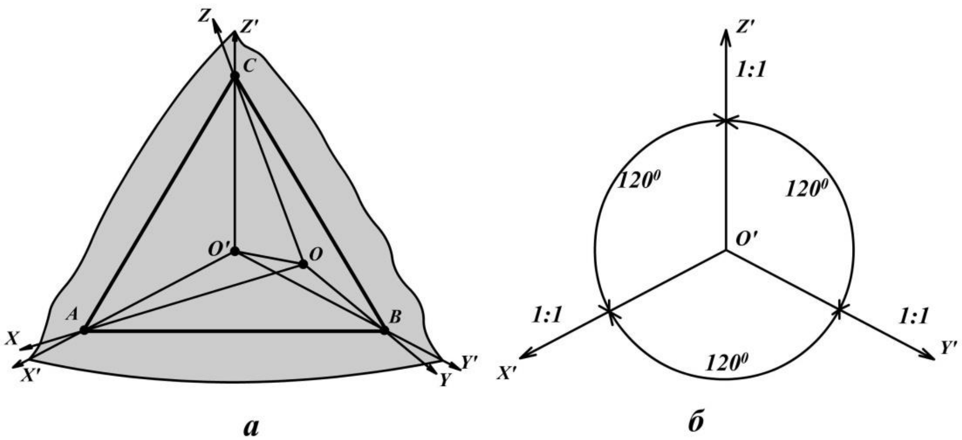


Рис. 7.4. Расположение координатных осей в изометрии

В изометрии все три коэффициента искажения равны между собой и равны 0,82. На практике коэффициенты искажения принимают равными 1. При этом изображение получается выполненным в масштабе 1,22:1 (т.е. в 1,22 раза увеличенным).

Для определения углов $\angle\varphi_{X'Y'}$, $\angle\varphi_{Y'Z'}$ и $\angle\varphi_{X'Z'}$ между аксонометрическими осями воспользуемся формулами (**) и учтем, что плоскость $П_A$ равнонаклонена ко всем координатным осям, т.е. $\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z$. Воспользуемся формулой

В рассматриваемом случае:

1) $\varphi_{XY}=\varphi_{XZ}=\varphi_{YZ}=90^0;\ \cos\varphi_{XY}=\cos\varphi_{XZ}=\cos\varphi_{YZ}=0$

2) $\cos\varphi_X=\cos\varphi_Y=\cos\varphi_Z=K=\sqrt{\frac{2}{3}},$

3) $\sin\varphi_X=\sin\varphi_Y=\sin\varphi_Z=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

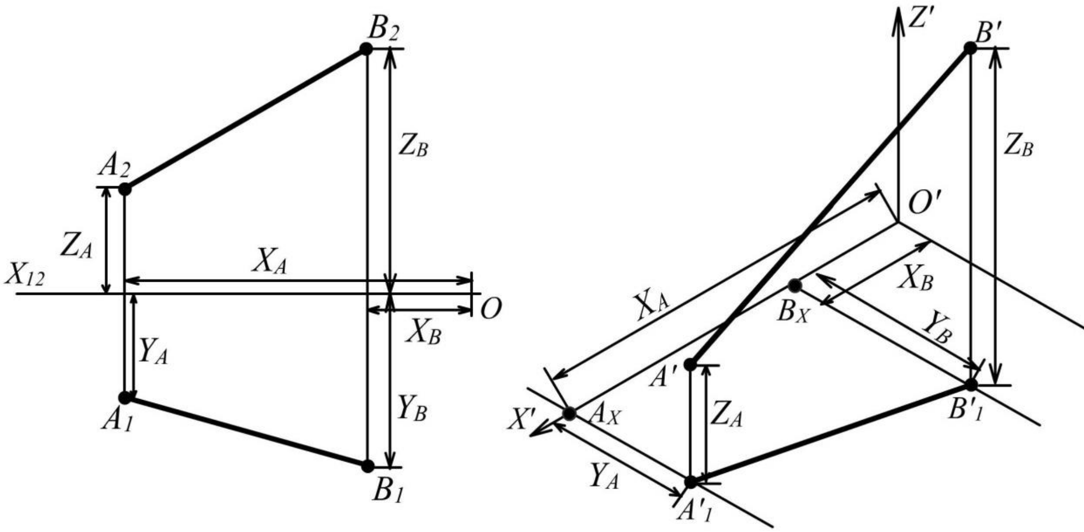
Подставив полученные значения в формулу (**), получим $\cos\varphi_{X'Y'} = \cos\varphi_{X'Z'} = \cos\varphi_{Y'Z'} = -\dfrac{1}{2}.$

Знак " – " указывает на то, что углы тупые, т.е. больше 90º.

$\varphi_{X'Y'} = \varphi_{X'Y'} = \varphi_{X'Y'} = \arccos(-\dfrac{1}{2}) = 120^{\circ}$.

Углы между аксонометрическими осями в изометрии равны между собой и равны 120° (рис. 7.4, *б*).

<u>Пример</u>



а ***б***

Рис. 7.5. Отрезок *AB* общего положения

По заданному комплексному чертежу рис. 7.5, *а* прямой *AB* построить ее изометрию (рис. 7.5, *б)*.

Шаг 1. Построим изометрическую систему координат $O'X'Y'Z'$.

Шаг 2. На оси $O'X'$ отложим координаты X_A и X_B. Получим точки A_X, B_X.

Шаг 3. Из полученных точек A_X, B_X проводим прямые, параллельные оси $O'Y'$.

Шаг 4. На проведенных прямых от точек A_X и B_X откладываем значения координат Y_A, Y_B. Мы получили вторичные аксонометрические проекции A'_1, B'_1 точек A и B.

Шаг 5. Соединив полученные точки A'_1, B'_1, получим вторичную аксонометрическую проекцию $A'_1B'_1$ прямой AB.

Шаг 6. Проведем из точек A'_1 и B'_1 вертикальные прямые (параллельные оси $O'Z'$) и отложим на них значения координат Z_A и Z_B. Получим изометрии A', B' точек A и B. Соединив полученные точки, получим изометрию $A'B'$ прямой AB.

Задача решена.

Другие примеры построения изометрических проекций будут приведены при рассмотрении геометрических фигур.

7.3. Диметрия

Аксонометрическое изображение, у которого коэффициенты искажения по двум координатным осям равны между собой и отличны от третьего, т.е.

$u = w \neq v$,

называется **диметрией** (рис. 7.6).

ГОСТ рекомендует:

$u = w = 2\text{v} = 2K$.

Подставив значения коэффициентов искажения в основное соотношение, получим:

$$4k^2 + 4k^2 + k^2 = 2; \quad 9k^2 = 2, \quad k = \frac{\sqrt{2}}{3} = 0{,}47 .$$

В диметрии коэффициенты искажения по осям $O'X'$ и $O'Z'$ равны между собой и равны 0,94, а по оси $O'Y'$ равен 0,47.

На практике коэффициенты искажения по осям $O'X'$ и $O'Z'$ принимаются равными 1, а по оси $O'Y$ – равным 0,5. При этом изображение получается выполненным в масштабе 1,06 : 1 (т.е. в 1,06 раза увеличенным).

Для определения углов $\varphi_{X'Y'}$, $\varphi_{X'Z'}$, $\varphi_{Y'Z'}$ между аксонометрическими осями в диметрии учтем, что

$$\cos\varphi_X = \cos\varphi_Z = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \cos\varphi_Y = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin\varphi_X = \sin\varphi_Z = \frac{1}{3}, \quad \sin\varphi_Y = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

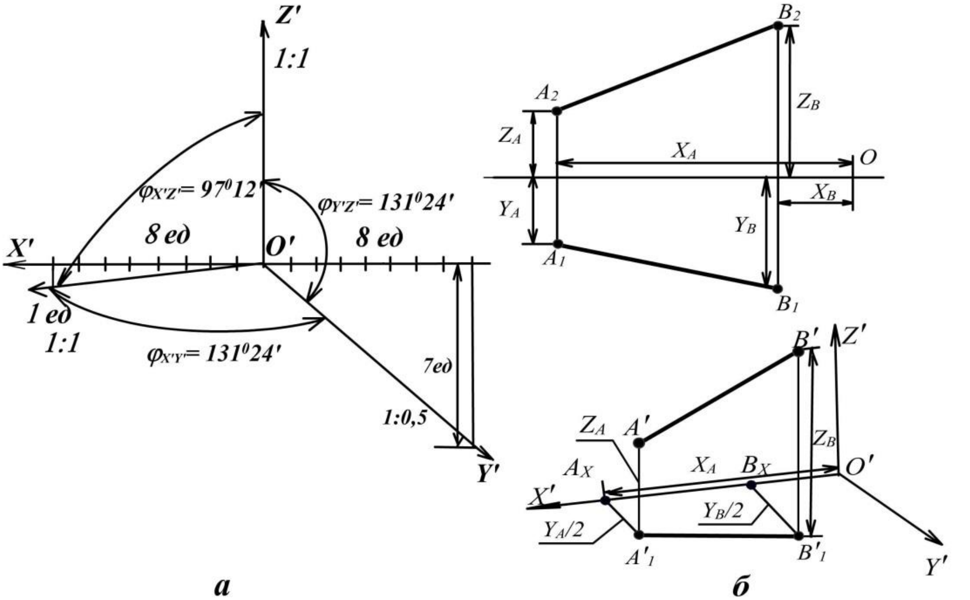


Рис. 7.6. Диметрия:
а) расположение координатных осей в диметрии;
б) комплексный чертеж и диметрия отрезка *AB*

Подставив полученные значения в формулы (**), с учетом того, что $\varphi_{XY} = \varphi_{XZ} = \varphi_{Y\mathbf{Z}} = 90^o$, получим:

$$\cos\varphi_{X'Y'} = -\frac{\sqrt{7}}{4} = -0,б61, \quad \varphi_{X'Y'} = \arccos(-0,661) = 131,38^\circ = 131^\circ 24',$$

$$\cos\varphi_{X'Z'} = -\frac{1}{8} = -0,125, \quad \varphi_{X'Z'} = \arccos(-0,125) = 97,18^\circ = 97^\circ 12',$$

$$\cos\varphi_{Y'Z'} = -\frac{\sqrt{7}}{4} = -0б61, \quad \varphi_{Y'Z'} = \arccos(-0,661) = 131,38^\circ = 131^\circ 24',$$

Углы между аксонометрическими осями в диметрии равны $\varphi_{X'Z'} = 97^o12'$,

$\varphi_{Y'\mathbf{Z}'} = \varphi_{Y'\mathbf{Z}'} = 131^o24'$. Упрощенный способ построения диметрической системы координат показан на рис. 7.6, *а*.

Рассмотрим построение диметрии отрезка *AB* (см. пример).

Пример

По заданному комплексному чертежу прямой AB построить ее диметрию (рис. 7.6, б)

Построим диметрическую систему координат $O'X'Y'Z'$ (рис. 7.6, *а*). На оси $O'X'$ отложим координаты X_A и X_B. Получим точки A_X, B_X. Из полученных точек A_X, B_X проведем прямые, параллельные оси $O'Y'$. На проведенных прямых от точек A_X и B_X отложим значение координат $Y_A/2$, $Y_B/2$ и получим вторичные горизонтальные аксонометрические проекции A'_1, B'_1 точек A и B. Соединив точки A'_1, B'_1, получим вторичную горизонтальную аксонометрическую проекцию $A'_1\,B'_1$ прямой AB.

Проведем из точек A'_1 и B'_1 вертикальные прямые (параллельные оси $O'Z'$), отложим на них значения координат Z_A и Z_B и получим диметрию $A'B'$ точек A и B. Прямая $A'B'$ – диметрия прямой AB. Построение закончено.

7.4. Аксонометрические проекции окружностей расположенных на плоскостях, параллельных координатным плоскостям проекций

В общем случае при построении наглядных изображений заданного оригинала требуется построить аксонометрические проекции значительного количества точек, что делает процесс построения достаточно трудоемким. В некоторых случаях эту трудоемкость удается уменьшить.

Анализ конфигурации технических деталей показывает, что они часто включают в себя цилиндрические поверхности, т.е. содержат окружности, плоскости которых перпендикулярны осевым линиям изделия. Если изделие расположить в пространстве так, чтобы его осевые линии совпадали с осями координат или были им параллельны, то плоскости этих окружностей будут параллельны координатным плоскостям и при ортогональном проецировании на аксонометрическую плоскость проекций дадут эллипсы.

Рассмотрим построение этих эллипсов в изометрической и диметрической системах координат.

7.4.1. Изометрические проекции окружностей, расположенных на координатных плоскостях Π_1, Π_2, Π_3, или на плоскостях, параллельных координатным

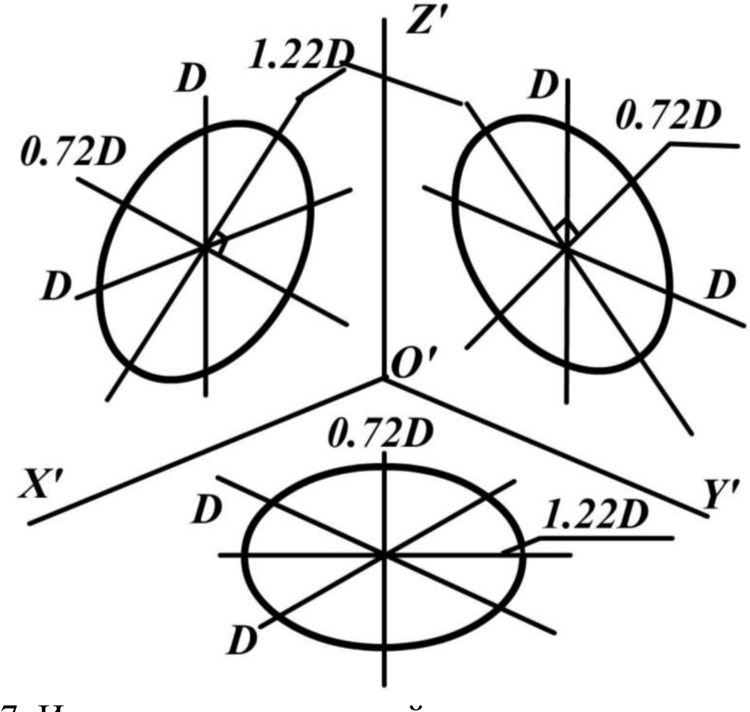


Рис. 7.7. Изометрия окружностей, лежащих в координатных плоскостях
(XOY, XOZ,YOZ)

Изометрическая плоскость равнонаклонена ко всем трем координатным плоскостям и составляет с ними угол, который приблизительно равняется 53°10'. На рис. 7.7 изображена система координат $O'X'Y'Z'$. Эта система разделяет изометрическую плоскость на три отсека: $X'O'Y'$, $X'O'Z$, $Y'O'Z$ ' – проекции координатных плоскостей Π_1, Π_2,

$П_3$ на изометрическую плоскость. На плоскостях $П_1$, $П_2$, $П_3$, или им параллельных, расположены окружности диаметра *D*, которые вместе с плоскостями проектируются на изометрическую плоскость в эллипсы.

При построении этих эллипсов следует пользоваться такими правилами:

- малая ось этих эллипсов параллельная изометрической оси, отсутствующей на плоскости построения. Так, малая ось эллипса, расположенного на плоскости $X'O'Y'$, параллельна оси $O'Z'$ (эта ось отсутствует на отсеке изометрической плоскости $X'O'Y'$), малая ось эллипса, расположенного на плоскости $X'O'Z'$, параллельна оси $O'Y'$, а малая ось эллипса на плоскости $Y'O'Z'$ параллельна оси $O'X'$;
- большая ось эллипса перпендикулярна малой оси на каждой из проекций.

Эти правила справедливы и для диметрической проекции.

При теоретических коэффициентах искажения $u = v = w = 0{,}81$

большая ось: $2a = D$;

малая ось: $2b = 0{,}59D$.

При практических коэффициентах искажения $u = v = w = 1$:

большая ось: $2a = 1{,}22D$

малая ось: $2b = 0{,}72D$

(т.е. изображение выполнено в масштабе 1,22:1)

7.4.2. Диметрические проекции окружностей, расположенных на координатных плоскостях Π_1, Π_2, Π_3, или на плоскостях, параллельных координатным

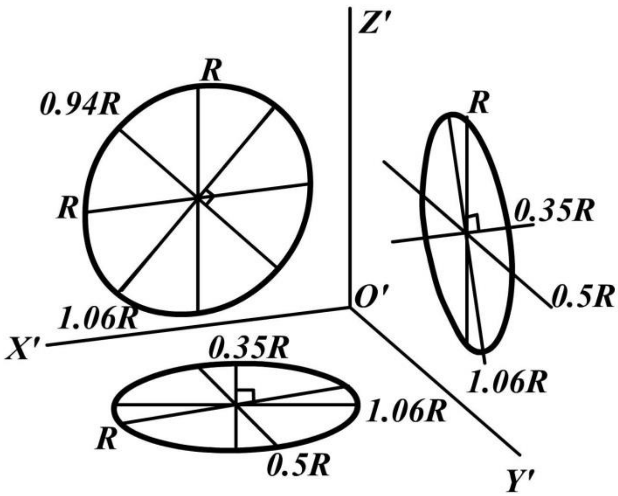


Рис. 7.8. Диметрия окружностей, лежащих в координатных плоскостях

Диметрическая плоскость по отношению к координатным плоскостям наклонена под разными углами, такими, что коэффициенты искажения по двум координатным осям равняются друг другу и отличаются от третьего (раздел 7.3).

Во всех трех координатных плоскостях при построении эллипсов малая ось паралельна отсутствующей в плоскости построения координатной оси. Большая ось перпендикулярна малой оси. При теоретических коэффициентах искажения $u = w = 0{,}94$; $v = 0{,}47$ для плоскости $X'O'Z'$ малая ось $2b = 0{,}88D$, большая ось $2a = D$. Для плоскостей $X'O'Y'$ и $Y'O'Z'$ малая ось $2b = 0{,}33D$, большая ось: $2a = D$.

При практических коэффициентах искажения $u = w = 1$, $v = 0,5$ для плоскости $X'O'Z'$ малая ось $2b = 0,94D$, большая ось $2a = 1,06D$.

Для плоскостей $X'O'Y'$ и $Y'O'Z'$ малая ось $2b = 0,35D$, большая ось $2a = 1,06D$ (т.е. изображение выполнено в масштабе 1,06:1).

7.4.3. Построение наиболее распространенных кривых.

Построение эллипса по заданным большой и малой оси

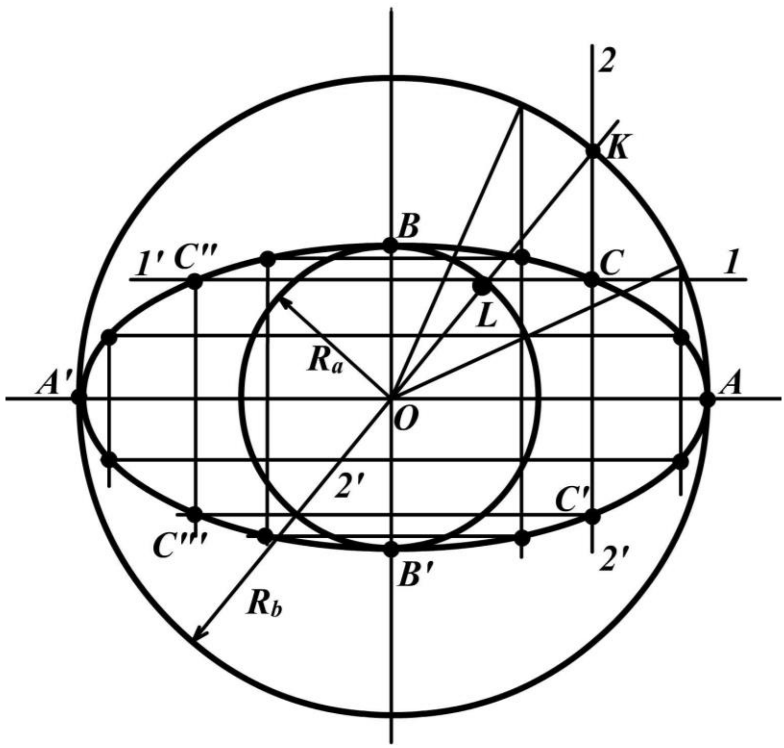


Рис. 7.9. Построение эллипса по большой и малой осям

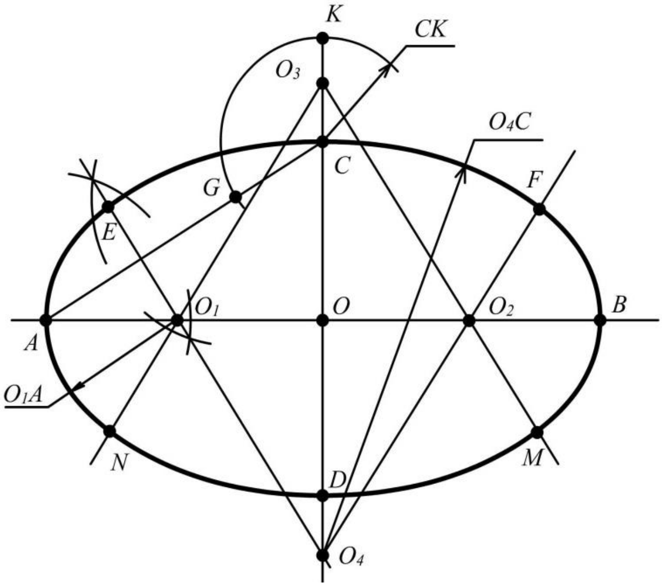
Напомним основные свойства эллипса: большая и малая ось эллипса взаимно перпендикулярны и пересекаясь делятся пополам; большая и малая ось являются осями симметрии эллипса.

Дано: центр эллипса – точка $\boldsymbol{O}$ (точка пересечения осей); направление осей; большая ось равна $2a$, а малая ось – $2b$ (рис. 7.9).

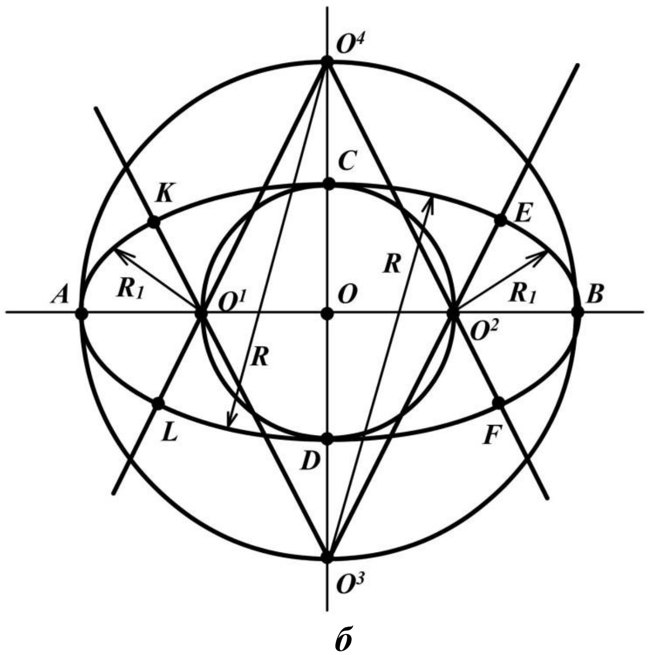
Алгоритм построения

1. Через заданную точку ***O*** проводят две взаимно перпендикулярные прямые в направлении большой и малой оси.
2. Проводят две окружности с центром в точке ***O*** радиусами a и b.
3. Отмечают точки A, A' и B, B', определяющие большую и малую ось.
4. Из центра O проводят луч под произвольным углом, который пересекает обе окружности в точках L и K.
5. Через точку L пересечения луча с меньшей окружностью проводят прямую (1-1'), параллельную большой оси (1-1' || AA').
6. Через точку ***K*** пересечения этого же луча с большей окружностью проводят прямую 2-2', параллельную малой оси эллипса (2-2' || BB').
7. Точка C пересечения прямых 1-1', 2-2' – искомая точка эллипса.
8. Строят точки C', C'', C''', симметричные точке ***C*** относительно большой и малой оси.
9. Пункты 4-8 повторяют до получения кривой с нужной точностью.
10. Через полученные точки с помощью лекала проводят кривую – эллипс.

Построение овала по двум заданным осям



а



б

Рис. 7.10. Построение овала

Дано: большая ось овала *AB* и малая ось *CD*.

Построить: овал (рис 7.10, *а*).

Проведем вспомогательную прямую *AC*, соединяющую конец *A* большой оси с концом *C* малой оси овала. Найдем разницу между большой и малой полуосями овала. Для этого из центра O радиусом OA сделаем засечку K на продолжении малой оси CD. Дугою радиуса CK из точки C сделаем засечку G на прямой AC. Через середину отрезка AG проводим перпендикуляр, который пересекает оси овала в точках O_1 и O_4 (для этого из точек A и Q проводим дуги окружностей, радиус которых наверняка больше $AG/2$ и соединяем точки пересечения этих дуг). Находим симметричные им точки O_2 и O_3 и проводим прямые O_1O_3, O_1O_4, O_2O_3, O_2O_4. Из центра O_4 радиусом O_4C проводим дугу до пересечения с прямыми O_1O_4 и O_2O_4 в точках E и F, которые и будут точками сопряжения овала. Выполнив аналогичные построения из центра O_3, получим точки сопряжения M и N. Проводим дуги из центров O_1 и O_2 радиусом O_1A и заканчиваем построение овала. Во многих учебниках и справочниках приводится другой способ построения овала по двум осям. Учтем, что это возможно, если $\frac{a}{b} = \sqrt{3}$.

Дано: $AB = 2a$ – большая ось, $CD = 2b$ – малая ось (рис. 7.10, *б*).

Построить овал, заменяющий эллипс с большой осью $2a$, а малой осью $2b$.

Построение. Через выбранный центр овала O проводим две взаимно-перпендикулярные прямые и откладываем на них большую ось $AO = OB = a$ ($AB = 2a$) и малую ось $CO = OD = b$ ($CD = 2b$). Из центра O радиусом $OA = b$ проводим дугу до пересечения с прямой CD, малой осью, в точках O_3 и O_4 . Аналогично из центра O радиусом $OC = a$ описываем дугу до пересечения с прямой AB, большой осью, в точках O_1 и O_2. Точки O_1, O_2, O_3 и O_4 – центры дуг сопряжения. Проведем прямые линии через точки O_4 и O_1, O_4 и O_2, O_3 и O_1, O_3 и O_2. Из центров дуг сопряжения O_3 и O_4 описываем дуги сопряжения радиусом $R = O_3C$ (или $R = a + b$), а из центров O_1 и O_2 описываем дуги радиусом $R_1 = O_1A$

(или $R_1 = a - b$) до пересечения с построенными прямыми в точках E, F, K, L.

Построение параболы по вершине, оси и хорде

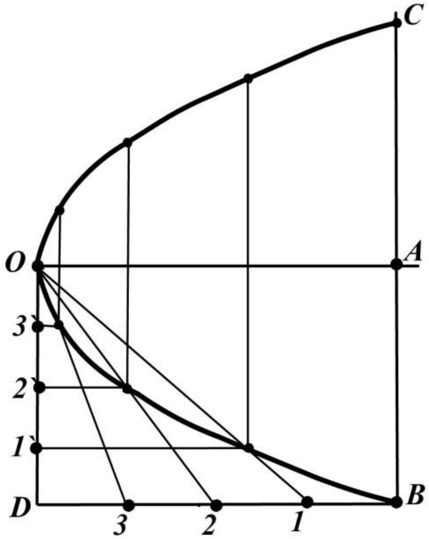


Рис. 7.11. Построение параболы по вершине O, оси OX и хорде BC

Из точек ***O*** и ***B*** проводят взаимно перпендикулярные прямые до пересечения в точке ***D*** (рис. 7.11). Отрезки ***OD*** и ***BD*** делят на одинаковое число равных частей. Из точки ***O*** проводят лучи в точки деления на отрезке ***BD***, а из точек деления на отрезке ***OD*** – прямые, параллельные оси параболы. На пересечении соответствующих прямых получают точки одной ветви параболы. Точки другой ветви параболы симметричны полученным относительно оси параболы.

Построение гиперболы по заданной вершине, оси и точке гиперболы

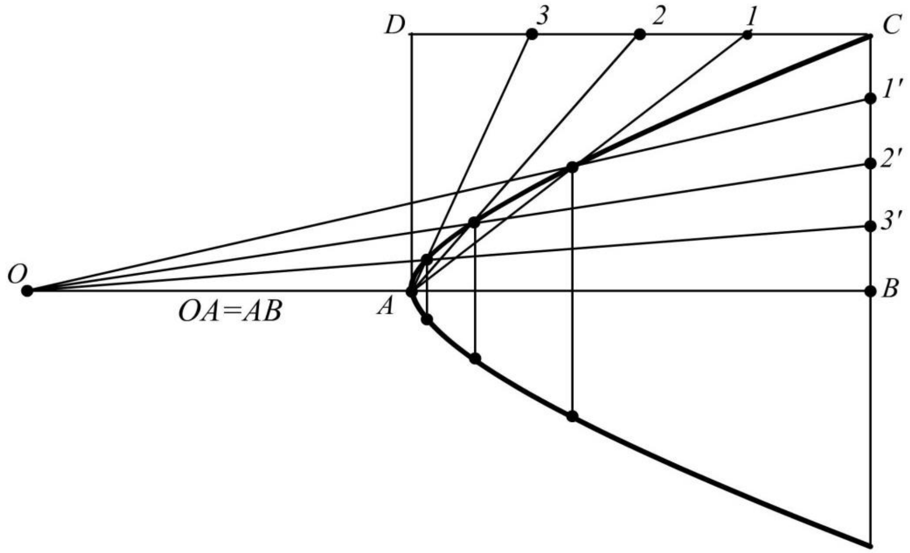


Рис. 7.12. Построение гиперболы по вершине *A*, оси *AB* и точке *C*

Из точки *C* опускают перпендикуляр на действительную ось *AB* гиперболы и строят прямоугольник *ABCD* (рис. 7.12). Стороны *CD* и *CB* прямоугольника делят на одинаковое число равных частей. Откладывают на оси гиперболы отрезок *OA* = *OB* и проводят два пучка лучей: из точки *A* к точкам 1, 2, 3, . . . деления, а из точки *O* к точкам 1', 2', 3', Взаимным пересечением этих пучков получают точки, принадлежащие гиперболе. Нижняя ветвь гиперболы симметрична верхней относительно действительной оси.

Контрольные вопросы

1. Что такое аксонометрическое изображение?
2. Какие виды аксонометрии существуют?
3. Что такое коэффициент искажения?
4. Как располагаются оси прямоугольной изометрии?
5. Чему равны натуральные и приведенные коэффициенты искажения в прямоугольной диметрии?

6. Как построить изометрию окружности, расположенной во фронтальной плоскости проекций? А в профильной?

8. МНОГОГРАННИКИ

8.1. Виды многогранников

Сравнение математических фигур и величин служит материалом для игр и обучения мудрости.

И. Пестолоцци

Многогранники – это конечная часть пространства, ограниченная отсеками пересекающихся плоскостей. Совокупность отсеков образует гранную поверхность многогранника. Отсеки плоскостей называются гранями, а линии их пересечения – ребрами. Ребра пересекаются в точках – вершинах многогранника. Совокупность всех ребер и вершин многогранника называется его сеткой. Многогранники также называют гранными телами.

Построение проекций многогранника на комплексном чертеже сводится к построению проекций его сетки.

Многогранник называется выпуклым, если он целиком лежит по одну сторону от плоскости любой своей грани. Все его грани – выпуклые многоугольники.

Многогранники как простейшие формы широко применяются в различного рода механизмах и деталях машин, в строительных сооружениях. В природе многие вещества имеют кристаллическое строение в виде различных многогранников.

Из всего многообразия многогранников рассмотрим призмы, пирамиды, призматоиды, антипризмы, правильные выпуклые многогранники (тела Платона), полуправильные и звездчатые.

8.1.1. Призмы

Многогранник, две грани которого представляют собой равные многоугольники с взаимно параллельными сторонами – основаниями, называют призмой.

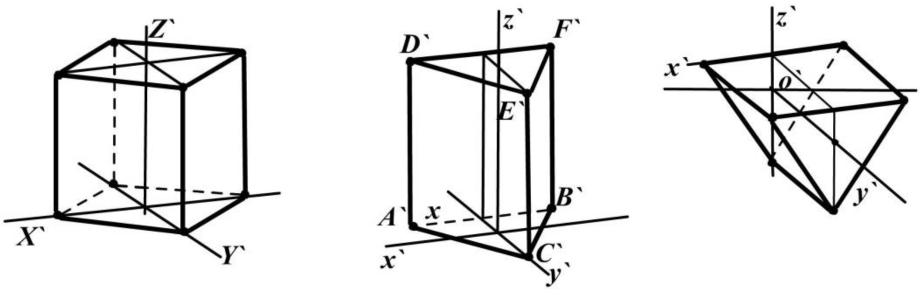


Рис. 8.1. Призмы в аксонометрии

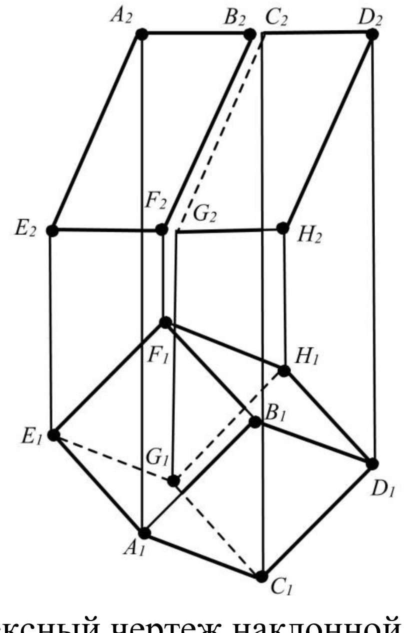


Рис. 8.2. Комплексный чертеж наклонной четырехгранной призмы

На рис. 8.1 приведены наглядные изображения трех и четырехгранных призм, основания которых расположены на горизонтальной плоскости проекций, и трехгранная призма с основанием на фронтальной плоскости проекций.

А что изображено на этом комплексном чертеже? Ответ можно найти в электронной версии учебного пособия.

Подсказка:

$A_1E_1 \| B_1F_1 \| C_1G_1 \| D_1H_1$

$A_2E_2 \| B_2F_2 \| C_2G_2 \| D_2H_2$

8.1.2. Пирамиды

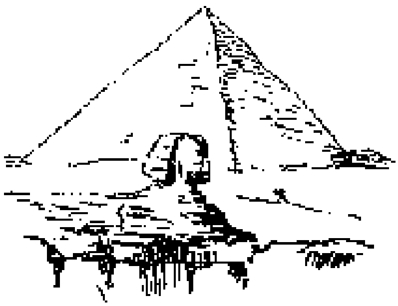


Рис. 8.3. Великая пирамида в Гизе

Каждый из вас слышал о египетских пирамидах. На рис. 8.3 показана египетская пирамида.

В качестве примеров гранных тел на рис. 8.4 изображены трех- и четырехгранные пирамиды.

Дадим математическое определение пирамиды.

Многогранник, одна грань которого – многоугольник со сколь угодно большим числом сторон (не менее трех), а остальные грани являются треугольниками с общей вершиной, называют *пирамидой*.

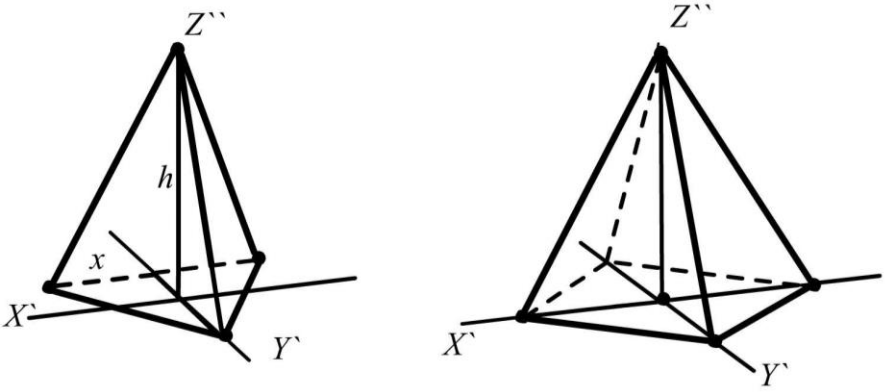


Рис. 8.4. Пирамиды в аксонометрии

На рисунке 8.5 изображен чертеж четырехгранной пирамиды, основание которой находится в плоскости общего положения.

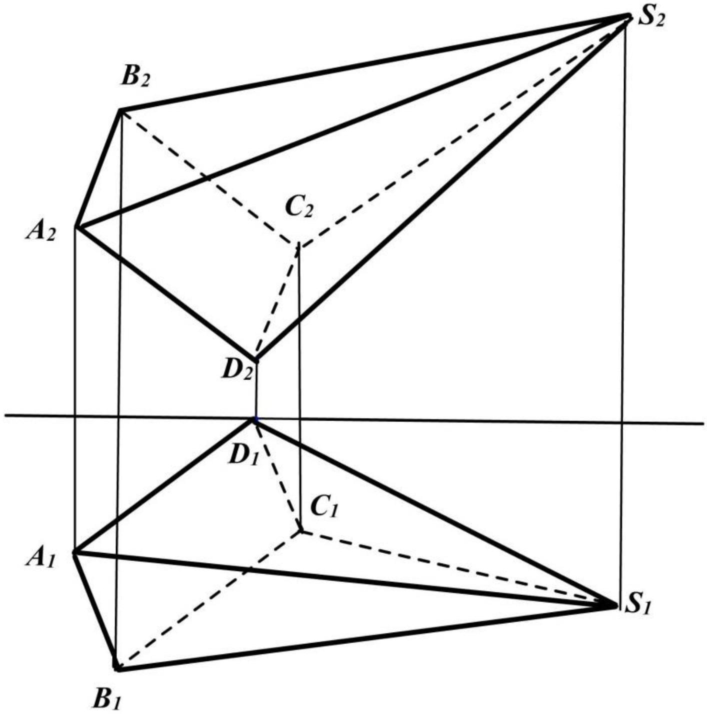


Рис. 8.5. Комплексный чертеж
четырехгранной пирамиды общего положения

8.1.3. Призматоиды

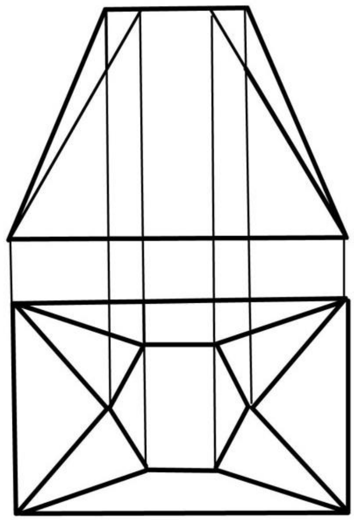


Рис. 8.6. Комплексный чертеж призматоида

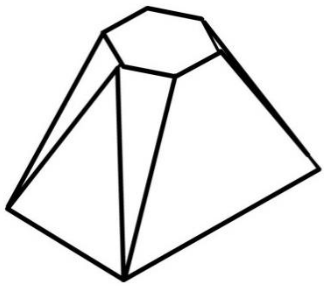


Рис. 8.7. Наглядное изображение призматоида

Призматоидом называют многогранник, основания которого многоугольники, расположенные в параллельных плоскостях, а боковые грани – треугольники и трапеции, вершины которых являются вершинами оснований.

На рисунках 8.6 и 8.7 приведено наглядное изображение и комплексный чертеж призматоида.

8.1.4. Антипризмы

Многогранник, основания которого – равные, правильные, выпуклые многоугольники с центрами, расположенными на общей нормали к ним и повернутыми относительно друг друга на угол $180^{\circ}/n$,где n – число сторон многоугольника, а боковые грани – правильные треугольники, вершинами которых служат вершины оснований, называют *антипризмой*.

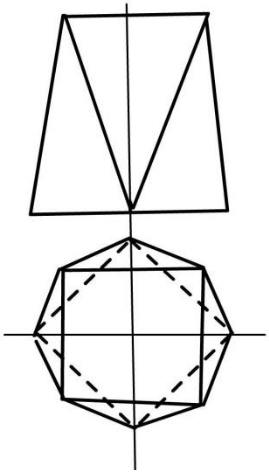


Рис. 8.8. Комплексный чертеж и наглядное изображение антипризмы

На рис. 8.8 показаны наглядное изображение и комплексный чертеж антипризмы.

8.1.5. Ромбоэдр

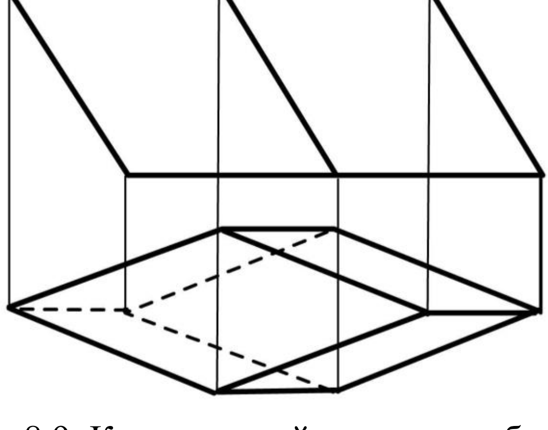


Рис. 8.9. Комплексный чертеж ромбоэдра

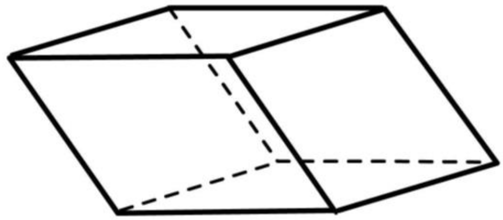
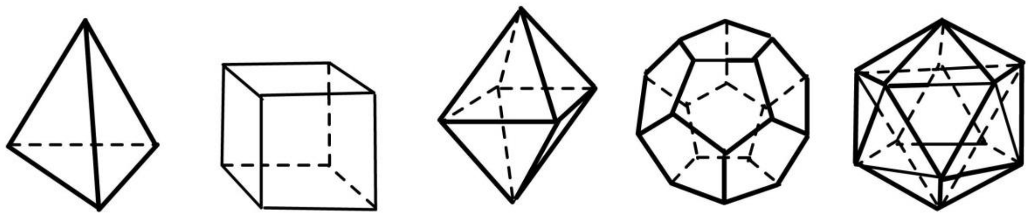


Рис. 8.10 Наглядное изображение
ромбоэдра

На рисунках 8.9 и 8.10 изображены комплексный чертеж и наглядное изображение *гексаэдра* (или ромбоэдра) – шестигранника, все грани которого являются ромбами.

8.1.6. Правильные многогранники



а ***б*** ***в*** ***г*** ***д***

Рис. 8.11. Правильные многогранники (тела Платона):
а – тетраэдр, *б* – гексаэдр (куб), *в* – октаэдр (восьмигранник),
г – додекаэдр (двенадцатигранник), *д* – икосаэдр
(двадцатигранник)

Многогранник, все грани которого – правильные многоугольники и у которого все многогранные углы равны, называют правильным.

Среди правильных многогранников различают выпуклые (рис. 8.11) – тела Платона (их всего пять) и вогнуто-выпуклые или звездчатые (рис. 8.12), их всего четыре.

На приведенном выше рис. 8.11 даны наглядные изображения тел Платона.

На рисунке 8.12 приведены 4 звездчатых правильных многогранника:

а – малый звездчатый додекаэдр;
б – большой додекаэдр;
в – большой звездчатый додекаэдр;
г – большой икосаэдр.

Других правильных многогранников не существует.

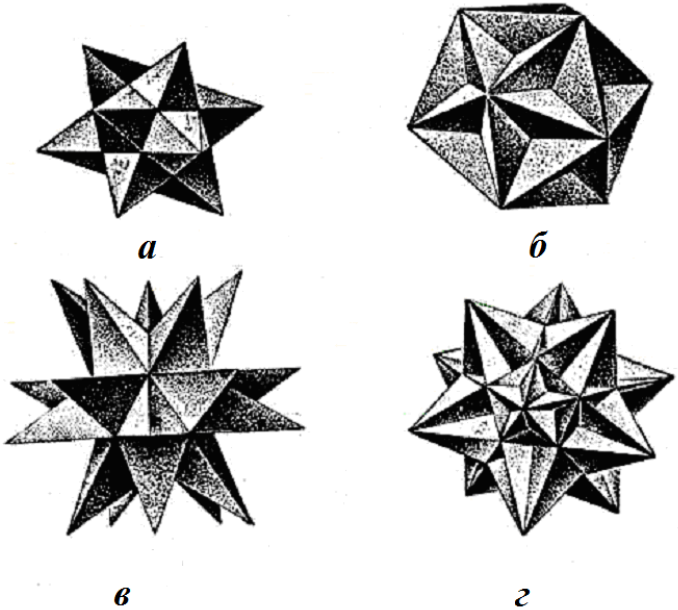


Рис. 8.12. Звездчатые правильные многогранники

Данные, характеризующие указанные тела, приведены в таблице 8.1, где *Г* – число граней; *В* – число вершин; *Р* – число ребер; *n* – число сторон каждой грани; *m* – число ребер, сходящихся в каждой вершине.

Таблица 8.1. Характеристики многогранников

Многогранник	$Г$	$В$	$Р$	n	m
Тетраэдр	4	4	6	3	3
Куб	8	6	12	4	3
Октаэдр	20	12	30	5	3
Додекаэдр	6	8	12	3	4
Икосаэдр	12	20	30	3	5

Все выпуклые многогранники обладают свойством, которое впервые доказал великий математик Леонард Эйлер (1707-1783), установивший зависимость между числом граней многогранника ($Г$), числом вершин ($В$) и числом ребер ($Р$),

$Г + В – Р = 2.$

Правильные многогранники часто применяются в качестве аппроксимирующих, заменяющих кривые поверхности.

Многогранники называются правильными, если их грани – правильные многоугольники, равные между собой, и все многогранные (телесные) углы их равны между собой.

8.2. Построение чертежей многогранников и проецирование точек, принадлежащих их поверхностям

Построение проекций многогранника на комплексном чертеже сводится к построению проекций его сетки. (Определение сетки дано в начале раздела 8.1.)

При построении проекций геометрических тел, в частности и многогранников, на комплексном чертеже оси координат заменяют осями симметрии поверхности либо вводят плоскости или линии отсчета.

8.2.1. Проецирование призмы

Рассмотрим построение комплексного чертежа (рис. 8.13) четырехугольной призмы и ее наглядного изображения.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

ДИМЕТРИЯ ИЗОМЕТРИЯ

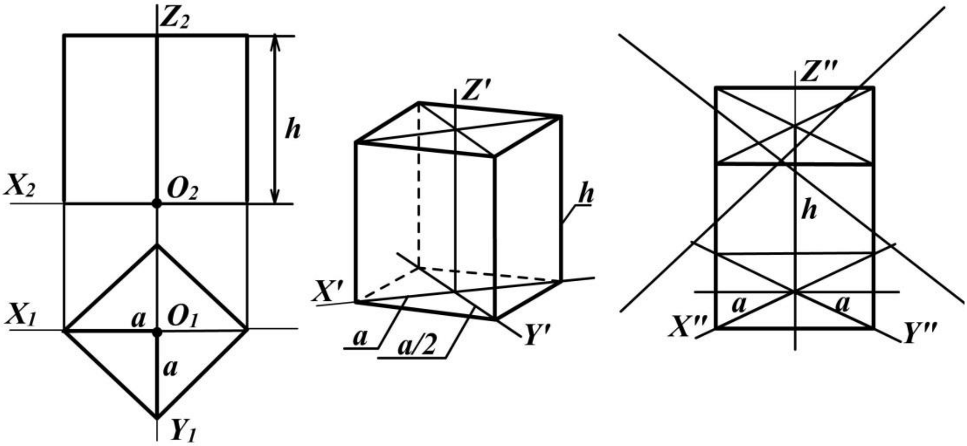


Рис. 8.13. Комплексный чертеж и диметрия четырехгранной призмы

Построение комплексного чертежа начинаем с горизонтальной проекции. На плоскость $П_1$ призма спроецируется в виде квадрата, вершины которого расположены на осях *X*, *Y*. На фронтальную плоскость проекции призма спроецируется в виде двух смежных прямоугольников. Так как фронтальная и профильная проекции четырехгранной призмы одинаковы, то профильную проекцию строить не будем.

В качестве наглядного изображения могут использоваться различные виды аксонометрии, но чаще всего диметрия и изометрия.

На рис. 8.13 изображены диметрия и изометрия призмы. Очевидно, что диметрия дает значительно лучшее представление о призме, чем изометрия.

На рис. 8.14 приведен комплексный чертеж, диметрия и изометрия трехгранной призмы. Как видим, и в этом случае диметрия более наглядная.

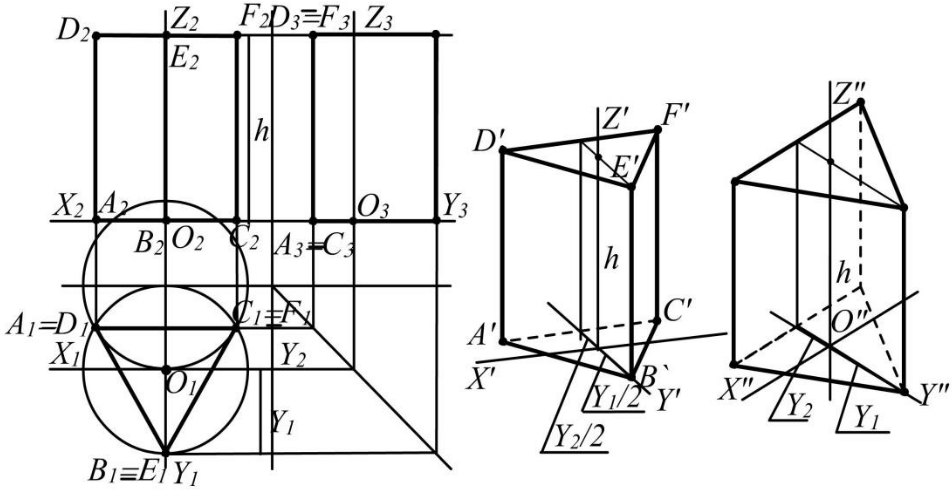


Рис. 8.14. Комплексный чертеж и диметрия трехгранной призмы

Краткое описание построения

На плоскость $П_1$ прямая призма проецируется в виде треугольника, так как ее боковая поверхность является горизонтально-проецирующей. На плоскость $П_2$ боковые грани проецируются в три прямоугольника, а именно: $A_2B_2D_2E_2$, $B_2C_2F_2E_2$ и $A_2C_2F_2D_2$.

Нижнее и верхнее основания проецируются в отрезки прямых A_2C_2 и D_2F_2 – вырожденные проекции оснований. Для построения профильной проекции примем заднюю грань за плоскость отсчета. Задняя грань *ACFD* (параллельная плоскости $П_2$) проецируется на плоскость $П_3$ в прямую A_3D_3. Положение этой прямой можно выбрать произвольно в проекционной связи с фронтальной проекцией. Профильная проекция E_3B_3 переднего ребра будет расположена, как показано на чертеже. Боковые грани призмы проецируются в прямоугольники, проекции которых совпадают.

Пошаговое построение комплексного чертежа треугольной призмы и ее аксонометрического изображения смотрите в электронной версии учебника (рис. 8.14).

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

ДИМЕТРИЯ

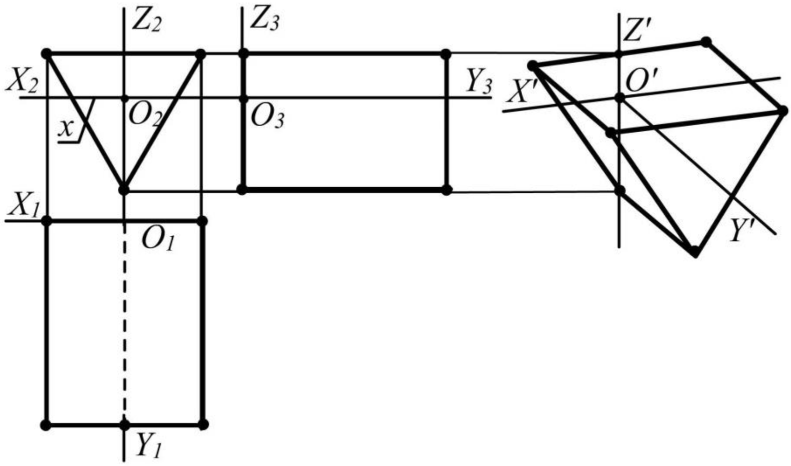


Рис. 8.15. Трехгранная призма с основанием на Π_2

Если в основании геометрического тела лежит правильный многоугольник, то в качестве наглядного изображения лучше строить диметрию.

На рис. 8.15 приведены комплексный чертеж и диметрия прямой трехгранной призмы, основание которой расположено на фронтальной плоскости проекций.

8.2.2. Проецирование пирамиды

На рис 8.16 построены комплексный чертеж и наглядные изображения трехгранной пирамиды.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

ДИМЕТРИЯ ИЗОМЕТРИЯ

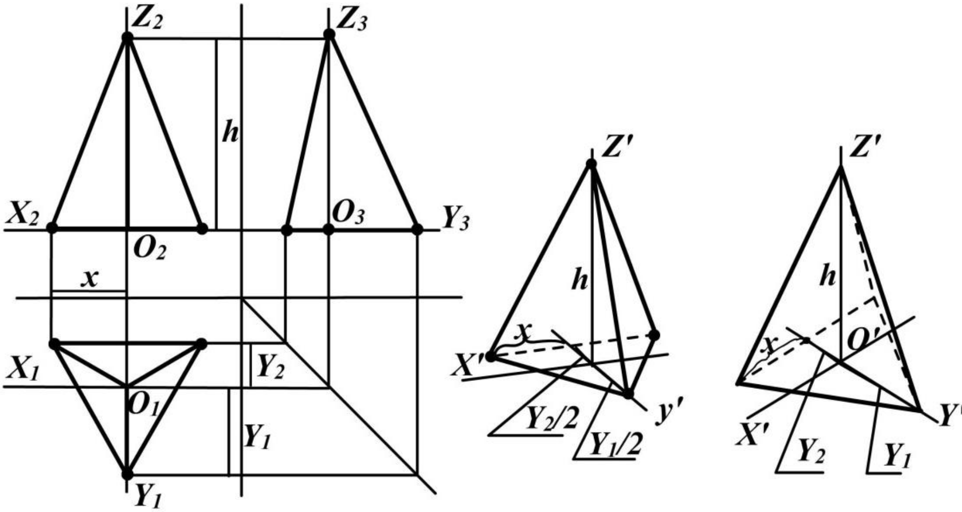


Рис. 8.16. Трехгранная пирамида. Комплексный чертеж и диметрия

Комплексный чертеж пирамиды построен в разнесенной системе координат. Пирамида задана размерами основания (основание – равносторонний треугольник) и высотой. Чтобы главный вид (фронтальная проекция) был наиболее информативным, пирамида расположена вертикально и повернута так, что одна сторона треугольника основания параллельна оси *X*. При этом на главном виде видны все три боковых ребра пирамиды и две боковые грани.

На комплексном чертеже указаны размеры Y_1, Y_2 и h, которые использованы при построении наглядных изображений диметрии и изометрии. Диметрия более наглядна, так как на ней видны две передние боковые грани.

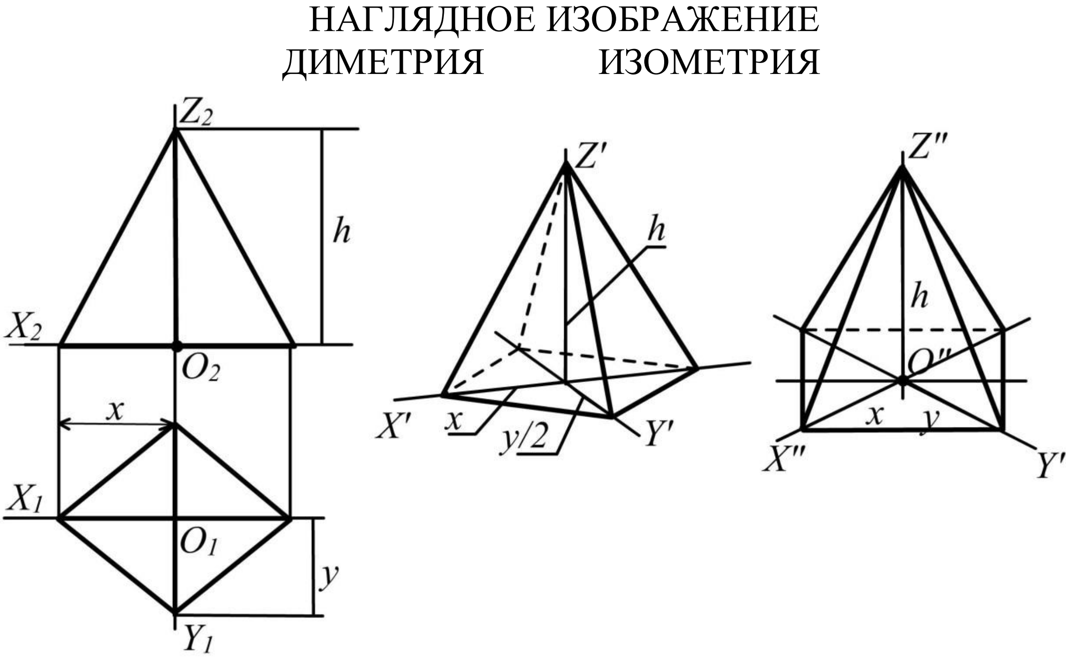


Рис. 8.17. Комплексный чертеж и диметрия четырехгранной пирамиды

На рис. 8.17 построены комплексный чертеж и наглядные изображения четырехгранной пирамиды.

Как и в предыдущем случае, комплексный чертеж построен в разнесенной системе координат. Пирамида задана размерами четырехугольника основания и высотой. Расположение пирамиды в системе координат при проецировании выбрано из условий информативности главного вида. Профильная проекция пирамиды не построена, так как она полностью совпадает с главным видом.

Размеры x и y, показанные на горизонтальной проекции, и высота h использованы при построении наглядных изображений. Как видно из чертежа, и в этом случае диметрия более наглядная, чем изометрия.

8.2.3. Проецирование точек, лежащих на боковой поверхности гранного тела

При построении проекций точек, принадлежащих гранным поверхностям, исходят из условий принадлежности точки грани – отсеку плоскости (см. раздел 5.2). Напомним, что ограниченная со всех сторон часть плоскости называется отсеком. Построения выполняют, используя проецирующие свойства плоскости или прибегая к посредникам, в качестве которых обычно применяют вспомогательные прямые и плоскости.

Рассмотрим построение проекций точки принадлежащей боковой поверхности трехгранной призмы (рис. 8.18).

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

ДИМЕТРИЯ

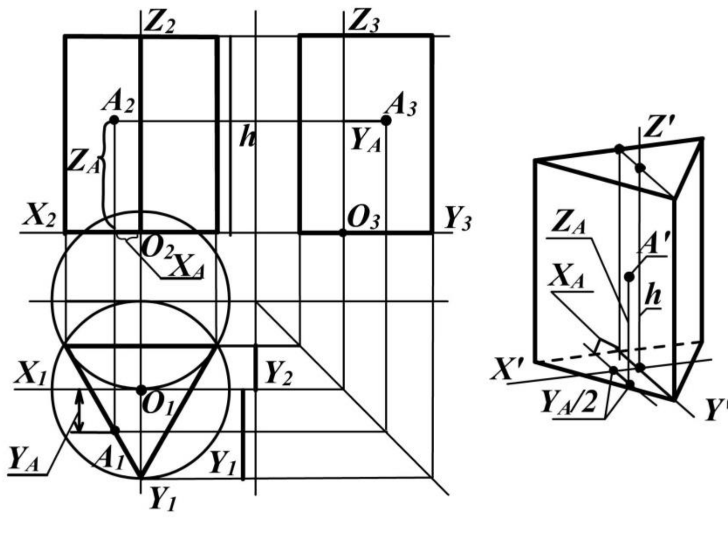


Рис. 8.18. Точки на поверхности призмы

Пусть точка A принадлежит левой боковой грани и задана фронтальной проекцией A_2.

Горизонтальная проекция A_1 расположена на стороне треугольника (горизонтальной проекции призмы), так как грань призмы горизонтально-проецирующая. Профильная проекция A_3 точки A располагается на линии уровня, проходящей через A_2, и на расстоянии Y_A от оси Z_3.

Рассмотрим два способа построений проекций точки, принадлежащей боковой поверхности трехгранной пирамиды.

На рис. 8.19 показано построение проекций точки *A* методом вспомогательной прямой. Точка *A* задана проекцией A_2 и расположена на боковой грани пирамиды.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

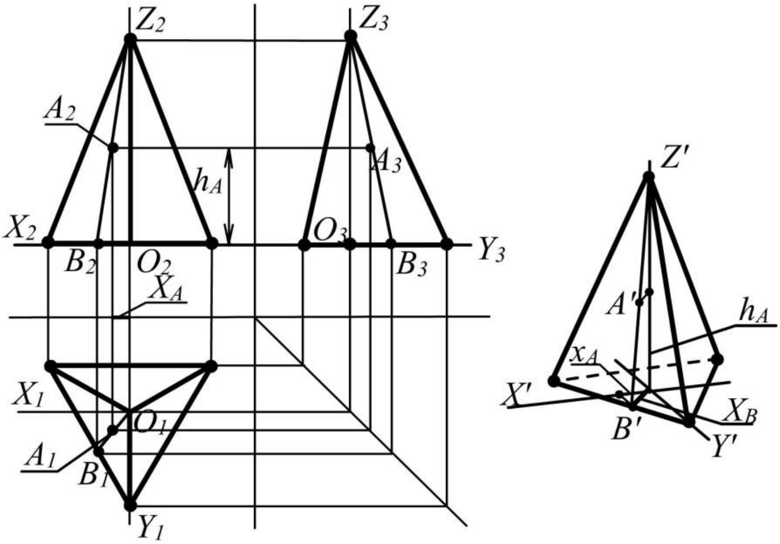


Рис. 8.19. Точки на поверхности пирамиды (метод образующей)

Через фронтальную проекцию вершины пирамиды и точку A_2 проводим прямую до пересечения с основанием в точке B_2. По линии проекционной связи найдем горизонтальную проекцию B_1 и профильную B_3 проекцию точки *B*, а также горизонтальную и профильную проекции вспомогательной прямой, на которых расположены проекции A_1 и A_3 точки *A*.

Более подробное пояснение построения чертежа в электронной версии учебника (рис. 8.19).

Соединив B_1 с горизонтальной проекцией вершины, получим горизонтальную проекцию вспомогательной прямой.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

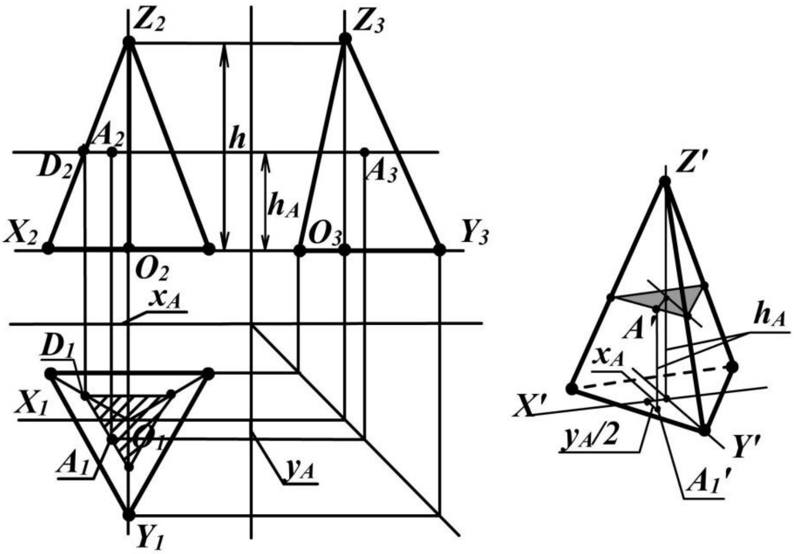


Рис. 8.20. Точки на поверхности пирамиды (метод плоскости уровня)

На рис. 8.20 показано построение проекций точки A методом вспомогательной плоскости уровня.

Через фронтальную проекцию A_2 проведем горизонтальную плоскость уровня. В сечении получим треугольник, подобный основанию и проходящий через точку D, принадлежащую ребру пирамиды.

Точка A принадлежит этой вспомогательной плоскости. По линиям проекционных связей найдем A_1 и A_3.

8.3. Пересечение многогранников проецирующей плоскостью

При пересечении многогранника плоскостью получается плоская фигура, называемая **сечением**.

Контуром сечения в общем случае является многоугольник с различным числом сторон, в частном случае – прямая или точка.

Построение контура сечения многогранника плоскостью сводится в основном к построению точек пересечения его ребер с секущей плоскостью либо линий взаимного пересечения плоскостей – граней с заданной секущей плоскостью.

8.3.1. Сечение призмы проецирующей плоскостью

На рис. 8.21 показано построение проекций и натуральной величины сечения прямой треугольной призмы профильно-проецирующей плоскостью.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

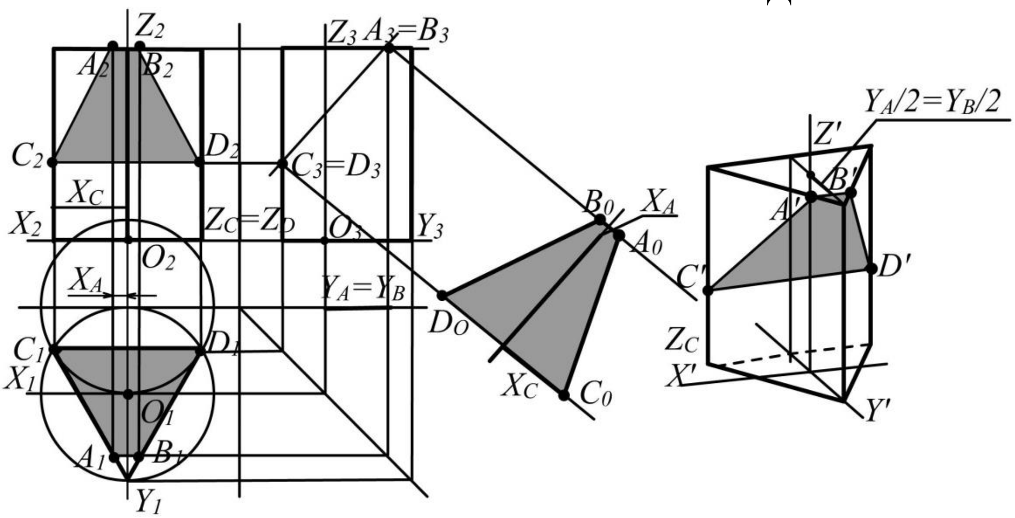


Рис. 8.21. Сечение призмы профильно проецирующей плоскостью

На основании свойств проецирующей плоскости профильная проекция сечения совпадает с вырожденной проекцией плоскости (следом секущей плоскости).

Отметив профильные проекции точек *A*, *B*, *C*, *D* пересечения ребер призмы с секущей плоскостью, по проекционным связям находим их фронтальные и горизонтальные проекции на соответствующих проекциях ребер. Соединив прямыми, являющимися линиями пересечения граней призмы с секущей плоскостью, точки A_1, B_1, C_1, D_1, получим горизонтальную проекцию контура сечения. Соединив фронтальные проекции точек A_2, B_2, C_2, D_2, получим фронтальную проекцию контура сечения. Построение натуральной величины сечения видно из чертежа.

8.3.2. Сечение пирамиды проецирующей плоскостью

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

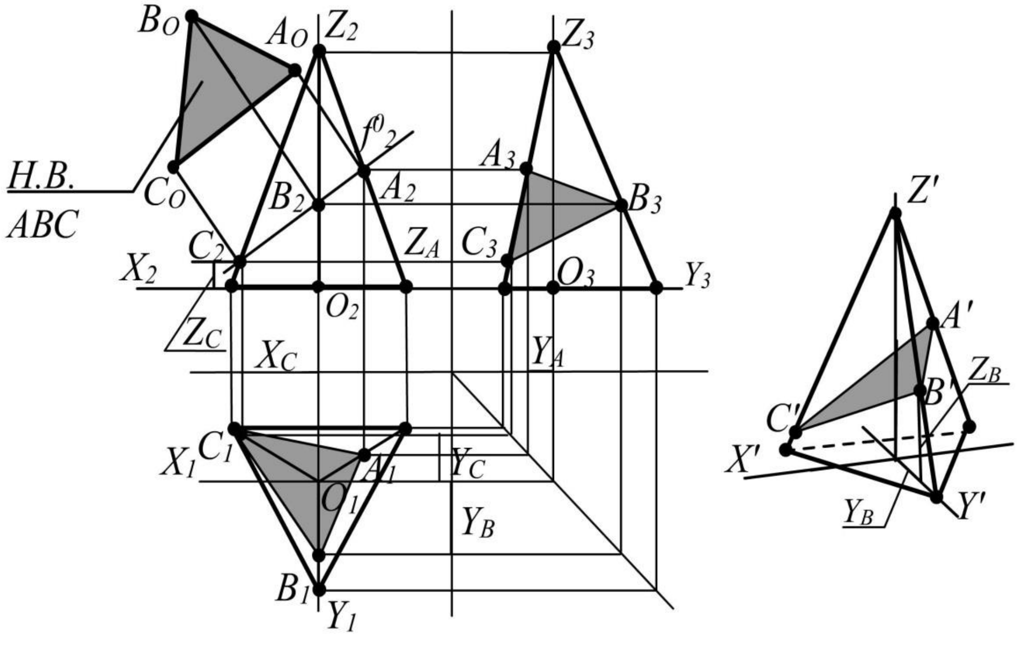


Рис. 8.22. Сечение призмы фронтально проецирующей плоскостью

На рис. 8.22 показано построение проекций и натуральной величины сечения пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью. Как и в предыдущем случае, фронтальная проекция сечения совпадает с вырожденной проекцией секущей плоскости, т.е. проецируется в отрезок прямой. Отметив фронтальные проекции точек *A, B, C* пересечения ребер со следом секущей плоскости, по проекционным связям находим их горизонтальные проекции. Точка B_1 найдена при помощи горизонтали. Соединив полученные точки отрезками прямых, получим горизонтальную проекцию сечения. Профильную проекцию сечения можно построить, пользуясь фронтальной и горизонтальной проекциями или непосредственно по фронтальной проекции. Построение натуральной величины сечения видно из чертежа.

8.4. Взаимное пересечение многогранников

Линия пересечения двух многогранников представляет собой некоторую замкнутую пространственную ломаную. Эта линия может распадаться на две или более также замкнутых ломаных, в частности, – на плоские многоугольники. Стороны ломаной представляют собой отрезки прямых, по которым пересекаются грани обоих многогранников.

Вершинами ломаной являются точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго многогранника с гранями первого.

Таким образом, при построении линии пересечения двух многогранников задача сводится к построению точек пересечения прямой с плоскостью, т.е. ребер с гранями, и линии пересечения двух плоскостей (граней).

Как известно, при решении таких задач в общем случае пользуются посредниками: вспомогательными прямыми линиями и плоскостями (уровня, проецирующими и общего положения).

Если хотя бы одна из поверхностей многогранника проецирующая, то при построении линии пересечения многогранников опираются на свойство проецирующей поверхности.

8.4.1. Проецирование призмы с призматическим отверстием

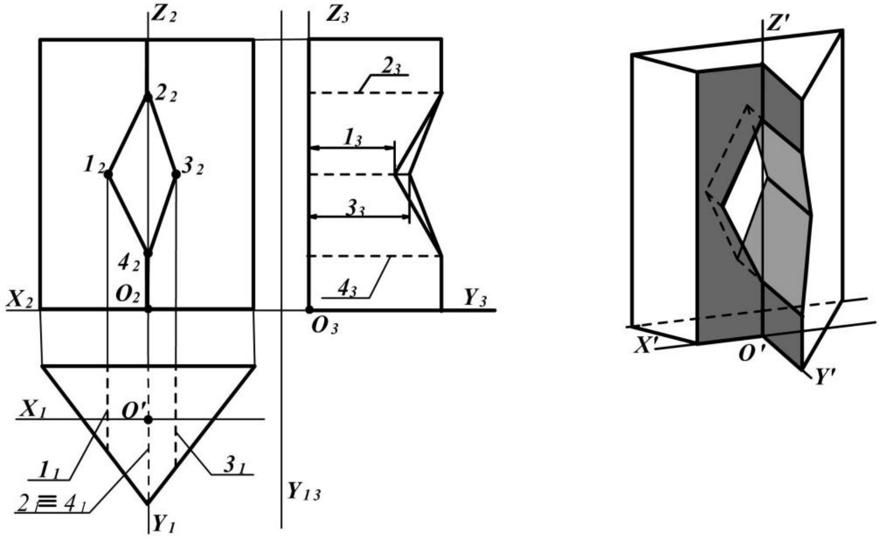


Рис. 8.23. Трехгранная призма с не симметричным призматическим отверстием

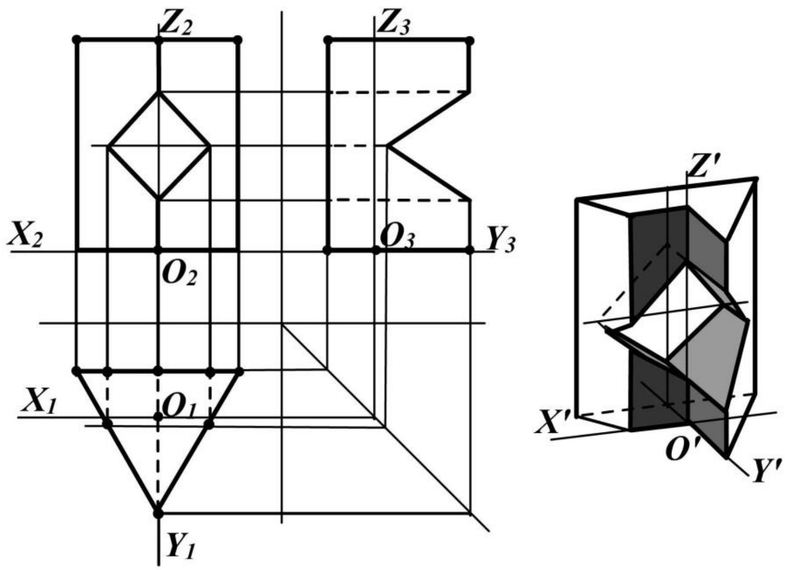
В разделе 8.2.1 подробно по шагам показано построение комплексного чертежа и наглядных изображений правильной трехгранной призмы (см. рис. 8.14).

На рис. 8.23 выполнено построение комплексного чертежа трехгранной призмы с призматическим отверстием в ней. Данная призма имеет четырехгранное призматическое отверстие, несимметричное относительно переднего ребра призмы и неправильной формы.

При построении чертежей основное внимание уделим нахождению проекций ребер отверстия и линии пересечения призмы с призмой-отверстием. Напомним, что комплексный чертеж строим в разнесенной системе координат, призму располагаем вертикально и повернем ее так, чтобы поверхность отверстия и его ось были перпендикулярны к фронтальной плоскости.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

ДИМЕТРИЯ



а *б*

Рис. 8.24. Трехгранная призма с симметричным призматическим отверстием

На главном виде (фронтальной проекции) призма-отверстие проецируется в четырехугольник, так как грани отверстия перпендикулярны фронтальной плоскости.

Фронтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией отверстия, то есть с четырехугольником. Ребра отверстия находятся внутри призмы, поэтому их горизонтальные и профильные проекции невидимые и изображены пунктирными линиями. Причем на горизонтальной плоскости проекции верхнего и нижнего ребра совпадают, а на профильной плоскости совпадают проекции боковых ребер. Линия пересечения призмы с призмой-отверстием расположена на поверхности призмы, и ее горизонтальная проекция совпадает с проекцией призмы, то есть с треугольником.

Профильная проекция линии пересечения строится по горизонтальной и фронтальной проекциям с помощью линий проекционных связей.

Диметрия призмы без отверстия построена на рис. 8.14 . Чтобы достроить на ней отверстие, надо, измеряя на комплексном чертеже размеры отверстия вдоль осей *X*, *Y*, *Z*, перенести их на диметрическую проекцию. При этом размеры *X* и *Z* переносятся без изменений, а размеры *Y* уменьшаются в два раза. Для большей наглядности вырезана одна четвертая часть призмы, находящаяся в первом октанте.

На рис. 8.24 показан еще один пример проецирования четырехгранной призмы с четырехгранным призматическим отверстием.

Эта призма отличается от предыдущей только тем, что в основании ее лежит не равнобедренный, а правильный треугольник, и отверстие выполнено в виде правильной четырехгранной призмы, расположенной симметрично относительно переднего ребра. Построение проекций и наглядного изображения ничем не отличается от выше приведенного. Если вам что-то не понятно, посмотрите решение задачи на предыдущем рисунке 8.23.

Обратите внимание, что на профильных проекциях призм (рис. 8.23, *а* и 8.24) есть значительные отличия в изображении проекций линий пересечения. Объясните, чем это вызвано.

Подробное динамическое построение вы можете найти в электронной версии учебника (рис. 8.24, *в*)

8.4.2. Проецирование пирамиды с призматическим отверстием

На рис. 8.25 выполнена схема построения линии взаимного пересечения четырехгранной прямой пирамиды с трехгранной фронтально-проецирующей призматической поверхностью в виде отверстия.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

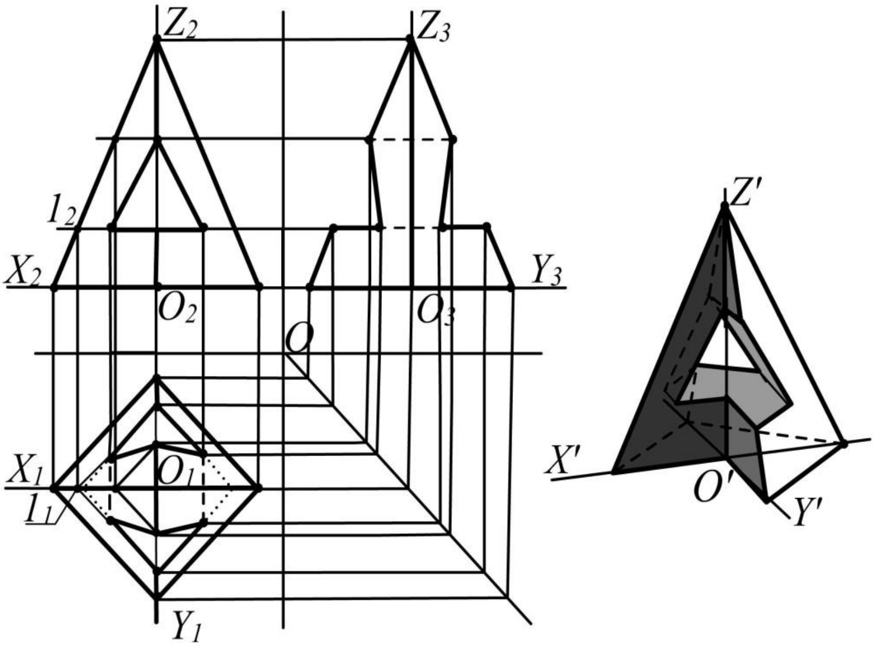


Рис. 8.25. Четырехгранная пирамида с трехгранным призматическим отверстием

Задача

Дано: прямая четырехгранная пирамида, расположенная на горизонтальной плоскости проекции, имеет трехгранное фронтально-проецирующее отверстие.

Построить комплексный чертеж и диметрию данной пирамиды.

На фронтальную плоскость проекций призма-отверстие спроецируется в виде треугольника. Так как поверхность отверстия фронтально-проецирующая, то линия пересечения совпадает с проекцией треугольника, а ребра отверстия проецируются в вершины треугольника.

Чтобы построить горизонтальные проекции ребер и линии пересечения, через нижнее основание треугольника отверстия проведем горизонтальную плоскость уровня. Проекция линии пересечения вспомогательной плоскости с поверхностью пирамиды подобна проекции основания и проходит через точку 1_1, принадлежащую ребру пирамиды. Проведя через вершины треугольника линии проекционной связи до пересечения с построенной линией, мы получим горизонтальную проекцию основания отверстия и его нижних ребер. Чтобы построить горизонтальную проекцию верхнего ребра треугольника, проведем через него вторую вспомогательную горизонтальную плоскость уровня и построим горизонтальную проекцию линии пересечения. По линии проекционной связи получим искомую горизонтальную проекцию ребра. Соединив полученные точки с граничными точками проекции основания, получим горизонтальную проекцию линии пересечения пирамиды с призмой-отверстием.

Профильную проекцию линий пересечения можно построить по фронтальной и горизонтальной проекциям, как показано на чертеже. В качестве наглядного изображения строим диметрию.

Процесс построения чертежа по шагам в электронной версии учебника.

8.4.3. Проектирование наклонной призмы общего положения, которая пересекается прямой общего положения (построение комплексного чертежа)

Построение комплексного чертежа сводится к следующим действиям:

-проецирование призмы;

-проецирование прямой;

-построение точек пересечения прямой с призмой.

Проектирование призмы и прямой не вызывает затруднений.

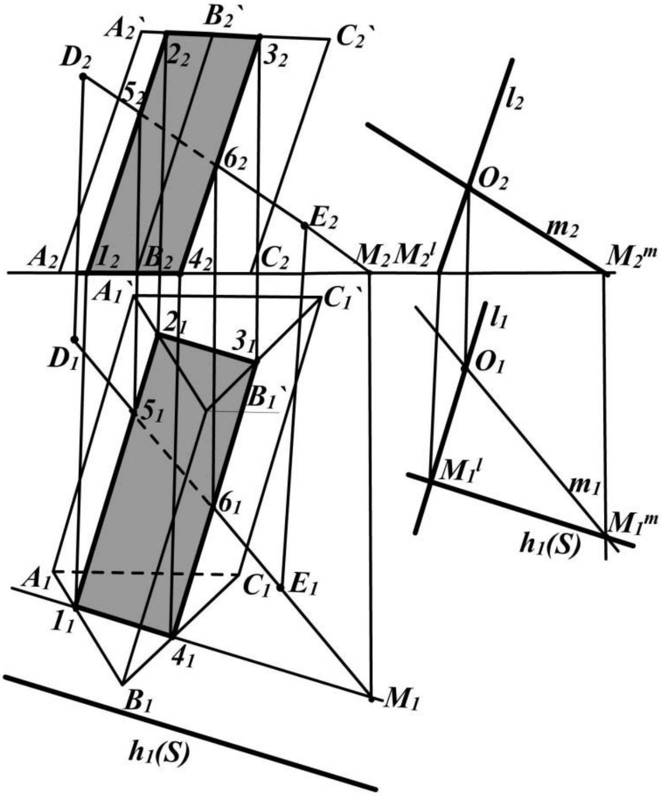


Рис. 8.26. Пересечение наклонной призмы с прямой общего положения

Основное внимание уделим нахождению точек пересечения прямой с гранями призмы, которые являются плоскостями общего положения.

На рис 8.26 изображен комплексный чертеж призмы *ABCA'B'C'* и прямой *DE* общего положения, заданных проекциями.

Найти: точки пересечения прямой с призмой.

Решение этой задачи выполняется с помощью вспомогательной плоскости *S* общего положения, построенной так, чтобы она была параллельна продольным ребрам призмы и прямой *DE*. Эта плоскость *S* задана рядовыми прямыми общего положения *m* и *l*, которые проходят через произвольно выбранную точку *O*. Прямая *m* параллельна прямой *DE*, а прямая *l* параллельна продольным ребрам призмы.

Рекомендуем внимательно изучить построения в электронной версии учебника (рис. 8.26).

8.4.4. Проецирование двух наклонных пересекающихся призм общего положения. Построение комплексного чертежа

На рис. 8.27 изображен комплексный чертеж двух наклонных пересекающихся призм общего положения. Рассмотрим построение этого чертежа. Построение чертежа сводится к следующим действиям:

- проецирование первой призмы *AA`BB`CC`*;
- проецирование второй призмы *DD`EE`FF`;*
- построение их линии пересечения.

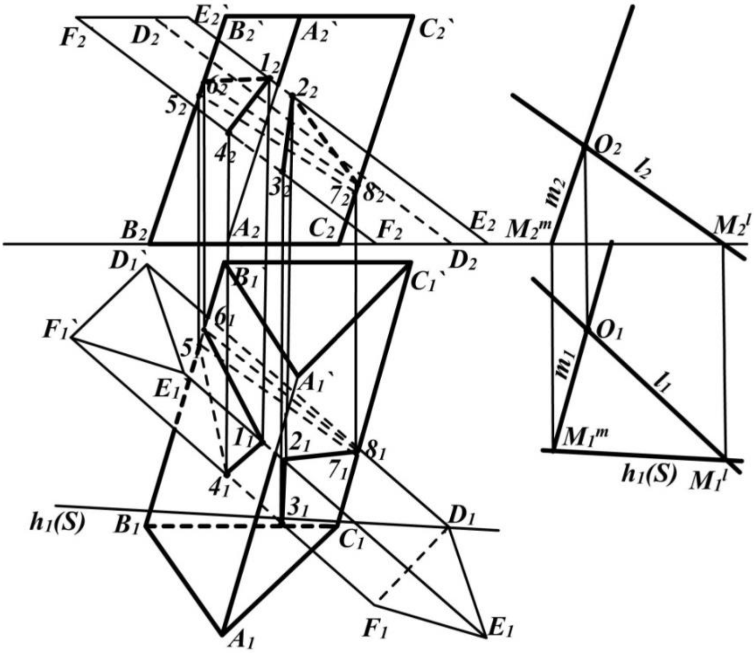


Рис. 8.27. Пересечение двух наклонных призм

Проецирование призм подробно рассмотрено в разделе 8.2.1. Поэтому основное внимание уделим построению линии пересечения призм, которое сводится к нахождению точек пересечения ребер первой призмы с гранями второй и ребер второй с гранями первой.

Построение линии пересечения выполнено с помощью вспомогательной плоскости *S*, параллельной продольным ребрам каждой из призм. Задание такой плоскости и определение с ее помощью точек пересечения ребер (прямых линий) с гранями призмы изложено в разделе 8.8.3 (рис. 8.26).

С помощью плоскости *S* найдены точки $5\{5_1, 5_2\}$, $6\{6_1, 6_2\}$, $7\{7_1, 7_2\}$, $8\{8_1, 8_2\}$ пересечения ребер первой призмы с гранями второй и точки $1\{1_1, 1_2\}$, $2\{2_1, 2_2\}$, $3\{3_1, 3_2\}$, $4\{4_1, 4_2\}$ пересечения ребер второй призмы с гранями первой. Соединив эти точки, как показано на чертеже, построим линию пересечения призм.

Рекомендуем изучить построение чертежа по шагам с подробными пояснениями текстом и голосом лектора в электронной версии учебника (рис. 8.27).

Контрольные вопросы

1. Какие виды многогранников существуют?
2. Дайте определение призмы, призматоида, антипризмы.
3. Какие правильные многогранники Вы знаете?
4. Приведите алгоритм проецирования точек, лежащих на боковой поверхности пирамиды.
5. Приведите алгоритм построения линии пересечения пирамиды с призмой.

9. ПОВЕРХНОСТИ

Разнообразен и безграничен мир поверхностей. Он простирается от элементарной, отличающейся простотой и математической строгостью, плоскости до сложнейших причудливых форм криволинейных поверхностей, не поддающихся математическому описанию.

По разнообразию форм и свойств, по своему значению при формировании различных геометрических фигур, той роли, которую они играют в науке, технике, архитектуре, изобразительном искусстве, поверхности не имеют себе равных среди других геометрических форм. И как бы сложна и разнообразна не была поверхность, ее надо уметь изображать на чертеже, где должны быть отражены все ее геометрические свойства.

Чертеж в технике является единственным и незаменимым средством выражения человеческих идей, он необходим в самых разнообразных проявлениях многосторонней деятельности человека. В связи с этим чертеж не только должен определять форму, размеры поверхностей, их свойства, но и быть достаточно простым в графическом исполнении.

Несколько замечаний о кривых линиях.

Кривая, все точки которой принадлежат одной плоскости, называется *плоской кривой*. Из школьного курса геометрии известна группа *кривых второго порядка*: окружность, эллипс, парабола, гипербола. Все перечисленные кривые – плоские. Кривая второго порядка пересекается с прямой не более чем в двух точках. Это ее отличительный признак, выраженный на языке геометрии. Введя на плоскости декартову систему координат и записывая по отношению к ней уравнение перечисленных кривых, получаем уравнение второй степени. Это тоже отличительный признак такой кривой, выраженный на языке аналитическом (на языке чисел). Продолжая этот ряд, можно выделить группу кривых третьего, четвертого, ..., n-го порядка. Все они имеют аналогичные отличительные признаки: при пересечении с прямой или плоскостью получаем не более трех, четырех, ... , n точек; при записи в декартовой системе координат получаем уравнение третьей, четвертой,..., n-й степени.

Теорема. При параллельном проецировании порядок кривой не увеличивается, т.е. остается прежним или понижается.

Так, кривые второго порядка (плоские кривые) могут иметь одну проекцию в виде прямой линии или отрезка прямой. Это означает, что кривая лежит в проецирующей плоскости. В общем случае кривые второго порядка при проецировании таковыми и остаются. При этом окружность проецируется в эллипс и наоборот. Но гипербола и парабола сохраняет свой вид, так как кривые не замкнутые, т.е. имеют несобственные (бесконечно удаленные) точки.

9.1. Кинематическое образование поверхностей

Представление о поверхности как о совокупности всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии удобно для графических построений.

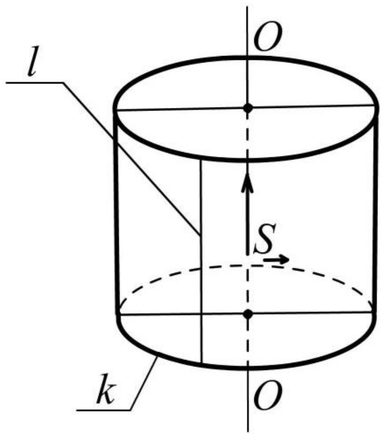


Рис. 9.1. Цилиндрическая поверхность: $l \parallel \vec{S}$ – образующая, k – направляющая кривая (окружность)

Такое представление позволяет назвать поверхности кинематическими (*Kinema*/греч./ – движение). Итак, кинематическая поверхность представляет собой геометрическое место последовательных положений линий (образующих), движущихся в пространстве по некоторому закону (направляющим).

Поверхность, образуемая при наличии такого закона, называется *закономерной* (правильной) в отличие от незакономерных (случайных) поверхностей. Закон перемещения образующих в пространстве удобно задавать неподвижными линиями, которые называют направляющими линиями кинематической поверхности. Они могут быть прямыми и кривыми, плоскими и пространственными.

На любой кинематической поверхности можно выделить два семейства линий: образующих и направляющих. Из них можно всегда составить сколь угодно плотный каркас кинематической поверхности. Причем линии одного семейства (образующие) и второго (направляющие) могут меняться ролями. То есть одна и та же поверхность может быть образована движением различных линий и согласно различным условиям, которым должна подчиняться в своем движении образующая линия.

Например, боковая поверхность прямого кругового цилиндра может рассматриваться как результат движения образующей – прямой линии l параллельно оси OO по окружности или как результат движения образующей – окружности k вдоль оси OO, проходящей через ее центр (рис. 9.1).

Законы образования какой-либо поверхности могут быть разнообразны: желательно из возможного разнообразия законов образования поверхностей и вида образующих линий выбрать те, которые являются наиболее простыми или удобными для изображения поверхности и решения различных задач, связанных с этой поверхностью.

Если образующая поверхности – прямая линия, то поверхность называется прямолинейчатой.

Если образующая поверхности – кривая линия, поверхность называется криволинейчатой. Цилиндр можно отнести как прямолинейчатой так и криволинейчатой поверхности.

9.2. Определитель поверхности

Совокупность основных параметров поверхности, которые определяют ее задание, называют определителем поверхности. Определитель поверхности состоит из двух частей.

Первая – геометрическая часть определителя (ГЧО). Это перечень всех геометрических элементов, участвующих в образовании данной поверхности.

Вторая часть – алгоритмическая (АЧО), т.е. алгоритм формирования поверхности из геометрических элементов, включенных в состав определителя.

Обозначим определитель поверхности буквой Φ и в качестве примера запишем определитель цилиндрической поверхности:

ГЧО: $\{k, l\}$

АЧО: $\{ l \parallel \vec{S} \}$

$\Phi\{k,l \mid l \parallel \vec{S} \}$,

где k – направляющая кривая линия; l – образующая прямая линия; $\vec{S}$ – заданное направление.

АЧО показывает: любая образующая цилиндра (в любом своем положении) должна пересекать направляющую кривую k и оставаться параллельной заданному направлению $\vec{S}$.

9.3. Задание поверхности на чертеже

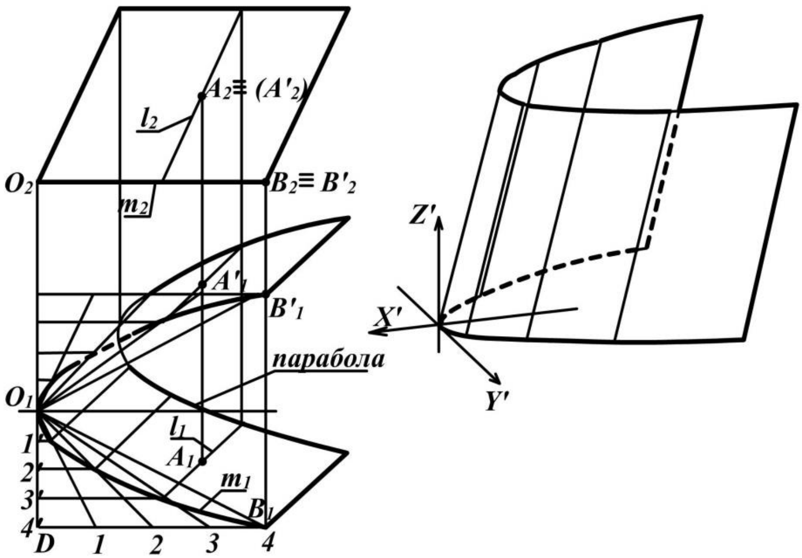
Поверхность считается графически заданной на чертеже, если для любой точки пространства, заданной на чертеже, можно однозначно решить вопрос о принадлежности ее этой поверхности.

Поверхность на чертеже может быть задана проекциями геометрической части определителя и очерком.

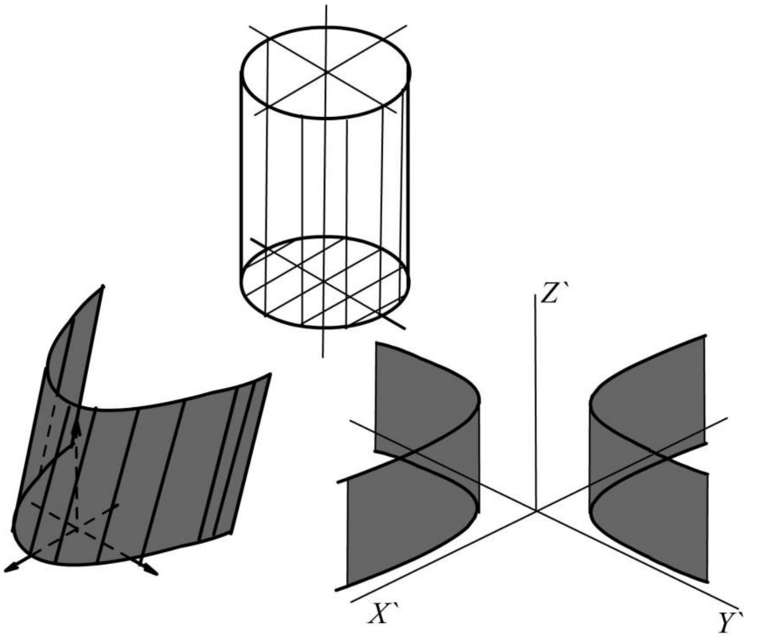
Очерком поверхности является ее контурная линия , т.е. линия, которая ограничивает данную поверхность и отделяет видимую ее часть от невидимой. Задание поверхности на чертеже проекциями ее определителя обеспечивает обратимость чертежа, его метрическую определенность, но не дает наглядности изображения. Применяется в случаях, когда поверхность не ограничена.

Большую наглядность имеет задание поверхности очерком и используется, когда поверхность замкнутая или ограниченная. Часто оба эти способа соединяют воедино.

9.4. Линейчатые развертываемые поверхности



а



б

Рис. 9.2. Параболический, круговой, гиперболический цилиндры

Развертываемые поверхности – это поверхности, все точки которых можно совместить с плоскостью без складок и разрывов.

Из всего многообразия криволинейных поверхностей развертываемыми являются линейчатые поверхности: цилиндрическая и коническая. Рассмотрим построение этих поверхностей.

9.4.1. Цилиндрическая поверхность

Цилиндрическая поверхность образуется перемещением образующей l, сохраняющей во всех своих положениях параллельность некоторой заданной прямой линии S и проходящей последовательно через все точки некоторой кривой m – направляющей линии.

Определитель цилиндрической поверхности имеет вид $\Phi\{l,m\}$.

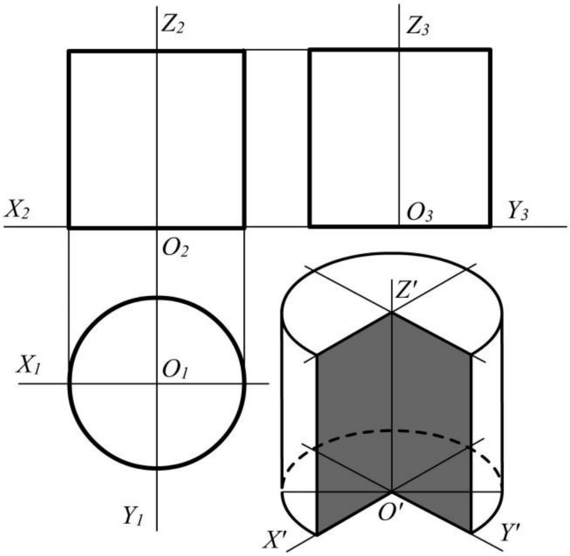
Построим цилиндрическую поверхность по заданной образующей l и направляющей m – параболе, параллельной плоскости $П_1$(рис. 9.2).

Прежде всего построим проекции параболы по заданной оси, вершине O и точке B, принадлежащей параболе. Для этого на горизонтальной плоскости проекции $П_1$ построим прямоугольник $O_1D_1B_1$. Отрезки O_1D_1 и D_1B_1 делим на равные части, например на четыре. Точки деления нумеруем, как показано на рис. 9.2, *а*. Вершину O_1 соединяем с точками 1, 2, 3, 4 на прямой D_1B_1, а через точки 1', 2', 3', 4' проводим прямые, параллельные горизонтальной оси O_1. Пересечение одноименных прямых дает точки, принадлежащие параболе.

Через точки построенной параболы m_1 проводим одинаковые по длине отрезки, параллельные l_1, и, соединив концы этих отрезков, получим вторую параболу, а вместе с ней и горизонтальную проекцию цилиндрической поверхности.

Аналогично, через точки фронтальной проекции параболы m_2 проводим параллельные l отрезки и получаем фронтальную проекцию отсека цилиндрической поверхности.

Для отыскания фронтальной проекции точки A по заданной горизонтальной проекции A_1 достаточно через последнюю провести горизонтальную проекцию образующей l_1, а затем построить фронтальную проекцию l_2 и по проекционной связи и принадлежности найти A_2.



НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ ИЗОМЕТРИЯ

а

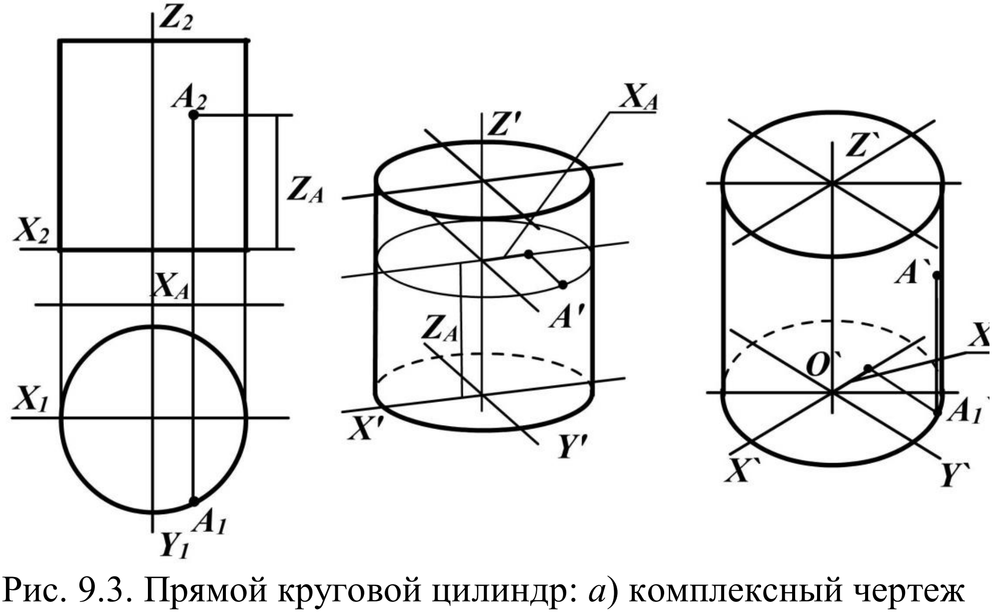


Рис. 9.3. Прямой круговой цилиндр: *а*) комплексный чертеж и изометрия;
б) точка *А* на боковой поверхности цилиндра

На рис. 9.2, а приведены круговой, параболический и гиперболический цилиндры. Обращаем ваше внимание на то, что цилиндрические поверхности могут быть как замкнутыми (эллиптический и круговой цилиндр), так и разомкнутыми (параболический и гиперболический цилиндры).

На рис. 9.3 приведен трехкартинный комплексный чертеж и наглядное изображение прямого кругового цилиндра.

Комплексный чертеж построен в разнесенной системе координат $X_1O_1Y_1$; $X_2O_2Z_2$; $Y_3O_3Z_3$, а наглядное изображение – в изометрической системе координат $X'Y'Z'O'$. Для большей наглядности вырезана четвертая часть цилиндра.

Рекомендуем рассмотреть процесс построения чертежа по шагам в электронной версии учебника (рис. 9.3).

На рис. 9.3, *а* приведен комплексный чертеж и наглядные изображения прямого кругового цилиндра и показано построение проекций точек на цилиндре.

Пусть задана фронтальная проекция A_2 точки A, принадлежащей цилиндрической поверхности. Так как цилиндр проецирующий по отношению к горизонтальной плоскости проекций, то на нее он проецируется в окружность. Горизонтальная проекция A_1 точки A находится на пересечении вертикальной линии проекционной связи с окружностью.

9.4.2 Коническая поверхность

Коническая поверхность (рис. 9.4, *а*) образуется перемещением прямолинейной образующей l по криволинейной направляющей m. При этом одна точка S-образующей всегда неподвижна и является вершиной конической поверхности. Определитель конической поверхности включает вершину – точку S, образующую l и направляющую m, т.е. Φ $\{S,l,m\}$.

Построим коническую поверхность по известным координатам точки S и направляющей m, являющейся гиперболой с асимптотами a и b.

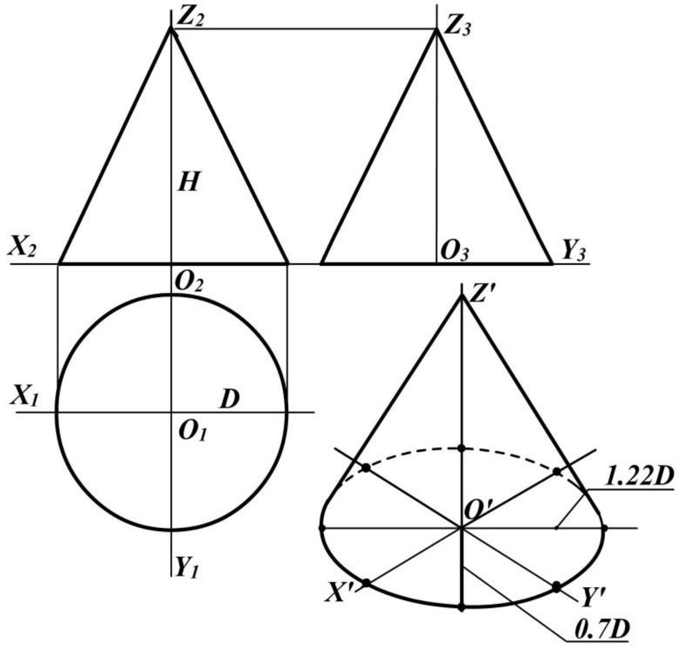
По условию задачи направляющая m параллельна фронтальной плоскости проекций. Поэтому, учитывая изложенное выше, решение задачи сводится к построению фронтальной проекции гиперболы m_2 и образующих l_2. Фронтальную проекцию гиперболы построим по заданным асимптотам a и b и точке M. Для этого через точку M проводим прямые f и g, соответственно параллельные асимптотам a и b. Из центра O проведем пучок прямолинейных лучей, пересекающих прямые g и f. Из точек пересечения каждого луча с прямыми g и f проводят прямые, параллельные асимптотам, и на пересечении соответствующих прямых получаем точки гиперболы. Например, точка 1_2 получена в пересечении прямых, проведенных из точек 1' и 1" параллельно прямым a и b. Полученные таким образом точки соединяют плавной кривой, которая и является направляющей гиперболой.

Точки на конической поверхности могут быть построены при помощи проходящих через них образующих. Так, если на горизонтальной проекции конической поверхности задана проекция A_1, то для нахождения ее фронтальной проекции A_2 необходимо через горизонтальные проекции A_1 и S_1 точек A и S провести образующую, затем построить ее фронтальную проекцию и по проекционной связи и принадлежности найти точку A_2.

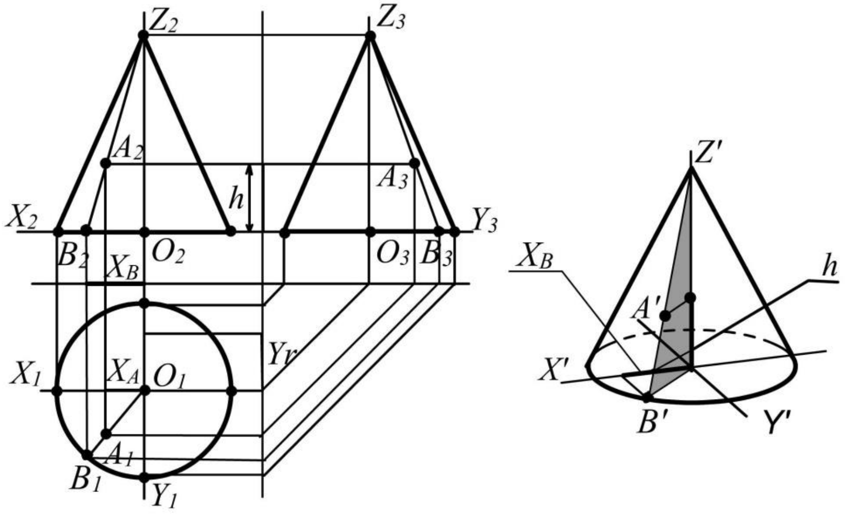
На рис 9.4, *б* приведены примеры конических поверхностей: прямой круговой конус, наклонный круговой конус и параболический конус. Отметим, что конические поверхности могут быть как замкнутыми (круговые конусы), так и разомкнутыми (параболический конус).

На рис. 9.5 приведен трехкартинный комплексный чертеж и наглядное изображение прямого кругового конуса высотой H и диаметром основания D.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ



а



б

Рис. 9.5. Прямой круговой конус

На рис. 9.5, *а* показано построение проекций точки, расположенной на поверхности. Проекции точки находятся методом образующей.

Задана фронтальная проекция A_2 точки A, принадлежащей конической поверхности. Чтобы найти горизонтальную проекцию A_1, проведем на фронтальной проекции конуса через A_2 и вершину конуса образующую до пересечения с основанием в точке B. Точка A принадлежит этой образующей. Построим горизонтальную и профильную проекции этой образующей. По линиям проекционной связи определим A_1 и A_3.

Если у вас возникли вопросы, обратитесь к электронной версии учебника (рис. 9.5), где отображено построение чертежей по шагам с детальными объяснениями.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

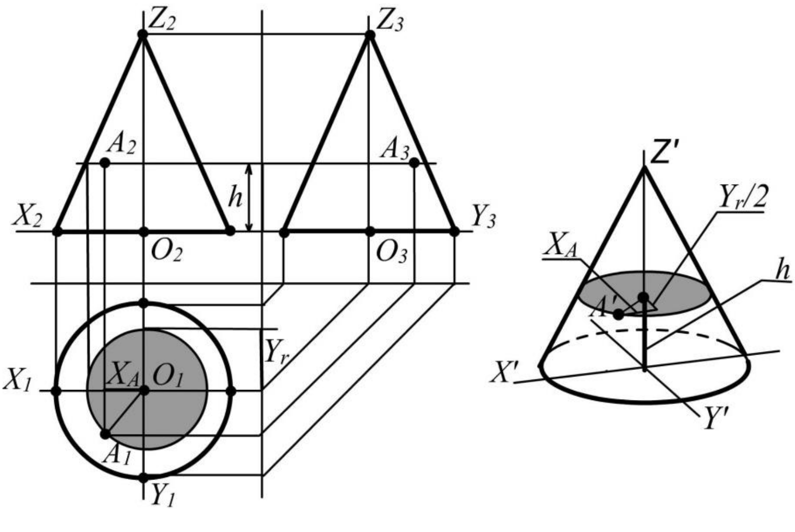


Рис. 9.6. Точка *А* принадлежит образующей конуса

На рис. 9.6 проекции точки находятся методом секущих плоскостей с помощью горизонтальной плоскости уровня.

Такой метод мы использовали при построении чертежей (рис. 8.20 в разделе 8.2).

Если вам для построения чертежей нужны более детальные объяснения, обратитесь в электронной версии учебника (рис. 9.6).

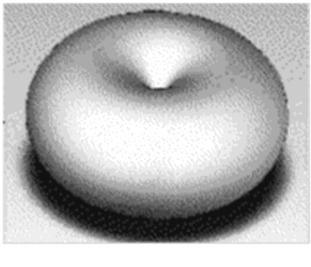
9.5. Поверхности вращения

Поверхности вращения наиболее широко распространены в технике. Это объясняется тем, что многие поверхности технических форм обрабатываются на станках при относительном вращательном движении режущего инструмента и изделия.

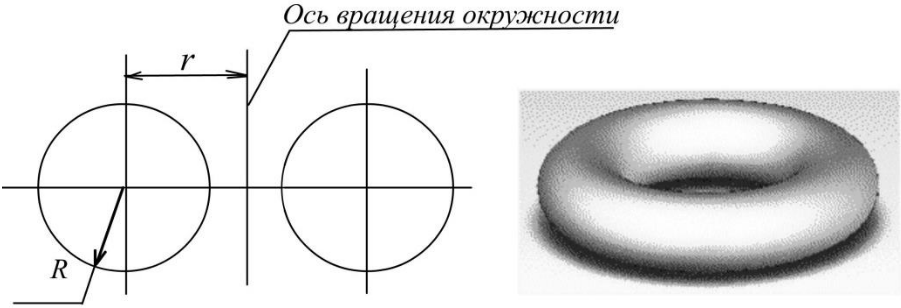
Поверхностью вращения называется поверхность, образованная вращением какой-либо линии-образующей вокруг некоторой прямой, называемой осью поверхности.

Для изображения поверхности на чертеже ось выбирается перпендикулярной плоскости проекций. В процессе вращения вокруг оси все точки образующей *l* перемещаются по окружностям – параллелям поверхности. Рассмотренные выше (рис. 9.3 и рис. 9.5) прямой круговой цилиндр и прямой круговой конус можно рассматривать как поверхности вращения.

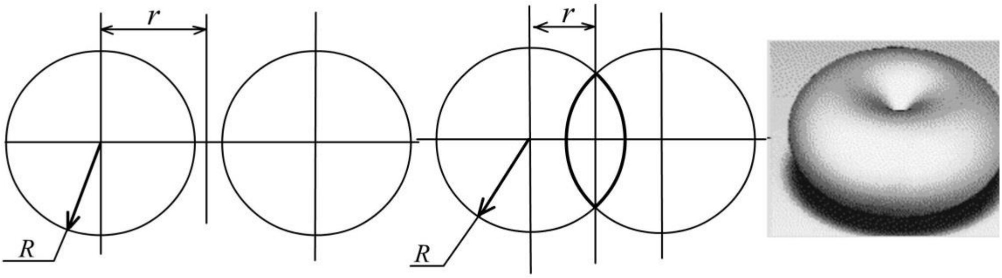
9.5.1. Тор



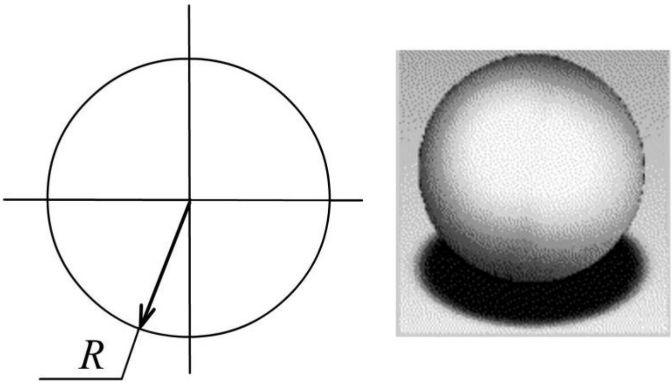
а



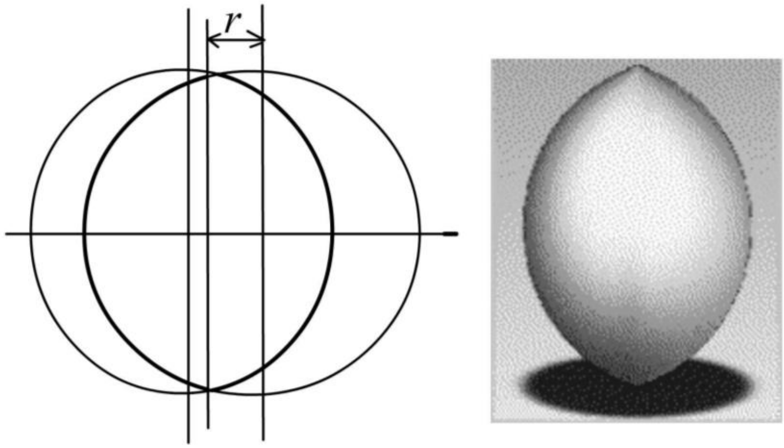
б



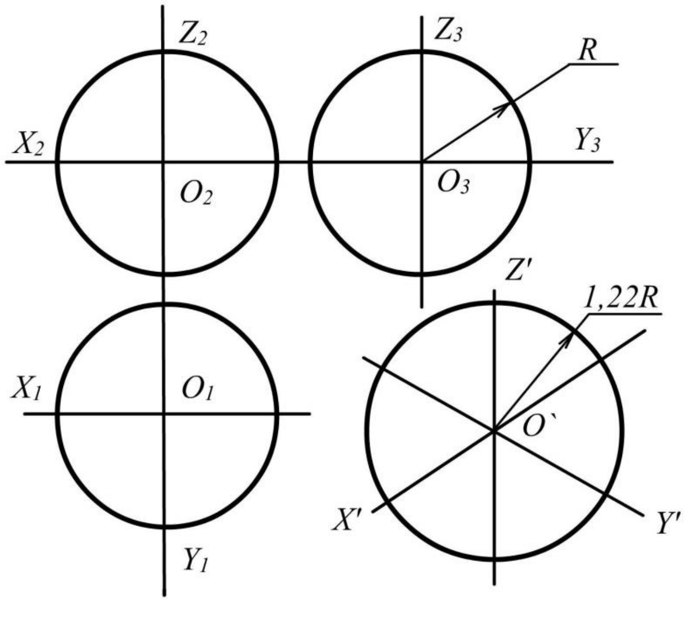
в



г

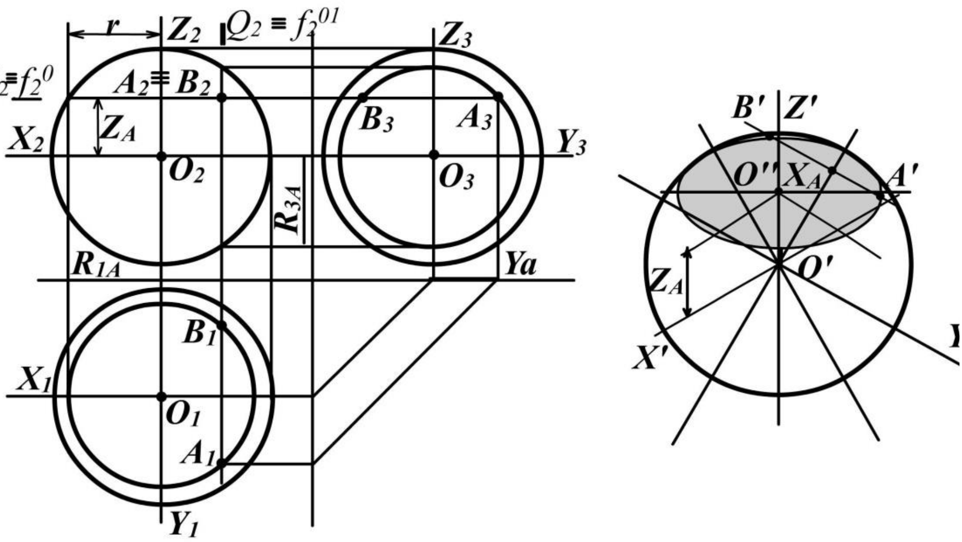


д



е

ИЗОМЕТРИЯ



ж

Рис. 9.7 Поверхности вращения:*а*) открытый тор;

б) закрытый тор (первый вариант);

в) закрытый тор (второй вариант);

г) сфера;

д) комплексный чертеж и диметрия сферы; *е*) точки A и B на поверхности сферы;

ж) три очерка сферы радиуса R и фронтальные проекции точек A и B

Другим примером поверхности вращения служит поверхность тора, которая образуется при вращении окружности вокруг оси, расположенной в плоскости этой окружности, но не проходящей через ее центр. В зависимости от соотношения значений радиуса окружности R и расстояния r от центра окружности до оси Z возможны следующие разновидности поверхностей:

1. $R < r$. Образующая окружность не пересекает ось вращения. Эта поверхность называется открытым тором или кольцом (рис. 9.7, *б*). Такой тор также называют бубликом.

2. При уменьшении r отверстие в торе будет уменьшаться и при $R = r$ отверстие сомкнется, и тор из открытого превратится в закрытый (рис. 9.7, *в*). При дальнейшем уменьшении r тор остается закрытым, но уменьшается его внешний диаметр. Такой тор иногда называют яблоком.

1. При уменьшении r до $r =$ 0 закрытый тор превращается в сферу (рис. 9.7, *г*).

Сфера является важным объектом для изучения, что будет рассмотрено ниже.

2. Если ось вращения переместить влево от оси окружности, то при $r < R$ снова получим закрытый тор-яблоко. Выделив в этом торе внутреннюю часть, получим еще одну разновидность тора, иногда называемую лимоном (рис. 9.7, *д*). Очевидно, что тор-лимон можно выделить и в случае, рассмотренном в п. 2 (рис. 9.7, *в*).

9.5.2. Сфера

На рисунке 9.7, *е* приведены комплексный чертеж и наглядное изображение сферы. Комплексный чертеж построен в разнесенной системе координат и представляет собой три окружности радиуса R. Это проекции сферы (они же и очерки сферы.)

В качестве наглядного изображения принята изометрия. Изометрия сферы изображается окружностью радиуса r = 1,22R (радиуса сферы) в изометрической системе координат. Изометрия сферы в таком виде не имеет хорошей наглядности. Изображение станет более наглядным, если на изометрии вырезать четвертую часть сферы, ограниченную плоскостями $+X'O'(\pm Z')$; $+Y'O'(\pm Z)$. Изображение станет еще более наглядным, если вырезать не четвертую, а восьмую часть сферы, расположенную в первом октанте, ограниченную плоскостями $+X'O'(+Z)$; $+Y'O'(+Z')$; $+X'(+Y')(+Z')O'$. Выполните эти построения на бумаге и убедитесь в правильности сказанного.

Для построения необходимо вспомнить, как проецируется окружность на плоскости проекций в изометрии (раздел 7.4.2, рис. 7.8).

Задача

Дано: три очерка на рис. 9.7, *ж* (три проекции) сферы радиуса R и фронтальные проекции $A_2 = B_2$ точек A и B (точка B расположена на невидимой стороне сферы). Определение очерков в разделе 9.3.

Построить горизонтальные A_1 и B_1, профильные A_3 и B_3, проекции точек A и B.

Чтобы построить горизонтальные проекции точек A и B, проведем через $A_2 = B_2$ горизонтальную плоскость уровня σ. На горизонтальную плоскость это сечение спроецируется в натуральную величину в виде окружности радиуса R_{1A}. Точки A и B принадлежат этой плоскости и сфере, т.е. их линии пересечения-окружности радиуса r. По линии проекционной связи находим горизонтальные проекции A_1 и B_1. Профильные проекции A_3B_3 легко найти, используя проекционные связи.

Чтобы найти точки A' и B' на изометрическом изображении, построен эллипс сечения сферы плоскостью $\sum$. Центр эллипса O'' расположен на оси Z'' на расстоянии Z_A от центра сферы O'. Большая ось эллипса равна $1{,}22r$, а малая – $0{,}72r$.

9.6. Сечение поверхностей проецирующей плоскостью

9.6.1. Сечение цилиндра

Цилиндр – это отсек цилиндрической поверхности, ограниченной двумя параллельными плоскостями – основаниями, перпендикулярными образующей.

Цилиндр называется прямым круговым, если его направляющая – окружность, а ось цилиндра перпендикулярна основанию.

В зависимости от расположения секущей плоскости в сечении цилиндра может быть прямоугольник или эллипс.

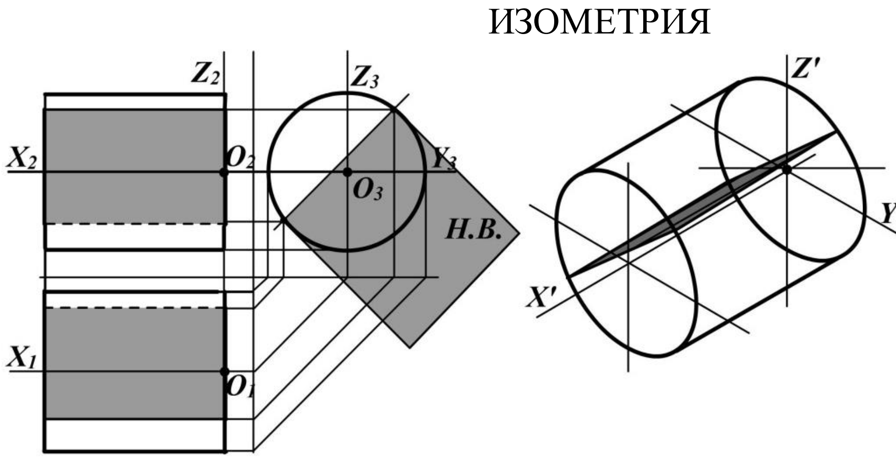


Рис. 9.8. Сечение цилиндра проецирующей плоскостью, параллельной оси цилиндра (в сечении две прямые линии)

В сечении будет прямоугольник, если секущая плоскость параллельна оси цилиндра (рис. 9.8). На рис. 9.8 на комплексном чертеже построены проекция и натуральная величина сечения прямого кругового цилиндра, основание которого расположено в профильной плоскости проекций Π_3 профильно-проецирующей секущей плоскостью.

На Π_3 секущая плоскость проецируется в прямую, а цилиндр в окружность. Отметим точки их пересечения. По линиям проекционной связи построим фронтальную и горизонтальную проекции сечения.

Натуральная величина сечения – это прямоугольник, основание которого равно отрезку по следу секущей плоскости между точками пересечения с окружностью, а высота равна высоте цилиндра.

В сечении будет эллипс, если секущая плоскость не параллельна оси цилиндра (рис. 9.9).

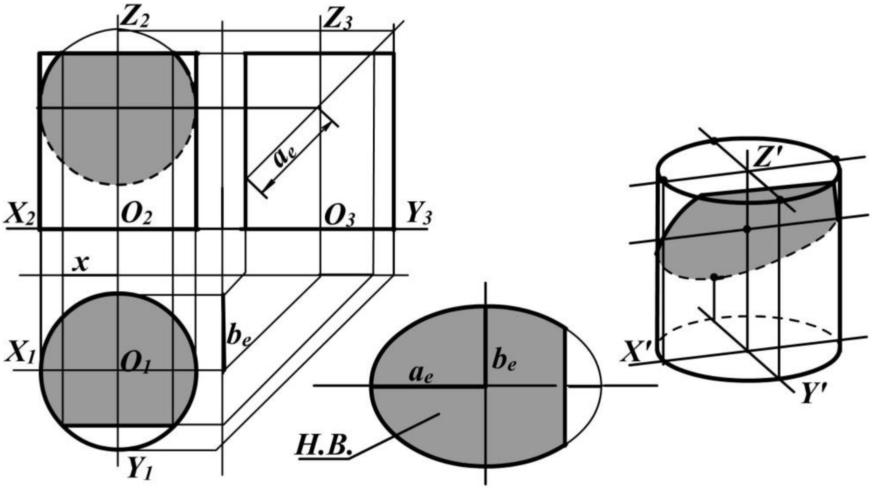


Рис. 9.9. Сечение цилиндра проецирующей плоскостью (в сечении эллипс)

На рис. 9.9 изображен цилиндр, основание которого расположено на Π_1. Пусть цилиндр пересекается профильно-проецирующей плоскостью. Так как секущая плоскость не параллельна оси цилиндра, то в сечении – эллипс (т.к. цилиндрическая поверхность бесконечна). Продолжим очерковую образующую до пересечения со следом секущей плоскости. Отрезок прямой, заключенный между точками пересечения очерковых образующих со следами плоскости, определяет большую ось эллипса. Малая ось равна диаметру цилиндра. Отметим точку пересечения следа плоскости с осью цилиндра. В этом месте совпали профильные проекции двух точек, фронтальные проекции этих точек лежат на очерковых образующих. Это точки перемены видимости, а прямая их соединяющая – фронтальная проекция малой оси эллипса. Точки, лежащие на профильной проекции на очерковых образующих на фронтальной проекции, принадлежат оси цилиндра. И наоборот. След плоскости пересекает верхнее основание цилиндра. Здесь тоже совпали профильные проекции двух точек (точнее целой профильно-проецирующей прямой), принадлежащих направляющей – окружности верхнего основания. Используя их Y координаты, изображаем эту прямую на Π_1 (очевидно, что она параллельна оси (O_1X_1). По линиям проекционной связи находим фронтальные проекции этих точек. Натуральную величину сечения (эллипс) строим по большой и малой оси. (На рис. 9.9 натуральная величина сечения повернута. В действительности большая ось эллипса сечения расположена на следе секущей плоскости).

9.6.2. Сечение конуса

Конус – это отсек конической поверхности, ограниченный с одной стороны вершиной, а с другой – плоскостью. Конус называется прямым круговым, если его ось перпендикулярна основанию, а направляющая (основание) – окружность.

В зависимости от расположения секущей плоскости в сечении конуса может быть:

• эллипс, если секущая плоскость пересекает все образующие (рис. 9.10, *а*, 9.11);

• парабола, если секущая плоскость параллельна одной образующей (рис. 9.10, *б*, 9.12);

• гипербола, если секущая плоскость параллельна двум образующим (рис. 9.10, *в*, 9.13);

• треугольник, если секущая плоскость проходит через вершину конуса и основание (рис. 9.10, *г*).

Рассмотрим построение проекций и натуральной величины сечения в каждом из перечисленных выше случаев.

На рис. 9.10, *г* конус пересекается профильно-проецирующей плоскостью, проходящей через его вершину, точку S.

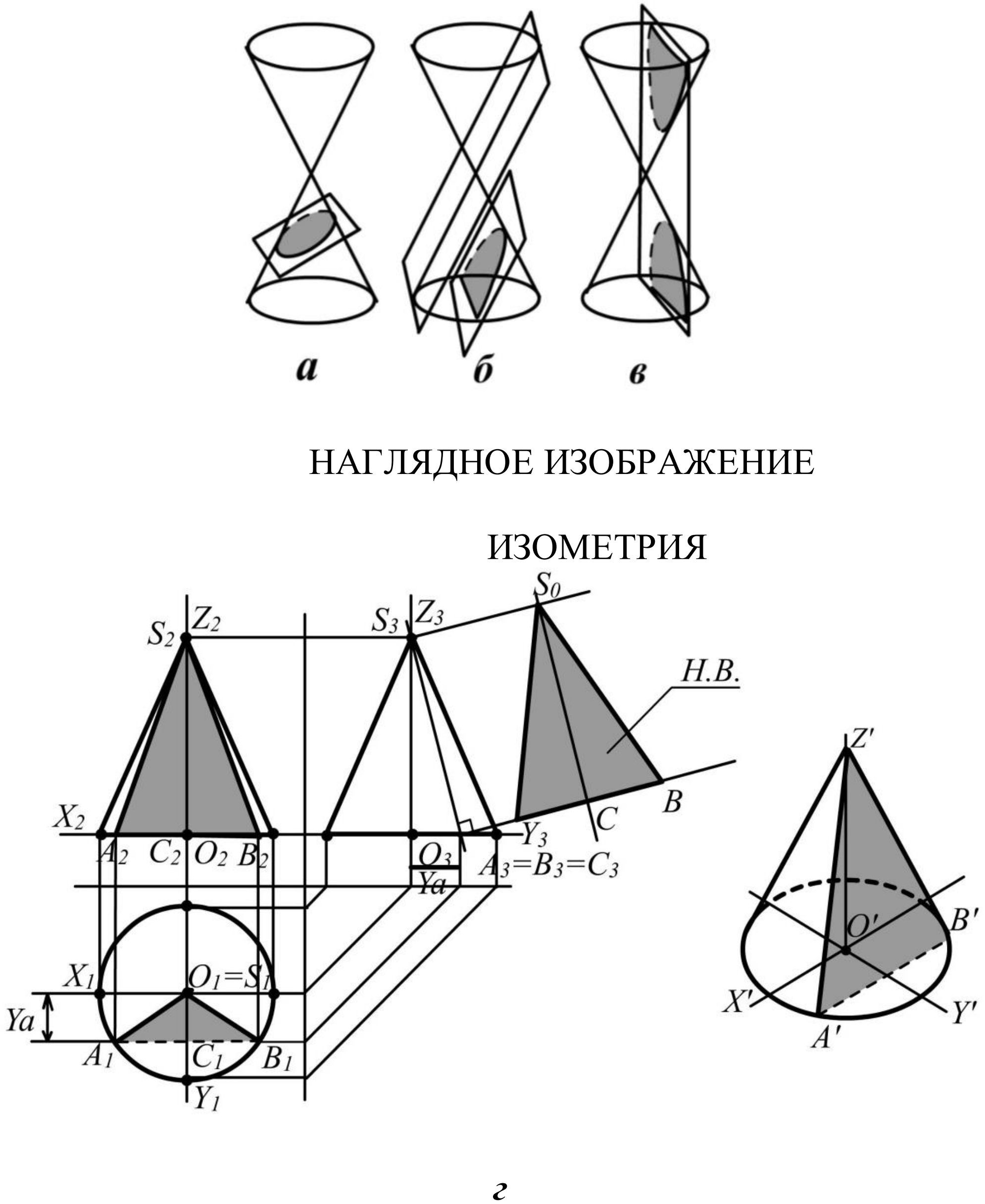


Рис. 9.10. Сечение конической поверхности плоскостью:
а) эллипс, *б*) парабола, *в*) гипербола
г) секущая плоскость проходит через вершину *S*

Построим проекции и натуральную величину сечения.

Из теории известно, что в этом случае в сечении получим равнобедренный треугольник, вершина которого совпадает с вершиной конуса S, а основание AB – это линия пересечения секущей плоскости с основанием конуса. Построение горизонтальной A_1B_1 и фронтальной A_2B_2 проекций показано на комплексном чертеже.

Чтобы построить натуральную величину сечения вспомним, что треугольник ABS – равнобедренный, причем натуральная величина высоты SC берется на $П_3$: Н.В$[SC]=[S_3C_3]$, а основания AB на $П_1$ или $П_2$: Н.В $[AB]=[A_1B_1]=[A_2B_2]$. По координатам точек A и B построим сечение на аксонометрии конуса.

На рис. 9.11 конус сечется фронтально-проецирующей плоскостью, причем след плоскости пересекает обе очерковые образующие.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

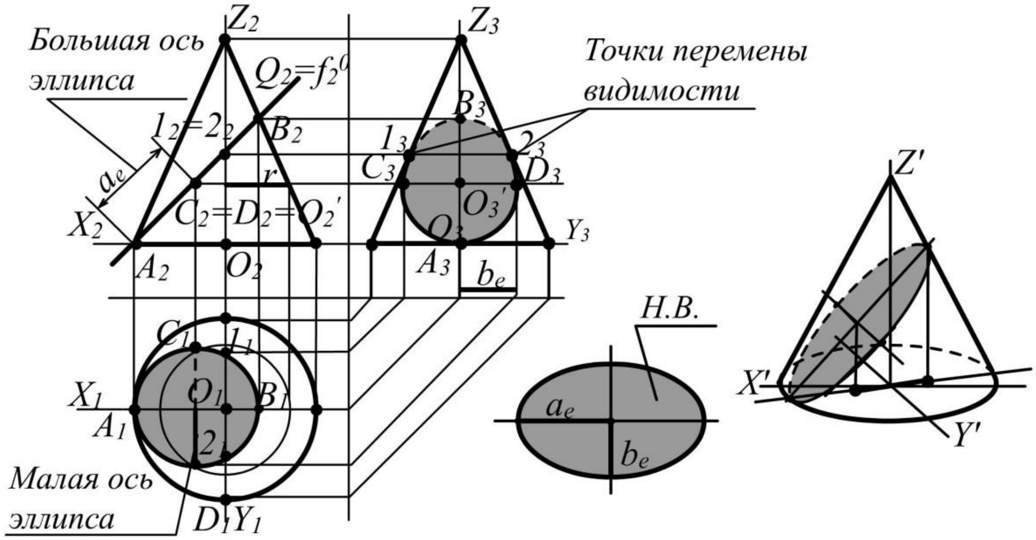


Рис. 9.11. Сечение конуса фронтально проецирующей плоскостью (в сечении эллипс)

Построим проекции и натуральную величину сечения. В этом случае в сечении конуса получается эллипс. Чтобы построить проекции и натуральную величину сечения, необходимо определить большую и малую оси этого эллипса. Так как секущая плоскость – фронтально - проецирущая, то на $П_2$ отметим точки A_2 и B_2 пересечения следа секущей плоскости с очерковыми образующими. Отрезок A_2B_2 – это натуральная величина большой оси эллипса AB. Большая и малая оси эллипса, пересекаясь, делятся пополам. Разделив отрезок A_2B_2 пополам, отметим точку $O_2'= C_2'= D_2'$. В эту точку спроецировался и центр эллипса O' и малая ось CD. Очевидно, что точки C и D принадлежат поверхности конуса. На горизонтальную $П_1$ и профильную $П_3$ плоскости проекций отрезок CD спроецируется в натуральную величину. Построим горизонтальную проекцию отрезка CD. Для этого на $П_2$ через точку O_2' проведем горизонтальную плоскость уровня Q. (Для определения C_1 и D_1 можно было бы воспользоваться методом образующих, но так как O_2', как правило, расположена близко к оси конуса, то построение будет иметь большую погрешность). На $П_1$ сечение конуса плоскостью Q спроецируется в виде окружности радиуса r.

Проекции точек C_1 и D_1 определим как точки пересечения вертикальных линий проекционной связи с окружностью радиуса r. Отрезок C_1D_1 и есть искомая натуральная величина малой оси эллипса.

Таким образом, натуральная величина большой A_2B_2 и малой C_1D_1 оси эллипса определены, что позволяет построить натуральную величину сечения. Построение эллипса по большой и малой оси приведено на рис. 7.10 раздела 7.4.3.

На горизонтальной плоскости проекций $П_1$ мы уже построили проекции точек C_1 и D_1, т.е. проекцию малой оси сечения. Спроецируем большую ось эллипса на $П_1$. Для этого из A_2 и B_2 проведем вертикальные линии проекционной связи до пересечения с осью O_1X_1, на которой и расположены A_1, O_1' и B_1. По горизонтальным проекциям A_1B_1 большой и C_1D_1 малой осей построим эллипс –

горизонтальную проекцию сечения. Построим профильную проекцию сечения. Для этого проведем из фронтальных проекций A_2, B_2' и O_2 точек A, B, O', горизонтальные линии проекционной связи до пересечения с осью O_3Z_3 (фронтальные очерковые конуса проецируются на $П_3$ в ось конуса, т.е. на ось O_2,Z_3). Отрезок [A_3B_3] – профильная проекция большой оси эллипса, малая ось проецируется на $П_3$ в натуральную величину. Отложив от O_3 равные отрезки $O_1'C_1$=$O_1'D_1$, получим профильные проекции C_3, D_3 точек C и D. Имея профильные проекции обеих осей, построим эллипс – профильную проекцию сечения. Определим видимость эллипса на профильной плоскости проекции. Для этого из проекций 1_22_2 – точки пересечения следа проецирующей плоскости f_2^0 с осью O_2Z_2, проведем горизонтальную линию проекционной связи до пересечения с профильными очерковыми. Получим 1_3,2_3 – точки перемены видимости.

Внимание! Точки 1_3,2_3 одновременно лежат и на очерковых образующих, и на профильной проекции сечения. Причем отрезок C_3D_3 больше отрезка 1_32_3. Точки 1_3,2_3 – точки касания. В них очерковые касаются эллипса. Дуга $1_3C_3A_3D_31_3$ – видимая (соответствует положительным значениям координат x, y точек 1_1, 2_1, x = 0), дуга $1_3B_32_3$ – невидимая (координаты x отрицательные).

На рис. 9.12 конус сечется фронтально-проецирующей плоскостью, причем след плоскости параллелен одной очерковой образующей, а вторую пересекает в точке A.

Построим проекции и натуральную величину сечения. Так как след плоскости параллелен очерковой, то сама плоскость параллельна одной (!) образующей конуса и, следовательно, в сечении получается парабола.

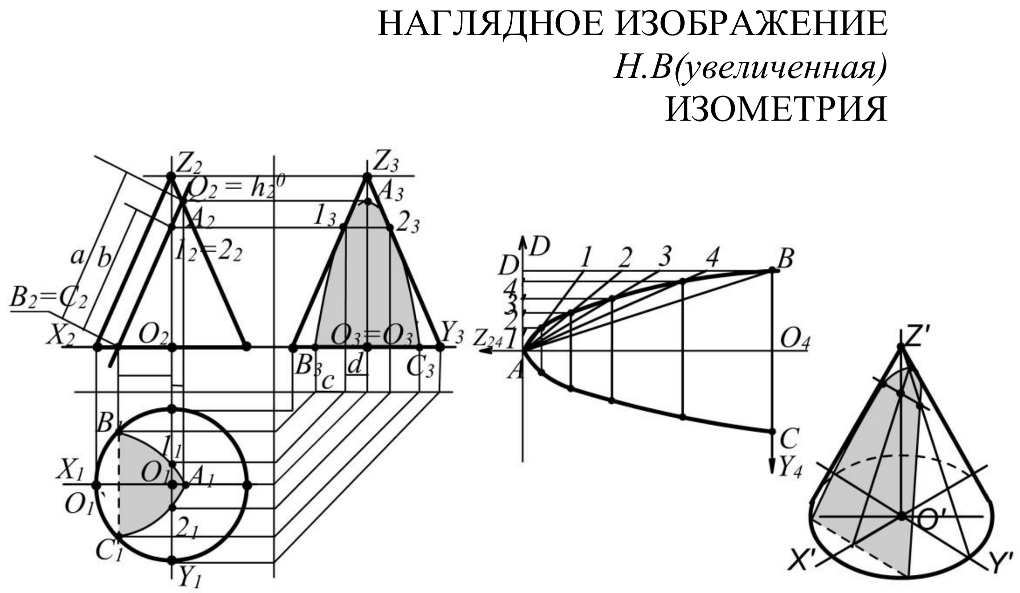


Рис. 9.12. Сечение конуса фронтально проецирующей плоскостью (в сечении парабола)

Отметим фронтальные проекции B_2 ,C_2 точек B, и C пересечения следа плоскости с основанием конуса. По линиям проекционной связи найдем их горизонтальные B_1 ,C_1 и профильные B_3,C_3 проекции. Кроме того, нам известна ось параболы. На фронтальной проекции ось параболы совпадает со следом плоскости, на горизонтальной проекции она совпадает с осью O_1,X_1, а профильной – с осью O_3Z_3. Оси, вершины A и двух точек достаточно для построения параболы. Способ построения параболы рассмотрим на примере построения натуральной величины сечения. Для определения натуральной величины сечения воспользуемся методом замены плоскостей проекций.

Через точку O_4' проведем две взаимно перпендикулярные оси $O_4'Z_{24}$ и O_4Y_4. По оси $O_4'Z_{24}$ отложим отрезок $[O_4A]$=$[B_2A_2]$, а по оси $O_4'Y_4$ – отрезки $[O_4'B]$=$[O_4'C]$=$[O_1'B_1]$. Через точку A проведем прямую, параллельную оси O_4Y_4, а через точку B – линию параллельную оси O_4Z_{24}. Отрезки $[AD]$ и $[BD]$ разделим на одинаковое число равных частей

(например, 5). После этого из вершины параболы A проводим лучи к точкам 1, 2, 3, 4. .., а из точек 1', 2', 3', 4'.. – линии, параллельные оси O_4Z_{24}, до пересечения с проведенными наклонными лучами. Отмечая последовательно точки пересечения очередного луча с соответствующей ему линией, параллельной оси Z_{24}, построим параболу.
Более подробно построение параболы приведено на рис. 7.12 раздела 7.4.3.

Горизонтальную и профильную проекции сечения построим по проекциям оси параболы и точек A, B, C. Учтем, что на $П_1$ прямая B_1C_1, лежит на основании и невидима, а на $П_3$ проекции 1_3, 2_3 – это точки перемены видимости. Дуга $1_3A_32_3$ – не видима, ($X_A<0$), а дуги (1_3B_3) и (2_3C_3) – видимые (так как $X_B > 0$, $X_C > 0$).

На рис. 9.13 конус пересекается горизонтально-проецирующей плоскостью Q, причем горизонтальный след h^0 не проходит через вершину конуса.
Построим проекции и натуральную величину сечения. Прежде всего, определим, по какой кривой пересекает плоскость коническую поверхность. Горизонтально-проектирующая плоскость параллельна двум образующим конуса, которые проходят через точки 2, 3 и вершину конуса. Это значит, что в пересечении получим гиперболу. Для построения гиперболы и ее проекций нужно найти вершину $A\{A_1, A_2, A_3\}$, две точки $B\{B_1, B_2, B_3\}$, $C\{C_1, C_2, C_3\}$ и ось $O'A\{O'_AA_1, O'_2A_2, O'_3A_3\}$, которая проходит через середину отрезка BC и вершину A.

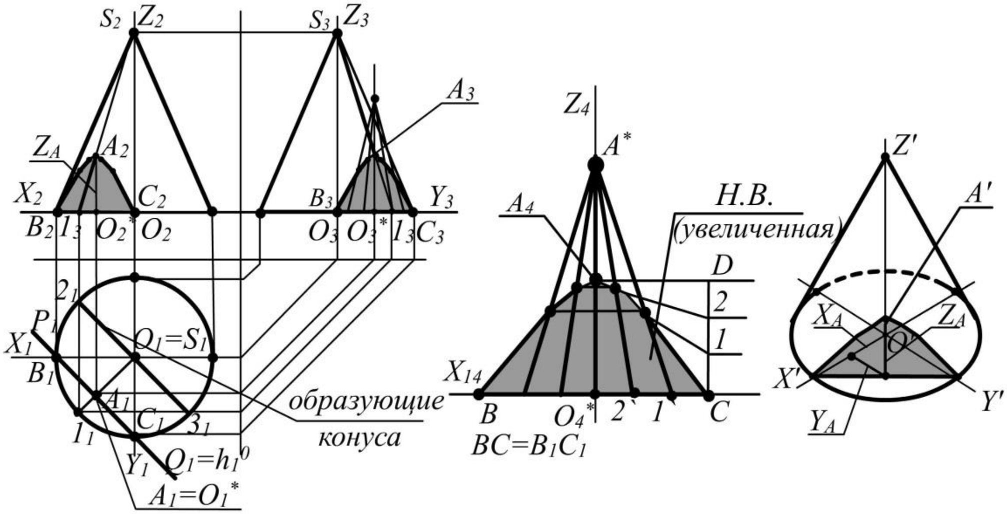


Рис. 9.13. Сечение конуса горизонтально проецирующей плоскостью
(в сечении ветвь гиперболы)

На комплексном чертеже построены проекции пересечения и его натуральная величина. Фигуры $A_2B_2C_2$ и $A_3B_3C_3$– проекции пересечения фронтальная и профильная соответственно. Горизонтальная проекция гиперболы спроектировалась в след секущей плоскости (отрезок A_1B_1).

Для построения натуральной величины пересечения воспользовались методом замены плоскости проекций. Использовали вспомогательную плоскость $П_4$, перпендикулярную плоскости $П_1$ и паралельную секущей плоскости. Новая ось параллельна горизонтальному следу. Для построения вспомогательную плоскость вынесли на свободное место на чертеже и задали ее осями X_{14} и Z_4 с свободно выбранным началом координат O_4.

Для лучшей наглядности построение выполнили в масштабе 2:1. Подробное построение гиперболы рассмотрено в разделе 7.4.3, рис. 7.13 в электронной версии учебника.

В электронной версии учебника приведено построение чертежа с подробными объяснениями (рис. 9.13).

9.6.3. Сечение сферы

Рассмотрим задачу.

Дано: сфера радиуса *R* (рис. 9.14) (на комплексном чертеже приведены три очерка – три проекции сферы) сечется профильно-проецирующей плоскостью *Q* (задана профильной проекцией P^0_3 профильного следа P_0).

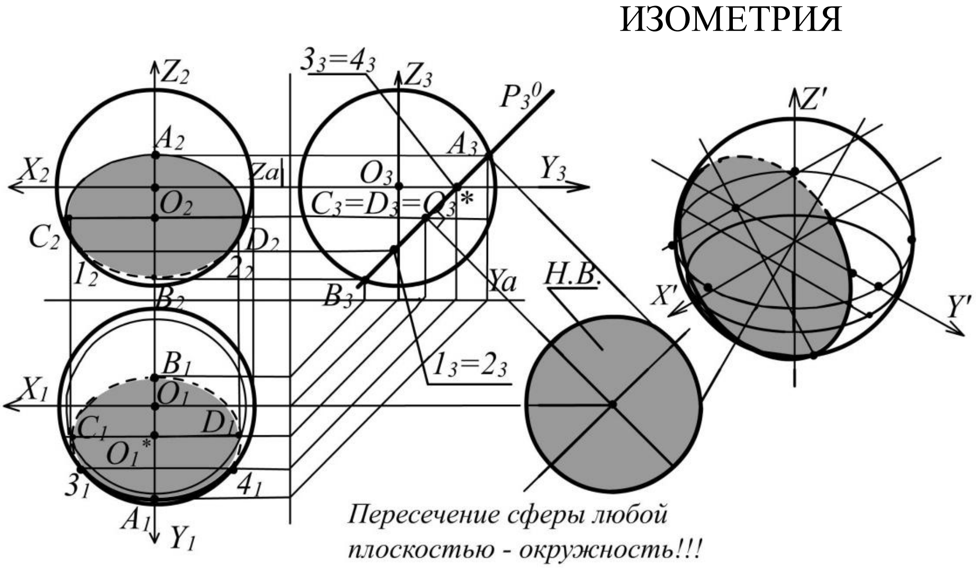


Рис. 9.14. Сечение сферы профильно-проецирующей плоскостью

Построить проекции и натуральную величину сечения. В сечении сферы плоскостью всегда будет окружность, проекции которой – эллипсы.

На профильной проекции отметим характерные точки.

1.A_3, B_3 – точки пересечения следа секущей плоскости с очерком сферы. Отрезок A_3B_3 – диаметр окружности пересечения.

2.O_3 – профильная проекция центра окружности пересечения. Точка O_3 разделяет A_3B_3 пополам.

3. $3_3 \equiv 4_3$ – точки пересечения следа секущей плоскости с осью Y_3. Точки 3_3, 4_3 совпадают с точкой O_3. Горизонтальные проекции этих точек 3_1, 4_1 – точки перемены видимости на $П_3$.

4. $1_3 \equiv 2_3$ – точки пересечения следа секущей плоскости с осью Z_3. Фронтальные проекции 1_2, 2_2– точки перемены видимости на фронтальной проекции.

Построение горизонтальных и фронтальных проекций этих точек не вызовет затруднений. При этом следует помнить, что отрезки $C_1D_1 = C_2D_2 = A_3B_3$ равны диаметру окружности сечения.

На фронтальной проекции C_2D_2– большая ось, A_2B_2- малая ось эллипса проекции сечения, а 1_2, 2_2 - точки перемены видимости. Дуга $l_2C_23_2A_24_2D_22_2$ - видимая, а дуга $l_2B_22_2$ - невидимая.

На горизонтальной проекции C_1D_1 – большая ось, A_1B_1- малая ось эллипса проекции сечения, 3_1, 4_1 – точки перемены видимости. Дуга $3_1A_14_1$ – невидимая, а дуга $3_1C_1B_1$ D_14_1 – видимая. Построение натуральной величины сечения совсем простое – это окружность с диаметром $D = A_3B_3$.

Построение закончено. Более подробное построение рассмотрено в электронной версии учебника (рис. 9.14).

На сфере нет прямых линий. Подтвердим это примером (рис. 9.15).

Рассмотрим задачу.

Дано**:** пусть на поверхности сферы задана линия *AB*, причем на профильную плоскость проекций $П_3$ эта линия проецируется в отрезок прямой A_3B_3. Определить, какая кривая задана линией *AB*, и построить горизонтальную и фронтальную проекцию этой кривой и ее натуральную величину.

Заключим профильную проекцию (A_3B_3) линии (AB) в профильно-проекционную плоскость Q, при этом p_3^0 совпадает с (A_3B_3). Плоскость Q пересекает сферу по окружности радиуса r = [$O_3'B_3$]. Точки A и B принадлежат окружности. Следовательно, кривая (AB) – дуга окружности. На горизонтальную Π_1 и фронтальную Π_2 плоскости проекций окружность проецируется в эллипсы, а дуга (AB) окружности – в дуги (A_1B_1) и (A_2B_2) эллипсов.

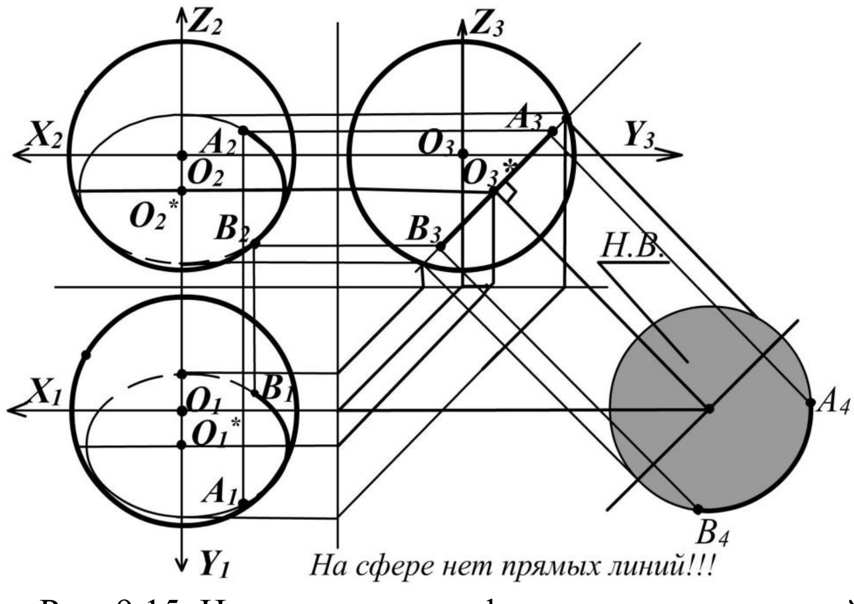


Рис. 9.15. На поверхности сферы нет прямых линий

9.7. Пересечение поверхностей

9.7.1. Пересечение призмы с цилиндром

На рис. 9.16 построены комплексный чертеж и наглядное изображение четырехгранной призмы с цилиндрическим отверстием. Призма задана размерами четырехугольного основания и высотой H.

Цилиндрическое отверстие расположено симметрично относительно боковых ребер призмы и задано диаметром *d* и расстоянием *h* от оси отверстия до основания призмы. При проецировании фигуру расположим так, чтобы ось отверстия и его цилиндрическая поверхность были перпендикулярны (проецирующие) к фронтальной плоскости проекций.

Комплексный чертеж построен в разнесенной системе координат, а наглядное изображение – в диметрической прямоугольной системе координат (см. раздел 7.3). Диметрия гранных тел более наглядная, чем изометрия.

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

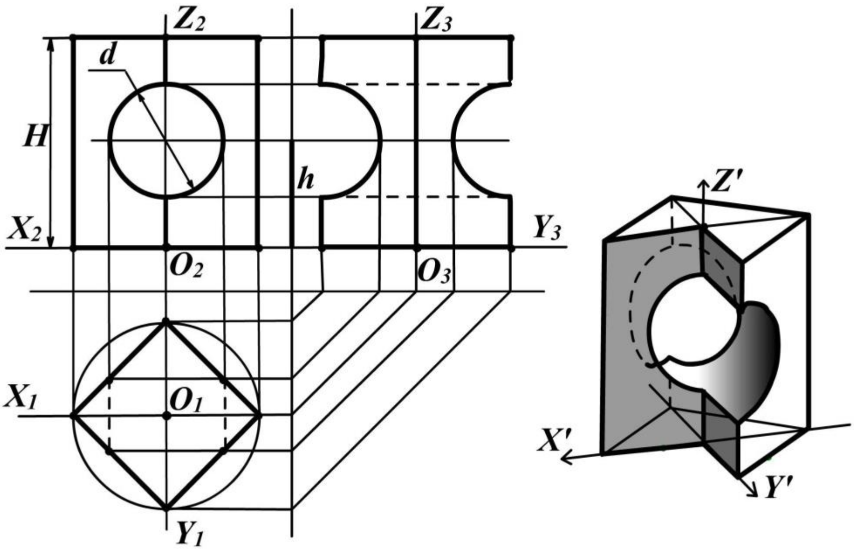


Рис. 9.16. Пересечение четырехгранной призмы с цилиндром

Построение комплексного чертежа и наглядного изображения сводится, по существу, к следующим трем этапам:

- построение комплексного чертежа и диметрии призмы (см. раздел 8.2, рис. 8.13);

- построение комплексного чертежа и диметрии цилиндра-отверстия (см. раздел 9.4.1, рис. 9.3, *а*);
- построение линии пересечения призмы и цилиндра на комплексном чертеже и диметрии.

> В электронной версии учебника построение комплексного чертежа и наглядных изображений, выполненное по шагам с объяснениями текстом и голосом лектора (рис. 9.16) Рекомендуем внимательно изучить порядок построения и выполнить его на бумаге.

9.7.2. Пирамида с цилиндрическим отверстием

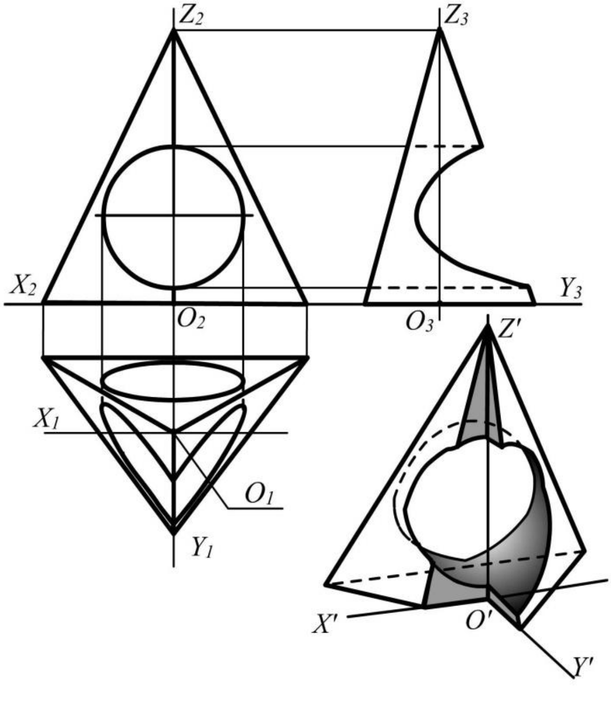


Рис. 9.17. Пирамида с цилиндрическим отверстием

В данном разделе рассмотрим построение проекций и наглядного изображения пирамиды, в теле которой прорезано цилиндрическое отверстие, расположенное параллельно основанию пирамиды. На рис. 9.17 построен комплексный чертеж и наглядное изображение пирамиды. Комплексный чертеж построен в разнесенной системе координат. Для построения проекций пирамиду расположили в пространстве так, чтобы главный вид (фронтальная проекция) давал наиболее полное представление о фигуре, а отверстие было фронтально проецирующим и проецировалось в натуральную величину.

Проецирование фигуры, то есть построение ее проекций, сводится к следующим действиям:

- проецирование пирамиды по заданным ее размерам;
- проецирование цилиндра – отверстия по диаметру и заданному расположению его оси;
- построение линии пересечения пирамиды и цилиндра.

Наглядное изображение построено в диметрической системе координат.

В электронной версии рассмотрено построение чертежа по шагам со всеми необходимыми объяснениями. (рис. 9.17).

9.7.3. Пересечение цилиндра с призмой

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ИЗОМЕТРИЯ

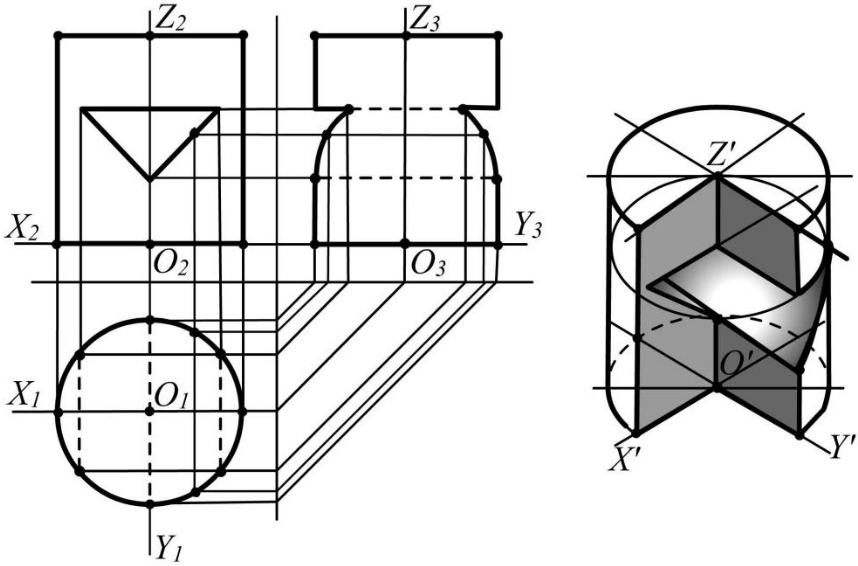


Рис. 9.18. Цилиндр пересекается с трехгранной призмой

Рассмотрим следующий пример.

Дано: прямой круговой цилиндр, ось которого перпендикулярна горизонтальной плоскости проекции $П_1$, пересекается с прямой трехгранной призматической поверхностью (рис. 9.18).

Построить: линию пересечения указанных поверхностей.

Проанализируем взаимное расположение поверхностей и определим, по каким линиям они пересекаются. Верхняя грань призмы – горизонтальная плоскость уровня, перпендикулярная оси цилиндра. Она пересекается с цилиндром по окружности, которая на $П_2$ и $П_3$ проецируется в прямые линии, параллельные O_2X_2 и O_3Y_3 соответственно, а на $П_1$ – в окружность – след цилиндрической поверхности. Боковые грани призмы, фронтально-проецирующие плоскости, которые пересекаются с цилиндрической поверхностью по эллипсам. На $П_2$ эти эллипсы проецируются в прямые, на $П_1$ – в окружность – след цилиндра, а на $П_3$ – в дуги эллипсов*. Следовательно, две – горизонтальная и фронтальная проекции линии пересечения уже имеются на чертеже. По линиям проекционной связи строится третья – профильная проекция линии пересечения. На $П_1$ и $П_3$ ребра призмы показаны линиями невидимого контура. Построение закончено.

* Построение одной точки эллипса показано на чертеже.

9.7.4. Пересечение сферы с призмой

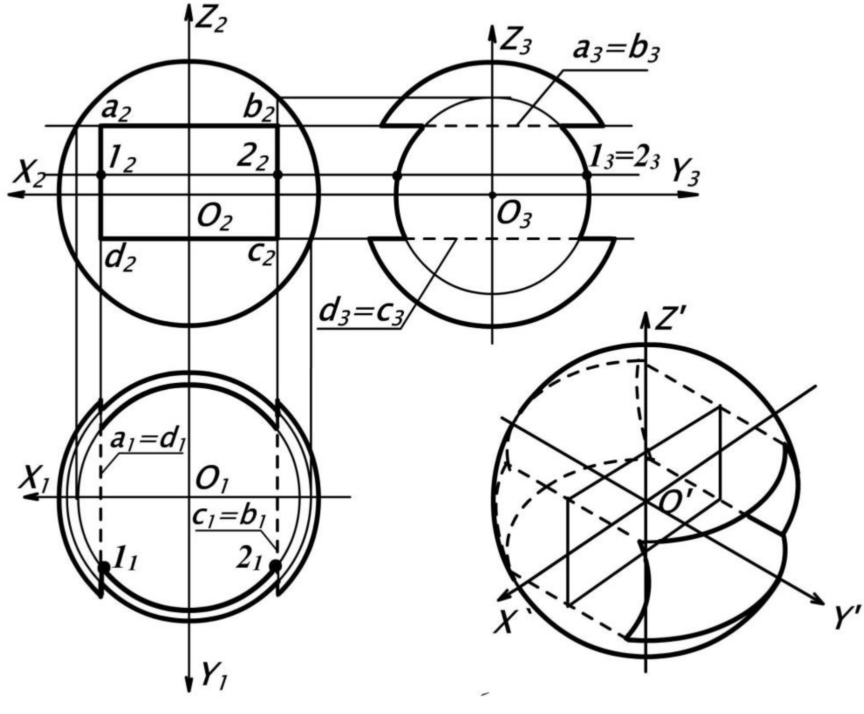


Рис. 9.19. Сфера пересекается с четырехгранной призмой

В данном разделе рассмотрим проецирование сферы, в которой прорезано призматическое отверстие. Комплексный чертеж и наглядное изображение этой сферы показаны на рис. 9.19. При проецировании фигура расположена в пространстве так, чтобы грани призматического отверстия были фронтально-проецирующими. В этом случае на главном виде (фронтальной проекции) призма – отверстие проецируется в четырехугольник натуральной величины, равный основанию призмы. При этом главный вид является достаточно информативным. На нем видно, что боковые грани призмы – отверстия расположены симметрично относительно вертикальной плоскости *ZY*, проходящей через центр сферы. Поэтому проекции линий пересечения боковых граней со сферой на профильной плоскости совпадают. Верхняя и нижняя грани отверстия расположены несимметрично, поэтому проекции линий пересечения этих граней на горизонтальной плоскости не совпадают. В качестве наглядного изображения построена изометрия, которая для тел вращения предпочтительная.

В электронной версии приведено построение чертежа по шагам (рис. 9.19).

9.7.5. Пересечение поверхностей

9.7.5.1. Пересечение поверхностей вращения со сферой

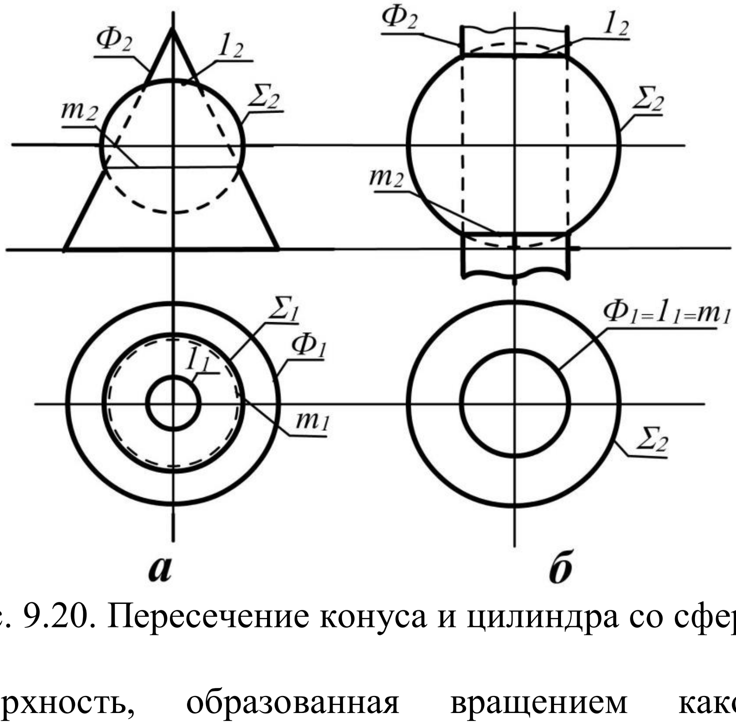


Рис. 9.20. Пересечение конуса и цилиндра со сферой

Поверхность, образованная вращением какой-либо линии(образующей) вокруг заданной прямой, оси, называется поверхностью вращения. Коническая, цилиндрическая поверхности, сфера, тор, эллипсоид и т.п. – примеры поверхностей вращения.

Теорема. *Сфера, центр которой находится на оси поверхности вращения, пересекает данную поверхность по окружностям.*

На рис. 9.20, *а* сфера Σ пересекается с конической поверхностью вращения Φ по двум окружностям l и m.

$\Phi \cap \Sigma = l v m \Rightarrow$

$\Phi_1 \cap \Sigma_1 = l_1 v m_1; \Phi_2 \cap \Sigma_2 = l_2 v m_2$

На рис. 9.20, *б* сфера Σ пересекается с цилиндрической поверхностью вращения Φ по двум окружностям l и m.

$\Phi \cap \Sigma' = l v m \Rightarrow$

$\Phi_1 \cap \Sigma_1 = l_1 v m_1; \Phi_2 \cap \Sigma_2 = l_2 v m_2$

9.7.5.2. Пересечение двух цилиндров равных диаметров

НАГЛЯДНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ
ДИМЕТРИЯ

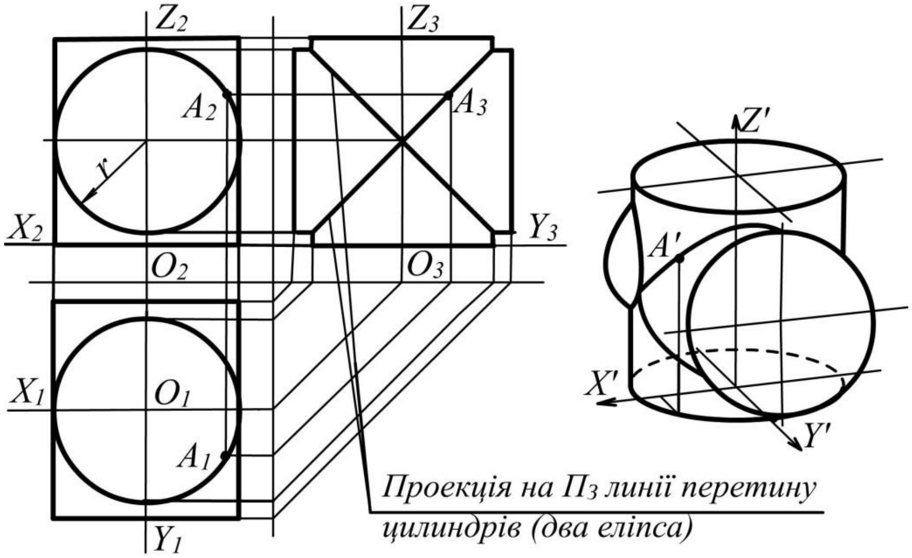


Рис. 9.21. Пересечение двух цилиндров одинакового диаметра

Теорема Монжа. Если две поверхности второго порядка описаны вокруг сферы или вписаны в нее, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка.

Следствие: линия пересечения двух круговых цилиндров равных диаметров, оси которые пересекаются, распадается на две плоские кривые – два эллипса.

Внимание! На профильную плоскость проекций эти эллипсы проецируются в две пересекающиеся прямые, проведенные под углом 45° к осям цилиндров (между собой эти прямые взаимно перпендикулярны).

9.7.5.3. Цилиндр с цилиндрическим отверстием

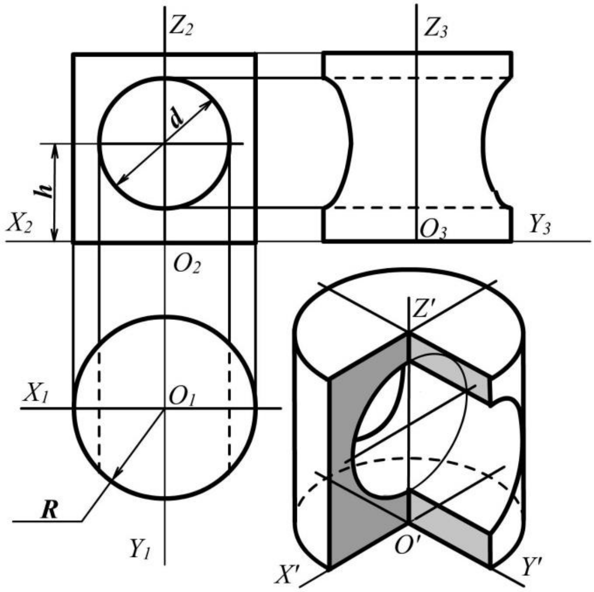


Рис. 9.22. Цилиндр с цилиндрическим отверстием

На рисунке 9.22 построен комплексный чертеж и наглядное изометрическое изображение цилиндра, в теле которого прорезано цилиндрическое отверстие. Цилиндр задан радиусом R окружности основания и высотой H. Отверстие диаметром d расположено так, что его ось перпендикулярна оси цилиндра и оси пересекаются на расстоянии h от основания цилиндра. При построении комплексного чертежа цилиндр расположили так, что ось цилиндра перпендикулярна горизонтальной, а ось отверстия перпендикулярна фронтальной плоскости проекций. В этом случае цилиндр проецируется на горизонтальную плоскость в окружность натуральной величины радиуса R, а на фронтальную и профильную плоскости – в прямоугольники шириной $2R$ и высотой H. Отверстие на фронтальную плоскость проецируется в окружность натуральной величины диаметра d, а на горизонтальной и профильной плоскостях его невидимые проекции изображены пунктирными линиями. Линия пересечения цилиндра с цилиндром-отверстием является кривой четвертого порядка и проецируется на фронтальную плоскость в окружность отверстия, на горизонтальную – в окружность основания цилиндра, а на профильную плоскость – в кривые линии, которые нетрудно построить, пользуясь проекционными связями. В качестве аксонометрического изображения принята изометрия, которая для тел вращения дает более полное наглядное представление об объекте проецирования, чем диметрия. Верхнее и нижнее основания цилиндра – эллипсы с большой осью, равной $1{,}22D$, ($D = 2R$) и малой осью, равной $0{,}7D$. В цилиндре вырезана одна четвертая часть, что приоткрывает часть внутреннего отверстия и дает более полное представление об объекте проецирования.

В электронной версии построение чертежа по шагам (рис 9.22).

9.7.6. Пересечение конуса с цилиндром

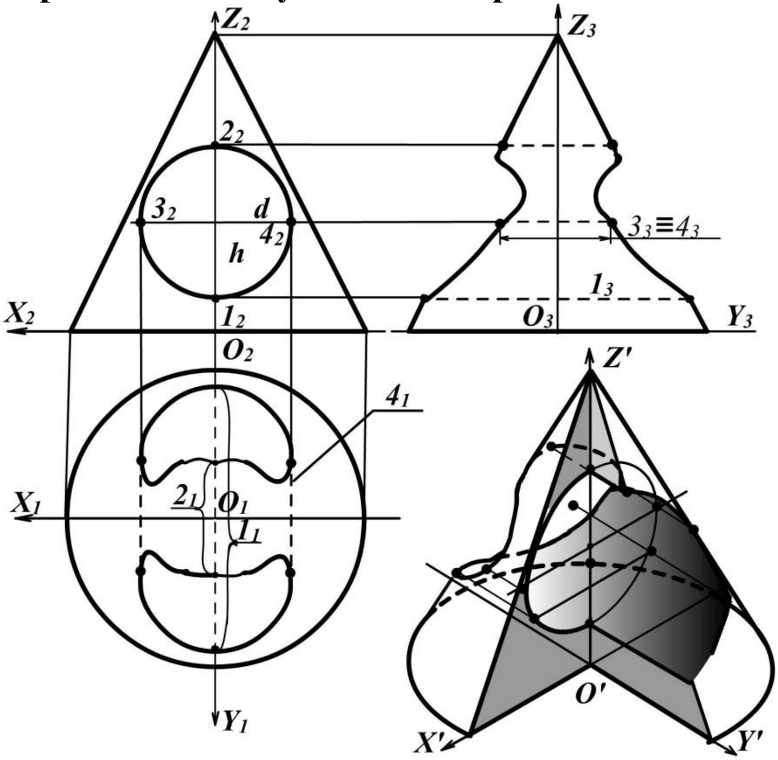


Рис. 9.23. Конус с цилиндрическим отверстием

На рис. 9.23 построен комплексный чертеж конуса с цилиндрическим отверстием и его изометрическое наглядное изображение. Напомним, что при построении наглядных изображений тел вращения рекомендуется использовать изометрию.

Проецирование данной фигуры, по существу, сводится к проецированию конуса, цилиндра и построению линии их пересечения.

Проецирование цилиндра и конуса рассмотрено выше в разделах 9.4.1 и 9.4.2 соответственно. Комплексный чертеж построен в разнесенной системе координат:

X_1Y_1 – горизонтальная проекция (вид сверху);

X_2Z_2 – фронтальная проекция (главный вид);

Y_3Z_3 – профильная проекция (вид сбоку).

Прямой круговой конус задан высотой *H* и диаметром окружности основания *D*.

Цилиндр (цилиндрическое отверстие в конусе) задан расположением его центра (т.е. центральной продольной оси) и диаметром. При проецировании конус в пространстве расположен так, чтобы ось цилиндрического отверстия была перпендикулярна фронтальной плоскости проекций. В этом случае главный вид дает более полное представление о фигуре.

Напомним, что изометрическое наглядное изображение строится в изометрической системе координат (раздел 7.2) с взаимным расположением осей под углом 120° (на плоскости чертежа, но не в пространстве, в пространстве оси взаимно перпендикулярны). Коэффициенты искажений по всем осям равны 0,82, но для облегчения построений их принимают равными 1, при этом построенное изображение получается увеличенным в 1,22 раза относительно натуральных размеров.

Окружности основания конуса и цилиндра в изометрии проецируются в эллипсы. Вопросы проецирования эллипсов рассмотрены в разделе 7.4.2, рис. 7.8, а построение эллипса по заданным осям – в разделе 7.4.3, рис. 7.10.

Построение чертежа по шагам в электронной версии (рис. 9.23).

9.8. Сечение геометрических фигур проецирующей плоскостью

9.8.1. Сечение призмы с цилиндрическим отверстием

На рис. 9.24 изображен комплексный чертеж призмы с цилиндрическим отверстием. Построение комплексного чертежа этой фигуры подробно рассмотрено в разделе 9.7.1, рис 9.16. Фигура пересекается горизонтально - проецирующей плоскостью, заданной горизонтальным следом Q_1. Надо построить проекции сечения и его натуральную величину. Построение проекций ясно из чертежа. Горизонтальная – совпадает со следом Q_1 секущей плоскости, фронтальная и профильная проекции являются прямоугольниками с вырезами. На фронтальной проекции вырез – это окружность, так как отверстие в призме – фронтально-проецирующий цилиндр. На профильной проекции вырез в сечении – часть эллипса.

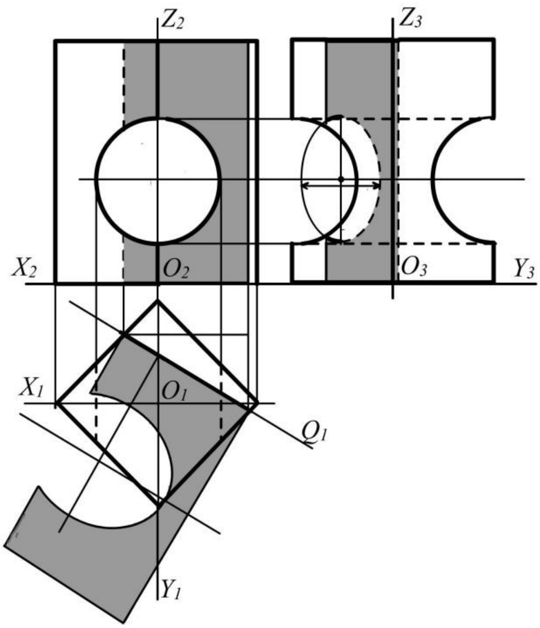


Рис. 9.24. Сечение четырехгранной призмы с цилиндрическим отверстием горизонтально проецирующей плоскостью

Построение чертежа по шагам в электронной версии (рис. 9.24).

9.8.2. Сечение пирамиды с цилиндрическим отверстием

На рис. 9.25 изображен комплексный чертеж пирамиды с цилиндрическим отверстием.

Горизонтальная проекция пирамиды изображена тонкими линиями с целью выделить проекцию сечения.

Построение этого чертежа рассмотрено в разделе 9.7.2, рис. 9.17. Фигура сечется профильно-проецирующей плоскостью, заданной следом $Q_3=P_3^0$. Чтобы не затемнять чертеж, горизонтальная проекция пирамиды изображена тонкими линиями, а проекция сечения – жирными. Надо построить проекции сечения и его натуральную величину. Профильная проекция совпадает со следом секущей плоскости, а горизонтальная и фронтальная проекции – треугольники с вырезами. На фронтальной проекции вырез – окружность, а на горизонтальной – эллипс.

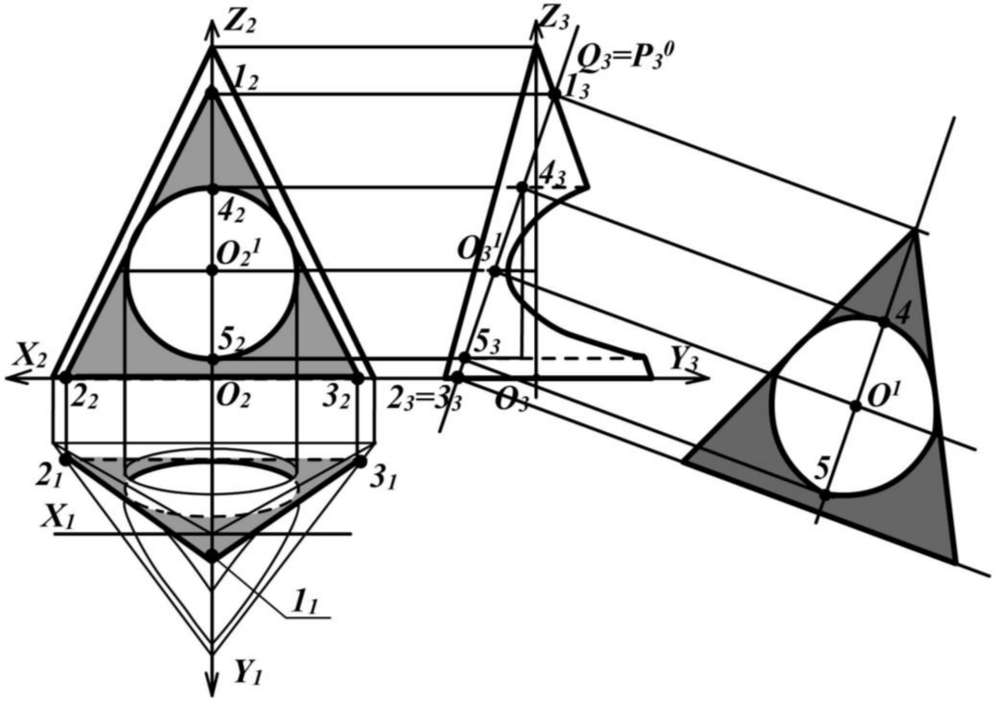


Рис. 9.25. Сечение пирамиды с цилиндрическим отверстием профильно-проецирующей плоскостью

Пояснение построений чертежа по шагам в электронной версии (рис. 9.25).

9.8.3. Сечение сферы с призматическим отверстием

На рис. 9.26 представлен комплексный чертеж сферы с призматическим отверстием. Построение комплексного чертежа и наглядного изображения этой геометрической фигуры подробно рассмотрено в разделе 9.7.4 (рис 9.19). Сфера пересекается горизонтально-проецирующей плоскостью, заданной горизонтальным следом $P_1=h_1^0$. Плоскость пересекает сферу и призматическое отверстие. Надо построить проекции сечения и его натуральную величину.

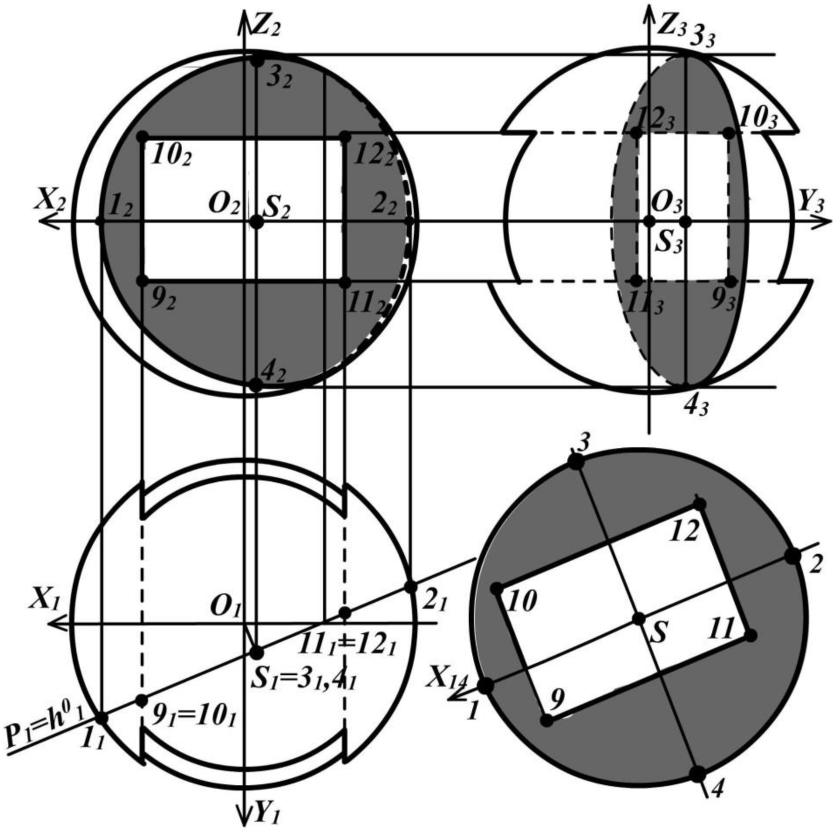


Рис. 9.26. Сечение сферы с призматическим отверстием горизонтально проецирующей плоскостью

При решении этой задачи целесообразно воспользоваться принципом суперпозиций, который заключается в том, что сначала построим сечение сферы без отверстия, затем – сечение призмы-отверстия. Совместив эти два сечения, получим искомое сечение всего тела. В сечении сферы заданной (и любой другой) плоскостью будет окружность. Эта окружность на горизонтальную плоскость (на вид сверху) проецируется в след секущей плоскости, а на фронтальную и профильную плоскости – в эллипсы, большая и малая оси которых определяются соответствующими проекциями двух взаимно перпендикулярных диаметров, проведенных на окружности сечений через ее центр *S* так, что один диаметр с точками 1 и

2 на концах расположен горизонтально, а второй – с точками 3, 4 на концах расположен вертикально. В этом случае горизонтальная проекция 1_1, 2_1 горизонтального диаметра проецируется в натуральную величину, а вертикально расположенный диаметр 3, 4 проецируется на вид сверху в точку S_1 (проекцию центра окружности), т.е.

$S_1 = 3_1 = 4_1$.

На фронтальную и профильную плоскости вертикальный диаметр проецируется в натуральную величину (3_2, 4_2 – фронтальная, 3_3, 4_3 – профильная проекции), которые являются большими осями эллипсов. Малые оси эллипсов определяются проекциями 1_2, 2_2 и 1_3, 2_3 горизонтально расположенного диаметра.

Точки S_1, S_2, S_3 – проекции центра окружности сечения.

Сечением призматического отверстия является прямоугольник, который на фронтальную плоскость проецируется в прямоугольник основания призмы, а на профильную плоскость – в прямоугольник, ширина которого определяется координатами на оси Y_1 точек 9_1=10_1 и 11_1=12_1 – на горизонтальной проекции.

Натуральная величина сечения построена с помощью метода замены плоскостей проекций, то есть путем проецирования сечения на плоскость, параллельную секущей плоскости. Ось X_{14} натуральной величины сечения можно провести произвольно, но изображение получается более наглядным, если ее провести параллельно следу секущей плоскости.

Построение чертежа по шагам в электронной версии (рис. 9.26).

9.8.4. Сечение цилиндра с цилиндрическим отверстием проецирующей плоскостью

На рис 9.27 представлен комплексный чертеж цилиндра с цилиндрическим отверстием. Цилиндр пересекается фронтально-проецирующей плоскостью Q, заданной фронтальным следом $Q_2=f_2^{0.}$ Построение комплексного чертежа этого цилиндра подробно рассмотрено в разделе 9.7.5.3 (рис. 9.22). Здесь рассмотрим построение проекций сечения и построение его натуральной величины (НВ), для чего воспользуемся принципом суперпозиции. Сначала построим сечение цилиндра без отверстия, а затем сечение отверстия и, наложив второе изображение на первое, получим искомое сечение. При пересечении цилиндра фронтально-проецирующей плоскостью Q получается эллипс. Его большая ось – это отрезок A_2B_2 на фронтальной проекции, а малая ось равна диаметру цилиндра. На фронтальную плоскость этот эллипс проецируется на след секущей плоскости, на горизонтальную плоскость – проецируется в окружность цилиндра, а на профильную – в эллипс, одна ось которого равна диаметру цилиндра, а вторая – профильной проекции $A_3B_{3.}$ При построении проекций и натуральной величины сечения будем пользоваться методом дополнительных образующих (раздел 9.4.1, рис. 9.3, *а*) для нахождения проекций точек, расположенных на поверхности цилиндра, и методом построения эллипса по заданным его осям (раздел.7.4.3, рис. 7.10).

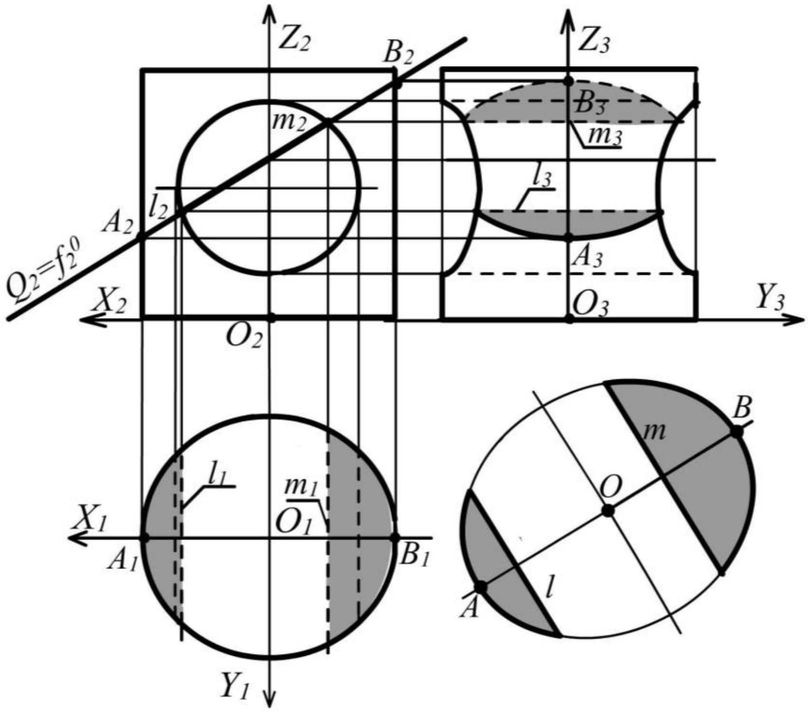


Рис. 9.27. Сечение цилиндра с цилиндрическим отверстием фронтально проецирующей плоскостью

Прежде чем рассматривать построение чертежа по шагам, рекомендуем посмотреть эти разделы.

Построение чертежа и натуральной величины пересечения по шагам – на рис. 9.27 в электронной версии учебника.

9.8.5. Сечение конуса с цилиндрическим отверстием проецирующей плоскостью

Ниже будет рассмотрено построение проекций сечения конической фигуры профильно-проецирующей плоскостью, а также построение натуральной величины сечения.

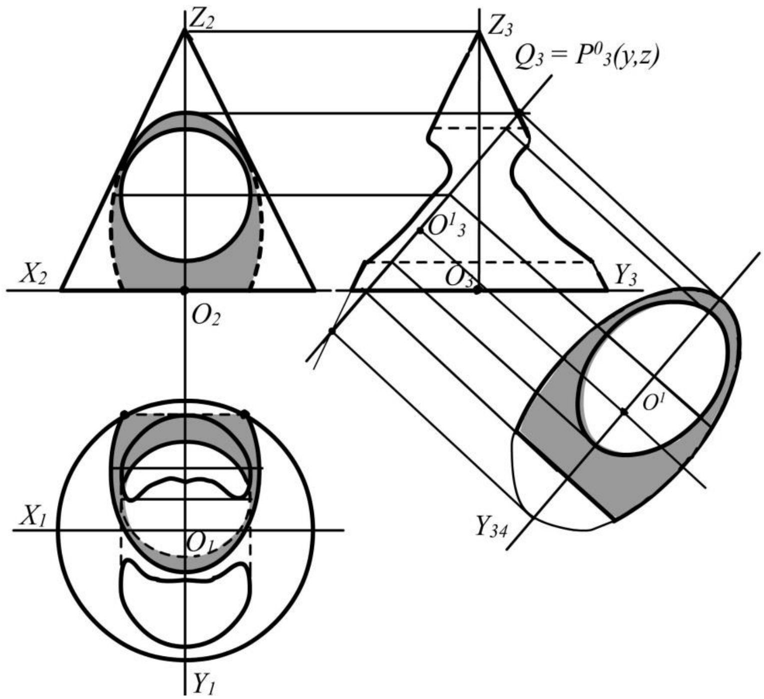


Рис. 9.28. Сечение конуса с цилиндрическим отверстием профильно-проецирующей плоскостью

На рис. 9.28 приведем комплексный чертеж конуса с цилиндрическим отверстием. Его построение подробно рассмотрено в разделе 9.7.6, рис. 9.23.

Фигура пересекается профильно-проецирующей плоскостью, заданной следом $Q_3=P_3^0(y,z)$. Плоскость пересекает конус, цилиндр и проходит через основание конуса. Построение проекций сечения и его натуральной величины сводится к раздельному построению сечений конуса и цилиндра. Построение сечений конуса подробно рассмотрено в разделе 9.6.2 (рис. 9.11), а цилиндра – в разделе 9.6.1 (рис. 9.9). Секущая плоскость расположена так, что в сечении конуса образуется эллипс, обрезанный с одной стороны, так как секущая плоскость проходит через основание конуса. В сечении цилиндра - отверстия образуется полный эллипс, расположенный внутри эллипса конуса. Напомним, что проекциями эллипса являются эллипсы. На горизонтальной и фронтальной плоскостях проекции сечения изображены в виде заштрихованных областей, образованных соответствующими проекциями эллипсов, полученных в результате сечения конуса и цилиндра. На профильную плоскость сечение проецируется в прямую – след секущей плоскости, так как плоскость проецирующая. Построение натуральной величины сечения выполнено методом замены плоскостей проекций.

Построение чертежа по шагам в электронной версии (рис. 9.28).

Контрольные вопросы

1. Что называется определителем поверхности?
2. Какие виды поверхностей вам ивестны?
3. Что называется цилиндрической поверхностью? конической?
4. Приведите алгоритм проецирования точек, лежащих на конической поверхности.
5. Какие кривые могут быть получены при сечении цилиндра плоскостью?
6. Какие конические сечения Вы знаете и в каких случаях получается каждое из них?
7. Какая кривая получается при сечении сферы плоскостью?
8. Что называется поверхностью-посредником?
9. Приведите алгоритм построения линии пересечения двух поверхностей.

Часть 2.
ОСНОВЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ.

10. ОБЩИЕ ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ЧЕРТЕЖЕЙ (ФОРМАТЫ, МАСШТАБЫ, ТИПЫ ЛИНИЙ)

Учебный материал, изложенный в этом учебнике, соответствует правилам и требованиям государственного стандарта (ГС) ДСТУ 3321:2003. Также используются более ранние ГОСТы, действие которых не отменено ДСТУ.

Для выполнения чертежей и других документов (спецификаций, пояснительных записок и др.) проектно-конструкторской документации государственный стандарт установил форматы листов.

Форматы листов определяются размерами внешней рамки, выполненной тонкой линией (рис. 10.1). Обозначается формат буквой и цифрой, например А0, А1, наименьшим является формат А4, его размер 210 x 297 мм. Например, формату А3 соответствует размер листа 297 x 420 мм. В таблице 1.1 приведены обозначения и размеры основных форматов. Из приведенных размеров форматов видно, что меньший формат можно получить делением большего пополам параллельно меньшей стороне (рис.10.2). Кроме основных, допускается применение дополнительных форматов. Они получаются увеличением коротких сторон основных форматов на величину, кратную их размерам.

Таблица 10.1 – Форматы.

Обозначение формата	А0	А1	А2	А3	А4
Размер сторон формата в мм	841 x 1189	594 x 841	420 x 594	297 x 420	210 x 297

Рамка. Каждый чертеж имеет рамку, которая ограничивает поле чертежа. Рамку проводят сплошными толстыми основными линиями: с трех сторон на расстоянии 5 мм от края листа, а слева – на расстоянии 20 мм; широкую полосу оставляют для подшивки чертежей.

Основная надпись. В правом нижнем углу чертежа помещают основную надпись, в которой содержится ряд сведений об изображенной на чертеже детали. Согласно стандарту, основную надпись располагают вдоль длинной или короткой стороны листа, кроме формата А4, где надпись помещают вдоль короткой стороны (см. рис. 10.1). На рис. 10.3 показана форма и дан пример заполнения основной надписи для производственных чертежей.

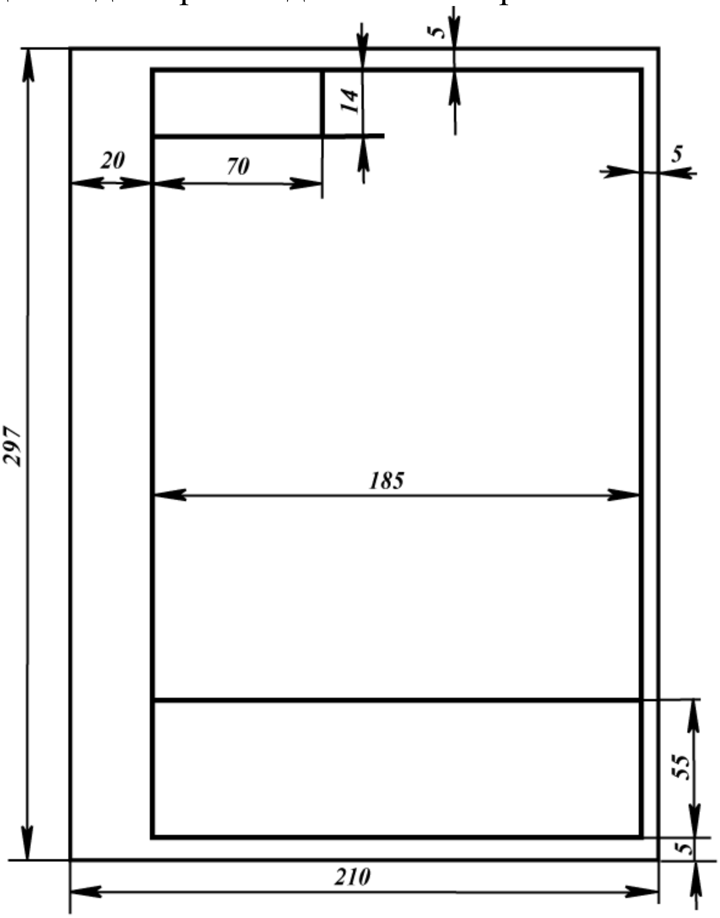


Рис. 10.1. Пример расположения формата А4 и основной надписи на нем (для учебных чертежей)

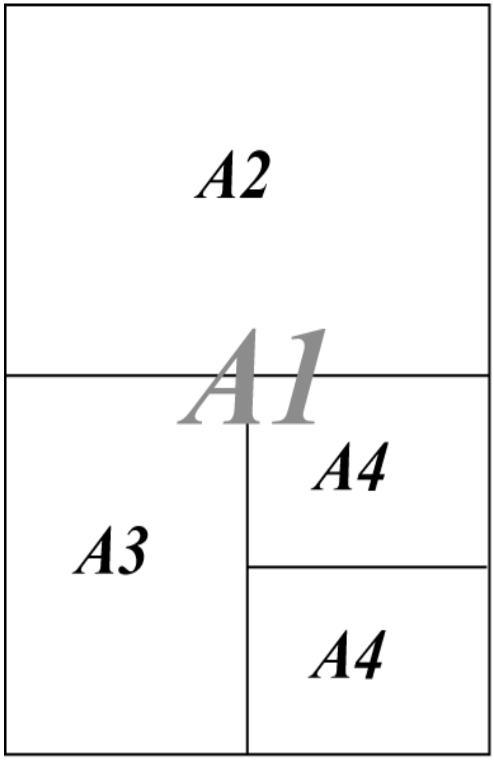


Рис. 10.2. Соотношение форматов

Внимательно прочтите основную надпись и запомните, как распределена информация об изделии в графах:

а) наименование изделия (графа 1);

б) из какого материала сделана деталь (графа 3);

в) массу изделия (ее указывают в килограммах) (графа 5);

г) масштаб чертежа (графа 6);

д) фамилию лиц, разработавших, проверивших и утвердивших чертеж (графы 10 – 12);

е) дату утверждения (графа 13).

В графе 2 указывают обозначение (номер) чертежа. В графе 2 указывается: классификация изделия, а на учебных чертежах группа, номер темы (двузначный), номер варианта (как правило, соответствует номеру исполнителя в журнале; двузначный), номер чертежа (трехзначный). Это же обозначение, повернутое на 180°, помещают в левом верхнем углу чертежа, что облегчает отыскание чертежей, не подшитых в альбом, а хранящихся россыпью.

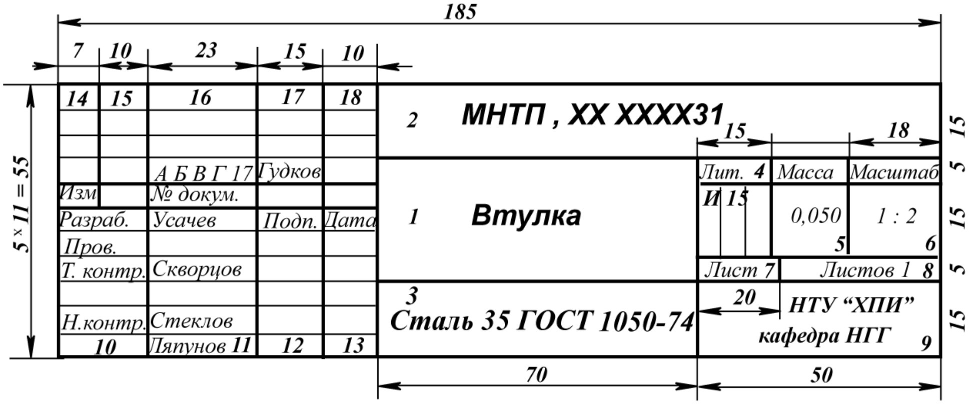


Рис. 10.3. Основная надпись

В графе 4 проставляют литеру чертежа. Чертежам для единичного производства присваивают литеру *И*, установочной серии – *А*, серийного или массового производства – *Б*. На чертежах, выполненных в процессе обучения, проставляют литеру *У*.

В графе 7 записывают порядковый номер листа. Если чертеж состоит из одного листа, то графу 7 не заполняют.

В графе 8 проставляют общее количество листов документа.

В графе 9 проставляют наименование или различительный индекс предприятия, выпустившего чертеж.

Графы 14 – 18 являются таблицей изменений. Изменения (исправления) на чертеже разрешается вносить лишь предприятию – держателю подлинника чертежа в соответствии с установленными государственным стандартом правилами. Эти графы на учебных чертежах не заполняются.

Буквы и цифры в основной надписи, как и на всем чертеже, обычно выполняют чертежным шрифтом.

Масштабы. Изделия на чертежах предпочтительно вычерчивать в натуральную величину, т. е. 1:1. Если этого сделать нельзя, то применяют масштабы уменьшения или увеличения.

Государственный стандарт предусматривает следующие масштабы (табл. 10.2).

Таблица 10.2 – Масштабы

Масштабы уменьшения	1:2; 1:2,5; 1:4: 1:5; 1:10 и т. д.
Масштабы увеличения	2:1; 2,5 :1; 4:1; 5:1; 10:1 и т. д.

Не предусмотренные стандартом масштабы не применяют.

Масштаб, например, 1:5 означает, что линейные размеры изображения на чертеже в 5 раз меньше действительных размеров предмета. И наоборот, масштаб 2:1 показывает, что линейные размеры изображения в 2 раза больше действительных размеров предмета.

Масштаб на чертеже записывают так: Ml:1; Ml:5; М2:1. В графе 6 основной надписи при обозначении масштаба букву М опускают.

Следует помнить, что какой бы масштаб не был, на чертеже проставляют действительные размеры, т. е. размерные числа указывают натуральные размеры предмета, а не уменьшенные или увеличенные.

Контрольные вопросы

1. Что означает на чертеже запись М5:1; М1:1; М2:1?
2. Если масштаб 1:2, то больше или меньше самого предмета будет его изображение на чертеже?
3. Какой будет величина изображения детали по отношению к ее величине, если масштаб 1:1? 5:1?
4. Какую длину предмета надо указать на чертеже, если длина предмета 1250 мм, а масштаб изображения 1:10
5. Допускается ли применять масштабы, не

предусмотренные стандартом?

Типы линий на чертежах. Рассмотрите рис. 10.4. Какими линиями обведены на нем изображения? Вы видите, что чертеж и наглядное изображение детали имеют различные линии. Одни из них изображают реально существующие поверхности — видимые и невидимые контуры. Другие линии показывают размеры предмета, плоскости симметрии и т. п.; их называют условными линиями, они не показывают реальных очертаний предмета. Очевидно, что условные линии должны по начертанию отличаться от линий, изображающих контуры детали.

Чтобы чертежи было легче читать, государственный стандарт устанавливает линии для чертежей всех отраслей промышленности и строительства.

Сплошная толстая основная линия. Для изображения видимых контуров предметов применяется линия, называемая сплошной толстой основной. Толщина этой линии, обозначаемая латинской буквой *s*, установлена стандартом в пределах от 0,5 до 1,4 мм в зависимости от величины и сложности изображения. Выбранная толщина *s* линии должна быть одинаковой для всех изображений на данном чертеже. Такой линией обведено изображение видимых очертаний предмета на рис. 10.5

Штриховая линия. Для невидимых очертаний предмета применяют линию, которую называют штриховой. На рис. 10.4 такой линией показано невидимое на данном изображении отверстие, находящееся внутри детали.

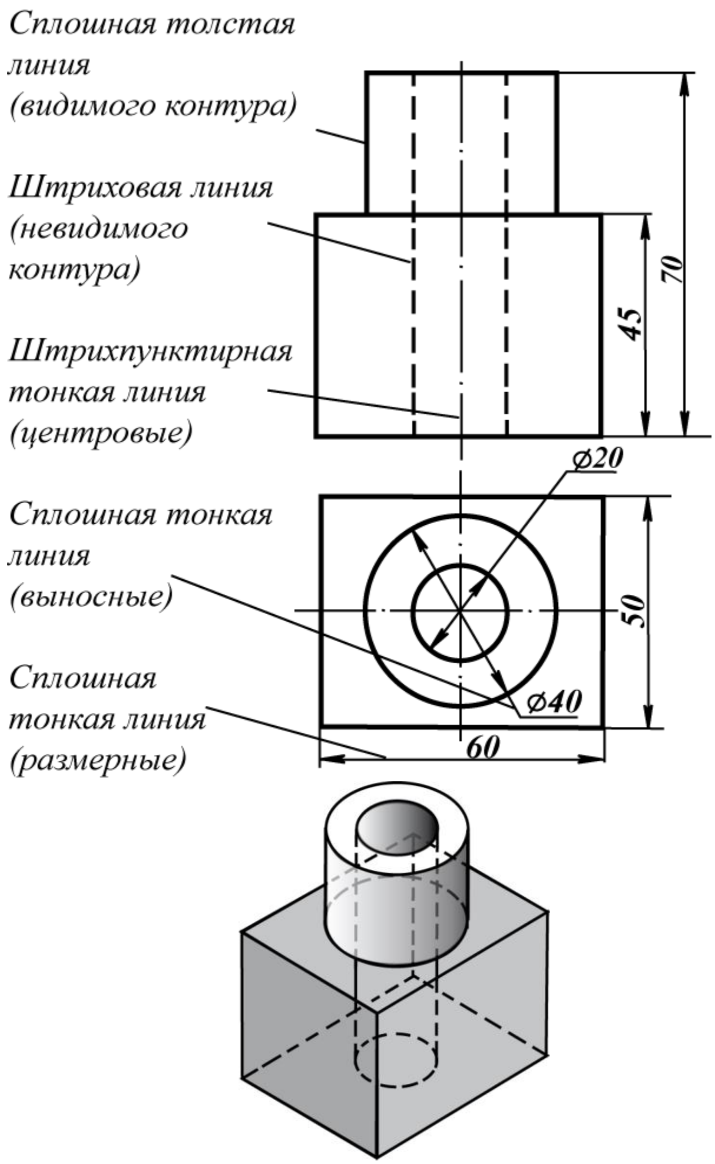


Рис. 10.4. Линии чертежа

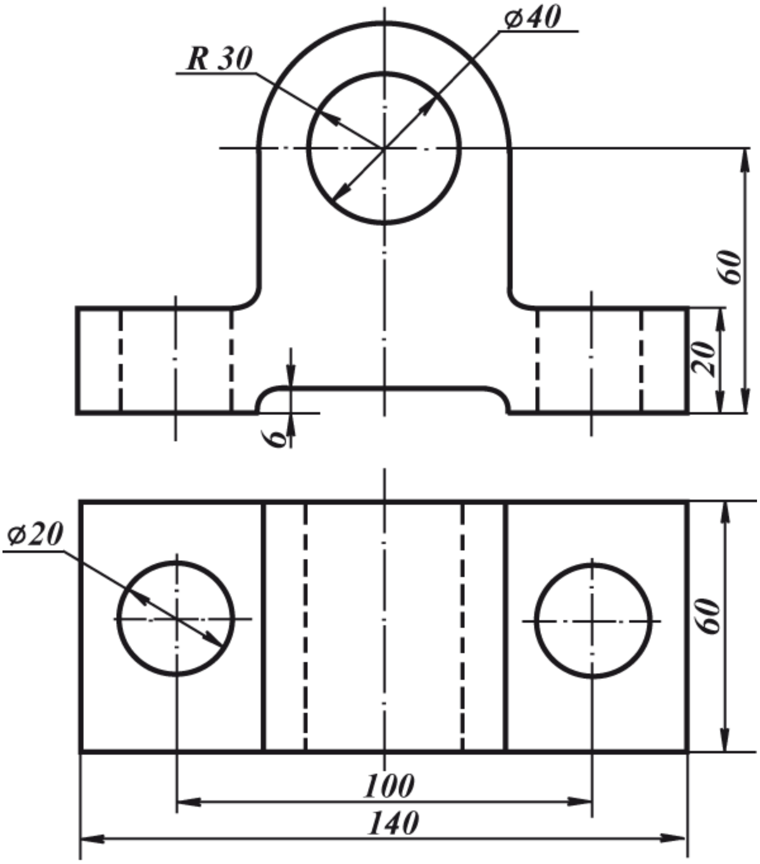


Рис. 10.5. Примеры проведения штрихпунктирных линий

Штриховая линия состоит из штрихов (черточек) одинаковой длины. Их длина установлена стандартом в пределах от 2 до 8 мм (для ученических чертежей рекомендуется 4 мм). Длина всех штрихов в линии должна быть приблизительно одинаковой. Расстояние между штрихами должно составлять от 1 до 2 мм и быть приблизительно одинаковым в линии. Толщина штрихов зависит от выбранной толщины сплошной толстой основной линии и должна составлять от $s/2$ до $s/3$. Это означает, что толщина штриховой линии в 2 – 3 раза тоньше основной.

Штриховые линии должны начинаться и заканчиваться штрихами (рис. 10.4, 10.5).

Таблица 10.3 – Линии чертежа

Наименование линии	Назначение (основное)	Начертание	Толщина
Сплошная толстая основная линия	Линии видимого контура		s = 0.5... 1.4 мм
Штриховая	Линии невидимого контура		от s/3 до s/2.
Штрихпунктирная тонкая	Линии осевые и центровые		
Штрихпунктирная с двумя точками тонкая	Линии сгиба и развертки		от s/4 до s/3.
Сплошная тонкая	Линии размерные и выносные		

Штрихпунктирная тонкая линия. Для проведения осевых, а также центровых линий, указывающих центры окружностей и дуг, используют линию, называемую штрихпунктирной тонкой. Эта линия состоит из длинных тонких штрихов и точек между ними. Длина штрихов от 5 до 30 мм, расстояние между ними от 3 до 5 мм (для учебных чертежей длину штрихов рекомендуют 20 мм). Толщину штрихпунктирной линии берут от *s*/4 до *s*/3.

Осевые и центровые линии концами должны выступать за контур изображения на 2 – 5 мм (см. рис. 10.5) и оканчиваться штрихом, а не точкой. Положение центра окружности определяется пересечением штрихов, как показано на рис. 10.5.

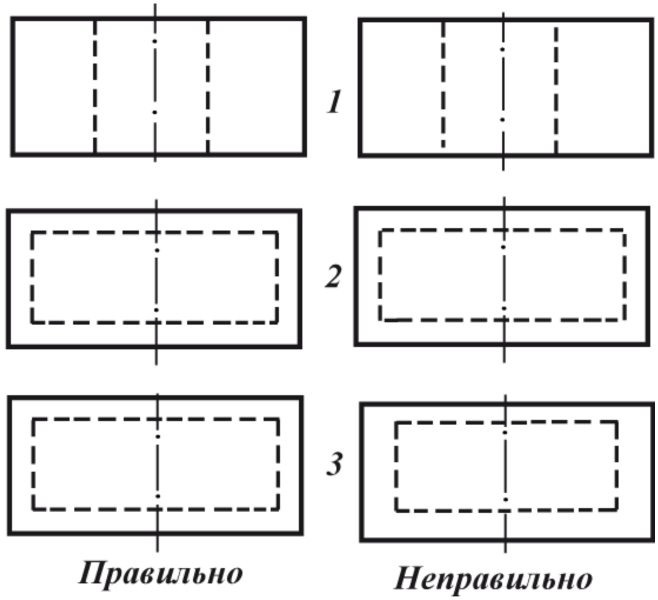


Рис. 10.6. Примеры использования штриховых и штрихпунктирных линий

Вычерчивание деталей надо начинать с проведения осевых и центровых линий, являющихся основой чертежа. С их помощью удобно строить симметричные изображения, откладывая от этих линий размеры, по которым вычерчивают контуры предмета.

Штрихпунктирная с двумя точками тонкая линия показывает линии сгиба на развертках и крайние положения подвижных предметов. Длина штрихов от 5 до 30 мм, расстояние между ними от 4 до 6 мм.

Сплошная тонкая линия. Кроме перечисленных выше линий, на рис. 10.4 помечены надписями размерные и выносные линии. Выносные линии служат для связи между изображением и размерными линиями, проведенными вне контура. Для размерных и выносных применяют линию, называемую сплошной тонкой, толщина которой должна находиться в пределах от s/4 до s/3.

Выносные линии должны выходить за концы стрелок размерной линии примерно на 1 – 5 мм.

Сплошные тонкие линии применяют также для штриховки в сечениях.

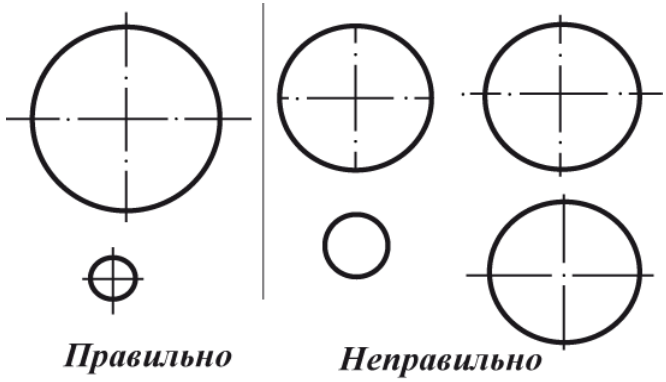


Рис. 10.7. Примеры проведения центровых линий

Сплошной толстой основной линией обводят видимый контур, от ее толщины зависит толщина других линий. Таким образом, следует запомнить, что штриховые, штрихпунктирные тонкие и сплошные тонкие линии должны быть в 2 – 3 раза тоньше сплошной толстой основной линии. Названия линий характеризуют их назначение и начертания. Штриховая линия состоит из штрихов, штрихпунктирная из штрихов и точек, сплошная тонкая выполняется тоньше сплошной толстой.

Следует отметить, что на чертеже толщины штрихпунктирных с одной точкой, штрихпунктирных с двумя точками, а также размерных и выносных линий совпадают.

На рис. 10.6 – 10.7 приведены примеры проведения различных линий на чертежах. Все перечисленные сведения о линиях даны в табл. 10.3.

Контрольные вопросы

1. В зависимости от чего берется толщина штриховой, штрихпунктирной тонкой и сплошной тонкой линии? Чему будет равна толщина линий, если толщина сплошной толстой основной линии взята 1,2 мм?

2. Каково основное назначение следующих линий: сплошной толстой основной, штриховой, штрихпунктирной тонкой, сплошной тонкой?

3. С проведения каких линий обычно начинают выполнять чертеж?

4. Чему равна длина штрихов и расстояние между ними в штриховых линиях? В штрихпунктирных тонких линиях?

11. ВИДЫ, РАЗРЕЗЫ, СЕЧЕНИЯ

Правила изображения предметов (изделий, сооружений и их составных элементов) установлены соответствующим стандартом на чертежи всех отраслей промышленности и строительства.

Изображения предметов должны выполняться методом прямоугольного проецирования. Изображаемый предмет предполагается расположенным между наблюдателем и соответствующей плоскостью проекций. В качестве основных плоскостей проекций принимаются 6 граней куба. Грани куба разворачивают и совмещают с плоскостью чертежа, как показано на рис. 11.1.

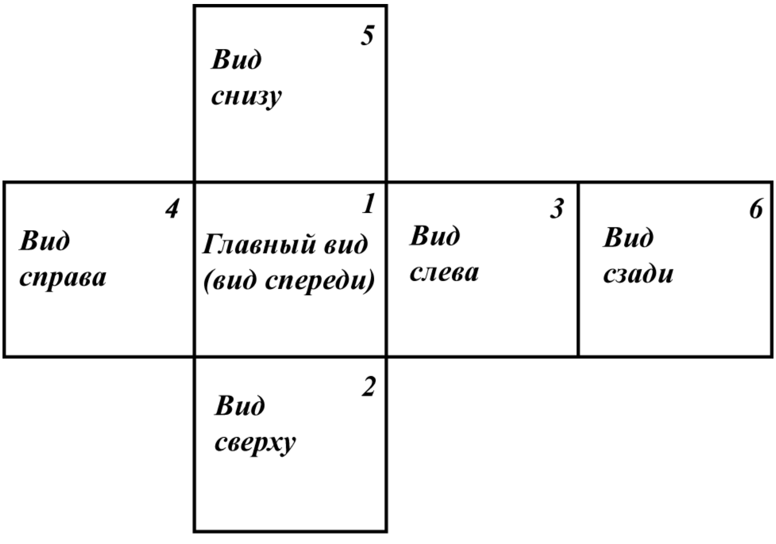


Рис. 11.1. Расположение основных плоскостей проекций

Плоскость 6 может быть расположена не только рядом с плоскостью 3, как показано на рис. 11.1, но и слева от плоскости 4. Изображение предмета на фронтальной плоскости 1 принимают в качестве главного на чертеже и в проекционной связи с ним располагают все остальные изображения.

Изображения на чертеже в зависимости от их содержания разделяются на виды, разрезы, сечения. Ниже даны определения, классификация и характеристика каждого из этих изображений. Число изображений (видов, разрезов, сечений) на чертеже должно быть минимальным, но вместе с тем достаточным для полного представления о предмете при чтении чертежа. Если виды на чертеже расположены так, как приведено на рис. 11.1, то они не обозначаются.

ВИДЫ

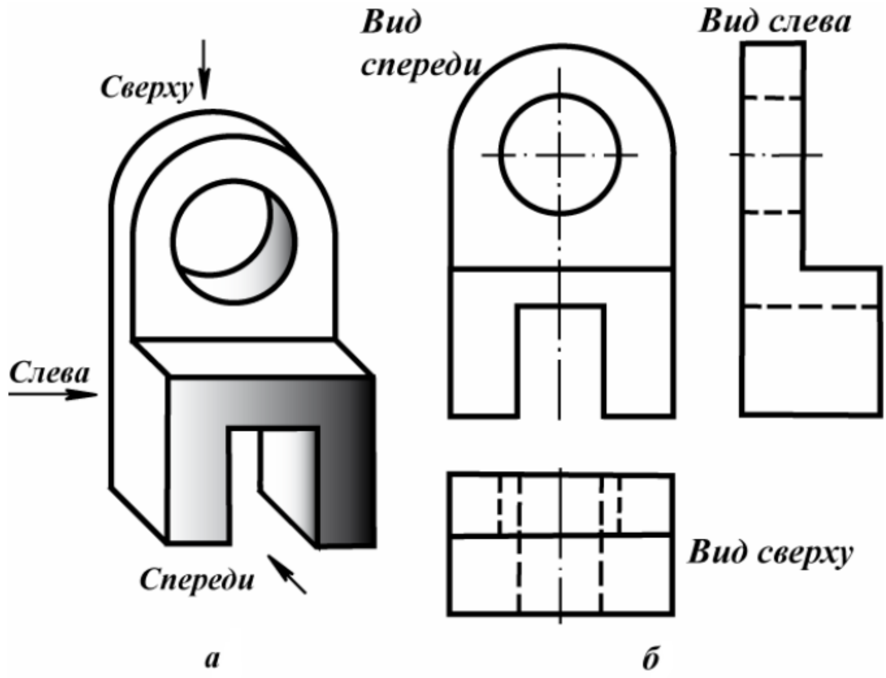


Рис. 11.2. Виды на чертеже: *а* – направление взгляда, *б* – расположение видов

Видом называют изображение обращенной к наблюдателю видимой части поверхности предмета.

Названия видов зависят от того, с какой стороны смотрят на предмет. Направления взгляда указаны на рис. 11.2 стрелками с надписями.

Вид спереди называют **главным видом**. Главный вид должен давать наиболее полное представление о форме и размерах предмета. При этом желательно, по возможности, выполнять главный вид без привлечения других видов (т.е. чтобы поверхности, образующие предмет, занимали по отношению к фронтальной плоскости проекций частное положение – были либо проецирующими, либо плоскостями уровня).

Если смотреть на предмет слева, под прямым углом к исходному положению детали, то получают **вид слева**.

Когда смотрят на предмет сверху, перпендикулярно горизонтальной плоскости, получают **вид сверху**.

А как назвать вид, если смотреть на деталь снизу? - Вид слева? Вид справа? Вид снизу?

Каждый вид имеет строго определенное место на чертеже. Вид слева располагают справа от главного вида и в проекционной связи с ним, вид сверху — под главным видом (рис. 11.2, б). Нарушать это правило, располагая виды на произвольных местах, нельзя.

Зная правило расположения видов, можно представить форму предмета по его плоским изображениям. Для этого нужно сопоставить все виды, данные на чертеже, и воссоздать в воображении объемную форму предмета.

Контрольные вопросы

1. Что в черчении называется видом?
2. Какое изображение на чертеже является исходным?
3. Запишите названия известных Вам видов.
4. В зависимости от чего дается название виду?
5. Как располагаются виды на чертеже?

6. Допустимо ли произвольное расположение видов?

7. Как по плоским изображениям представить объемную форму предмета?

РАЗРЕЗЫ

Невидимые внутренние очертания предметов допускается показывать на чертежах штриховыми линиями. Однако эти линии плохо выявляют форму детали, а иногда перекрываются линиями видимого контура. Кроме того, от штриховых линий не рекомендуется наносить размеры. Чтобы яснее показать внутреннюю форму детали, применяют разрезы (рис. 11.3).

Разрезом называют изображение предмета, мысленно рассеченного плоскостью (или несколькими плоскостями), при этом ту часть предмета, которая расположена между глазом наблюдателя и секущей плоскостью, как бы удаляют. На разрезе показывают то, что находится в секущей плоскости и что расположено за ней. Иначе говоря, разрез состоит из сечения и того, что расположено за секущей плоскостью.

Деталь, внутреннюю форму которой целесообразно выявить разрезом, изображена на рис. 11.3, а. Три вида детали даны на рис. 11.3, б, внутренние очертания на главном виде показаны штриховыми линиями, а выступ у основания детали — сплошной основной линией.

Разрез, приведенный на рис. 11.3, а, получен следующим образом. Деталь вдоль оси рассечена плоскостью, параллельной фронтальной плоскости проекций; передняя половина детали мысленно удалена, а оставшаяся половина изображена полностью. Показано то, что получилось в секущей плоскости, и то, что находится за секущей плоскостью. Этот разрез помещен на месте главного вида. Виды сверху и слева при этом не изменились.

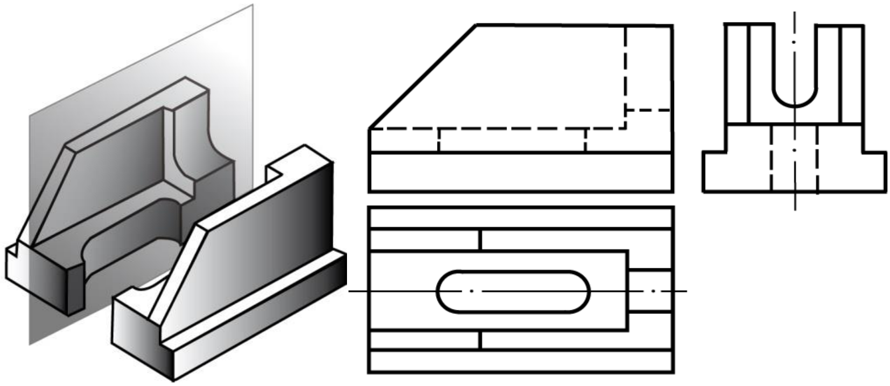


Рис. 11.3, *а*. Три вида детали. Аксонометрическое изображение

Из сравнения рис. 11.3, *а*, *б* и *в* видно, что при выполнении разрезов штриховые линии, которыми до разреза были показаны внутренние очертания детали, заменяют на сплошные основные, сечение, входящее в разрез, заштриховывают; линии, находящиеся на передней (неизображаемой) половине предмета, не показывают. Как видно из рис.11.4, прямые, образующие дуги окружностей и плоскости, находящиеся за ними, показывают как на видах, так и на разрезах. На рис. 11.4, *в* с надписью «правильно» эти линии проведены.

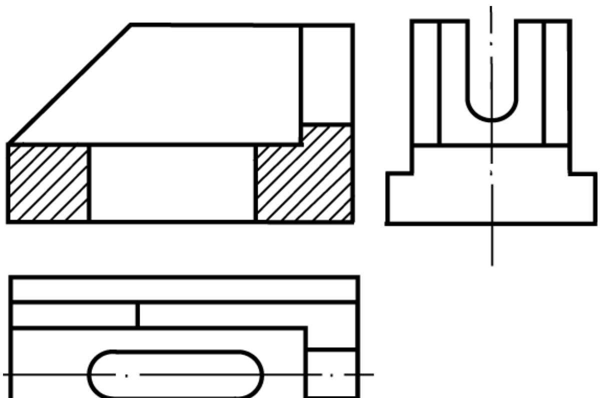
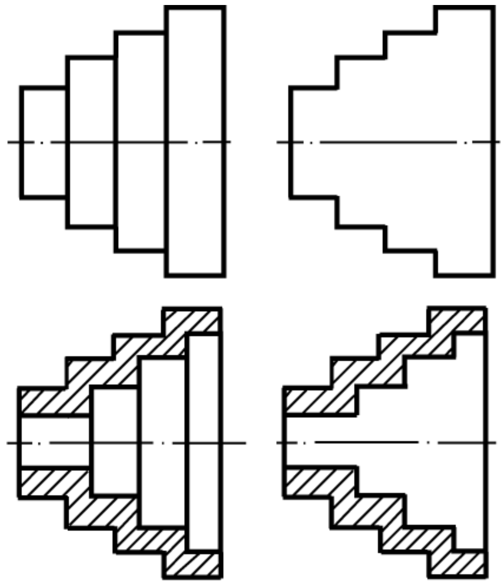


Рис. 11.3, *б*. Построение фронтального разреза детали



правильно *неправильно*

Рис. 11.4. Чертежи, разъясняющие типичную ошибку

Штриховку в сечении наносят только там, где секущая плоскость рассекает материал детали. Поэтому на рис. 11.3, *б* не заштрихованы прямоугольный разрез, отверстие с закруглением и вертикальной прорезью.

Между сечением и разрезом в одной и той же секущей плоскости есть разница, которую видно из сравнения изображений *а* (разрез) и *б* (сечение) на рис. 11.5.

Контрольные вопросы

1. Для чего применяют на чертежах разрезы?

2. Какие изображения называют разрезами?

3. Как изменится изображение, если вместо вида детали дать ее разрез?

4. Изменятся ли виды сверху и слева, если главный вид заменить разрезом?

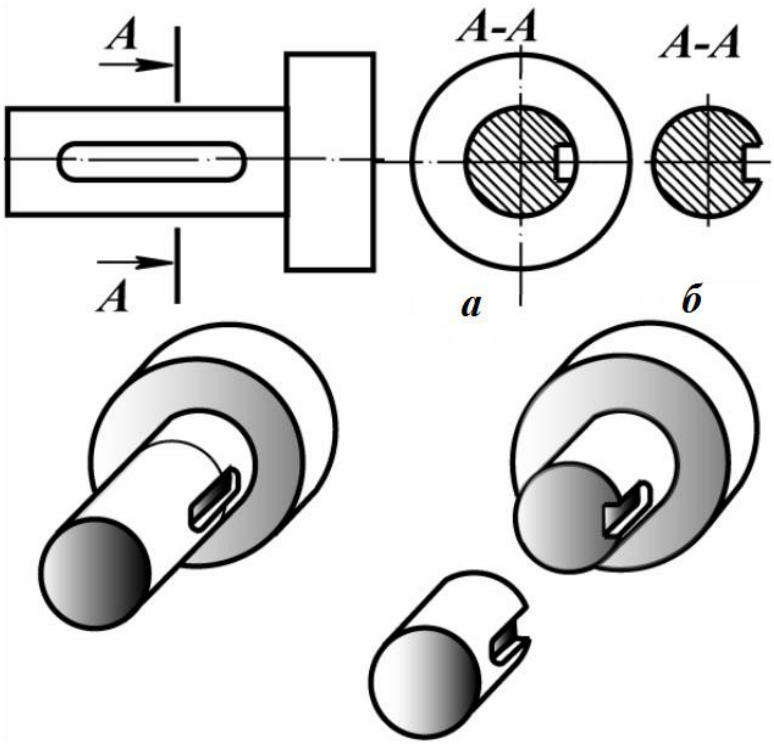


Рис. 11.5. Различие между сечением и разрезом (*а* – сечение, *б* – разрез)

В зависимости от числа секущих плоскостей разрезы подразделяют на простые и сложные. Простым называют разрез при одной секущей плоскости (см. рис. 11.3, *а* и *в*). Сложным называют разрез при двух и более секущих плоскостях (о сложном разрезе будет сказано ниже).

Положение секущей плоскости при выполнении разрезов может быть вертикальным (рис. 11.6, *а* и *б,* причем *а* – фронтальная, *б* – профильная), горизонтальным (рис. 11.6, *в*) и наклонным (рис. 11.6, *г*). В зависимости от положения секущей плоскости относительно горизонтальной плоскости проекций разрезы делятся на вертикальные, горизонтальные и наклонные.

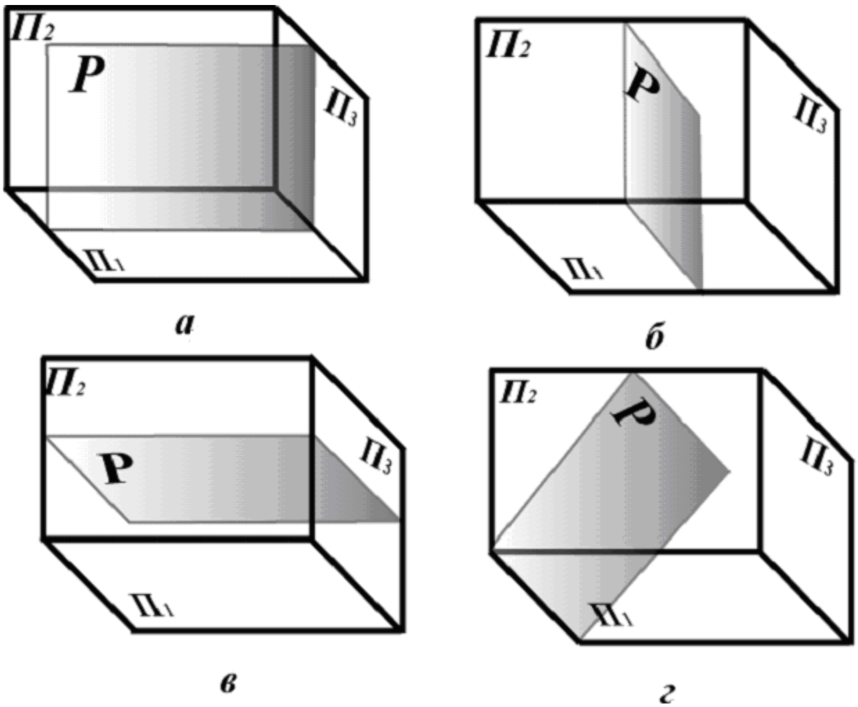


Рис. 11.6. Возможные положения секущей плоскости при выполнении разреза

Вертикальным называется разрез при секущей плоскости, перпендикулярной к горизонтальной плоскости проекций (рис. 11.6, *а*, *б* и 11.9). **Горизонтальным** называется разрез секущей плоскостью, параллельной горизонтальной плоскости проекций (рис. 11.6, *в*, 11.7). **Наклонным** называется разрез секущей плоскостью, составляющей с горизонтальной плоскостью проекций угол, отличный от прямого (рис. 11.6, *г*, 11.8). Вертикальный разрез называется **фронтальным**, если секущая плоскость параллельна фронтальной плоскости проекций (рис. 11.6, *а*). Вертикальный разрез называется **профильным**, если секущая плоскость параллельна профильной плоскости проекций (рис. 11.6, *б* и 11.9). Тип разреза выбирают в зависимости от формы детали, внутреннее устройство которой нужно показать. Разрезы называются **продольными**, если секущие плоскости направлены вдоль длины или высоты предмета (см. рис. 11.3, *в*), и поперечными, если секущие плоскости направлены перпендикулярно длине или высоте предмета (см. рис. 11.5).

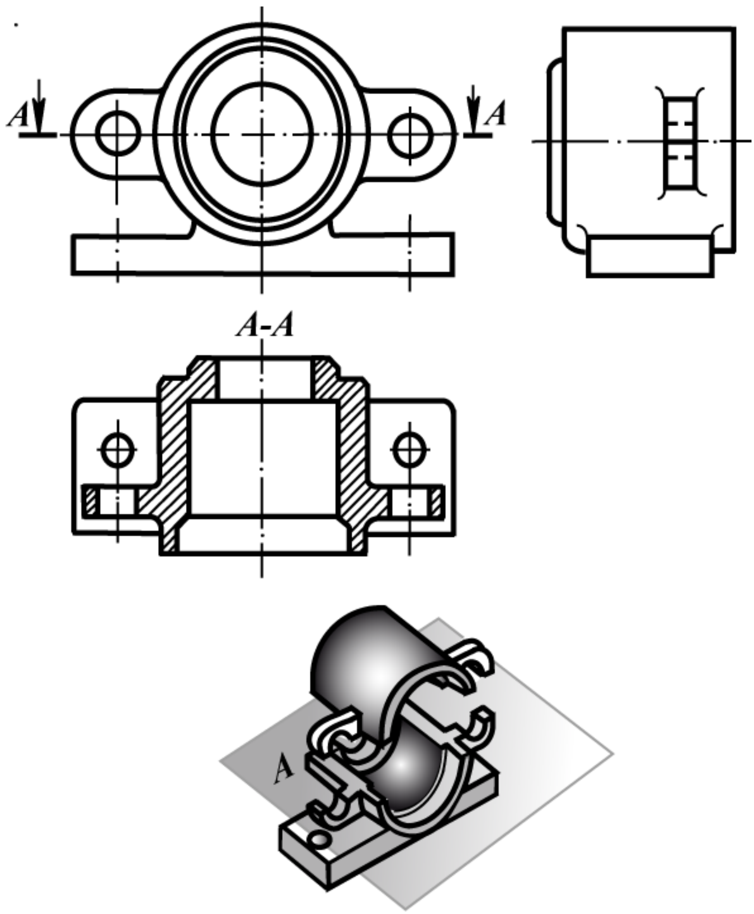
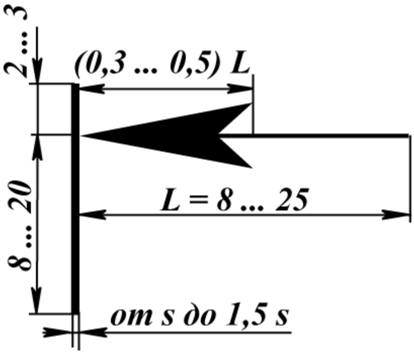


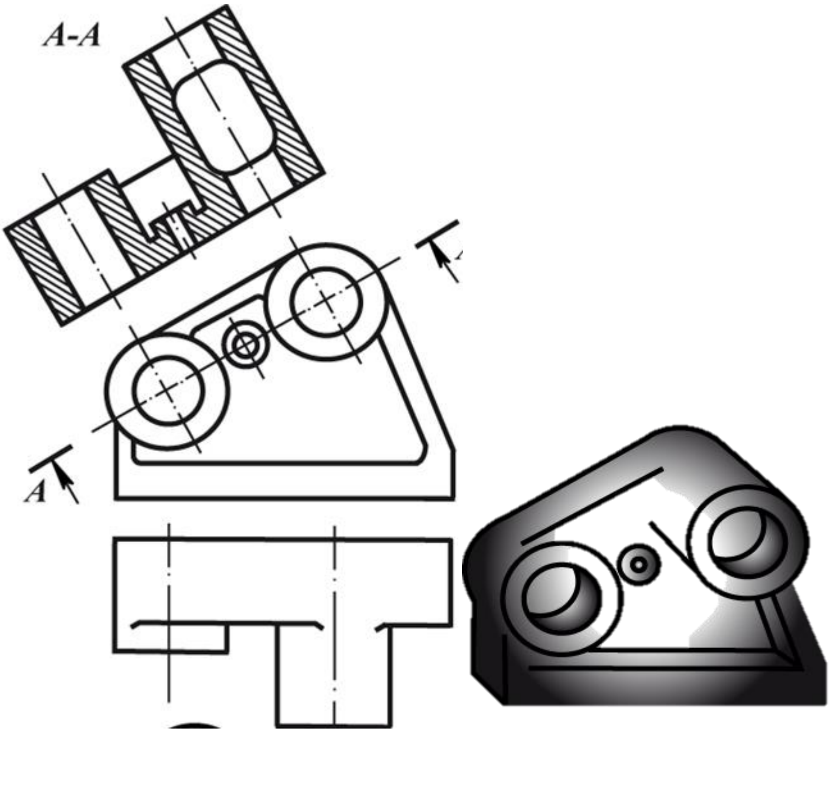
Рис. 11.7. Горизонтальный разрез

Местным называется разрез, служащий для выяснения устройства предмета лишь в отдельном ограниченном месте (о местном разрезе будет сказано ниже).



а

Взаимное расположение штрихов и стрелок разомкнутой линии



б

Рис. 11.8. Наклонный разрез и его обозначение на чертеже

На одном чертеже может быть расположено несколько разрезов, например фронтальный, горизонтальный и профильный. Фронтальный разрез обычно располагают на месте главного вида, профильный — на месте вида слева, а горизонтальный — на месте вида сверху.

Контрольные вопросы

1. Какой разрез называют простым?
2. В зависимости от чего разрезы делятся на вертикальные горизонтальные и наклонные?
3. Какой разрез называют фронтальным?
4. Какой разрез называют профильным?
5. Какой разрез называют горизонтальным?
6. Какой разрез называют наклонным?
7. Какой разрез называют продольным и какой поперечным?

Если секущая плоскость совпадает с плоскостью симметрии предмета в целом и соответствующие изображения расположены на одном листе в проекционной связи, то допускается горизонтальные, фронтальные и профильные разрезы не обозначать (рис. 11.9). В остальных случаях проводят разомкнутую линию, стрелками с буквами указывают направление взгляда, сопровождая разрез надписью по типу А–А (не подчеркивая ее), так же, как и для сечений. Толщина штрихов разомкнутой линии берется от s до $1{,}5s$, а длина от 8 до 20 мм. На начальном и конечном штрихах, перпендикулярно к ним, на расстоянии 2–3 мм от конца штриха ставят стрелки, указывающие направление взгляда. Форма, соотношение размеров стрелок и взаимное расположение стрелок и разомкнутой линии показана на рис. 11.8 *а, б*.

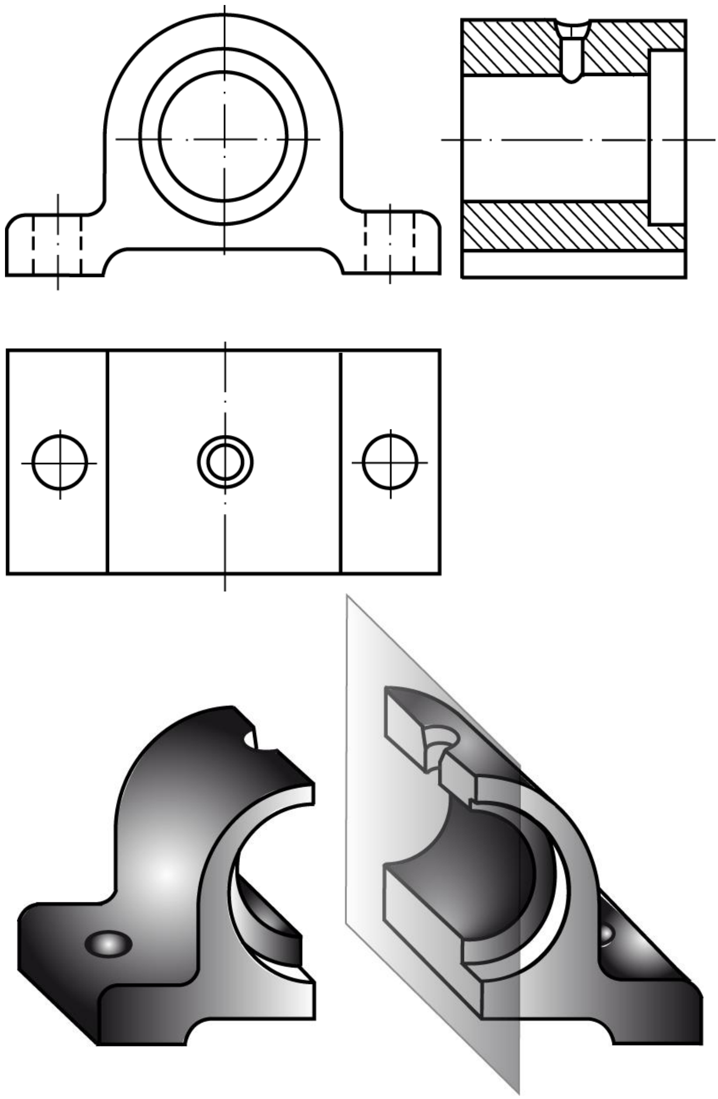


Рис. 11.9. Профильный разрез

В начале и в конце линии сечения ставят одну и ту же прописную букву алфавита, при этом выбирают начальные буквы – А, Б, В, Г, Д**.** Буквы наносят с внешней стороны стрелок, указывающих направление взгляда (рис. 11.8 *а* и 11.11). Над сечением делают надпись типа А–А, то есть сечение обозначают двумя одинаковыми буквами через тире. Например, на рис. 11.8 секущая плоскость прошла по линии, не являющейся осью симметрии детали. Поэтому линия сечения отмечена штрихами *сплошной толстой основной* линии, направление взгляда показано стрелками с буквами, а над разрезом дана надпись: А–А.

Наклонный разрез, а также вертикальный, если секущая плоскость не параллельна фронтальной или профильной плоскости проекций, строят и располагают в соответствии с направлением, указанным стрелками (рис. 11.11) разрез А–А. Допускается располагать такие разрезы на любом месте чертежа, а также с поворотом, при этом к надписи должно быть добавлено слово *«повернуто»* (рис. 11.11, разрез Б–Б).

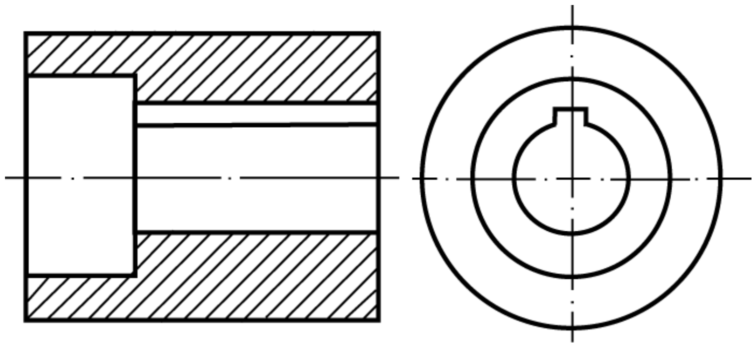


Рис. 11.10. Случай, когда разрез не обозначают

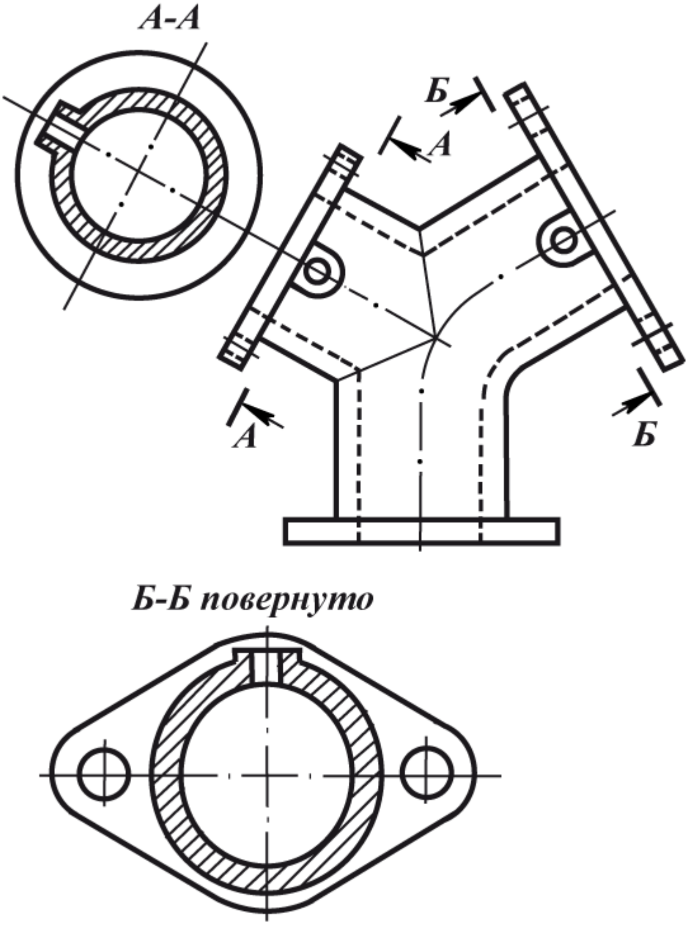


Рис. 11.11. Расположение разрезов

На рис. 11.11 разрез А–А расположен в соответствии с направлением, указанным стрелками. Разрез Б–Б по расположению не соответствует направлению, указанному стрелками, он повернут. Поэтому после букв Б–Б написано слово *«повернуто»*.

Контрольные вопросы

1. Допускается ли располагать фронтальный, горизонтальный и профильные разрезы на месте главного вида, вида сверху и вида слева соответственно?

2. В каких случаях горизонтальные, фронтальные и профильные разрезы не обозначают?

3. Можно ли не обозначать наклонный разрез?

4. В каких случаях обозначают фронтальные, горизонтальные и профильные разрезы?

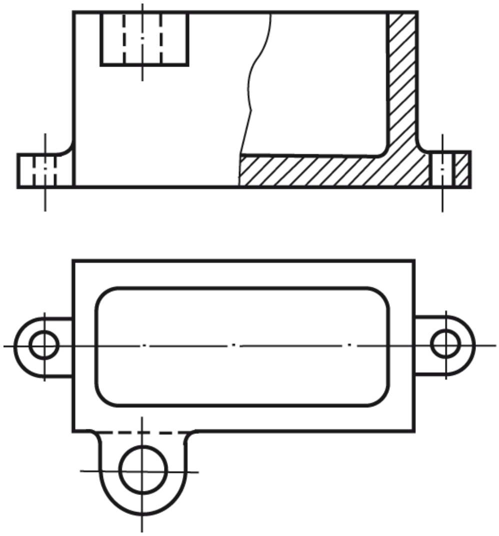
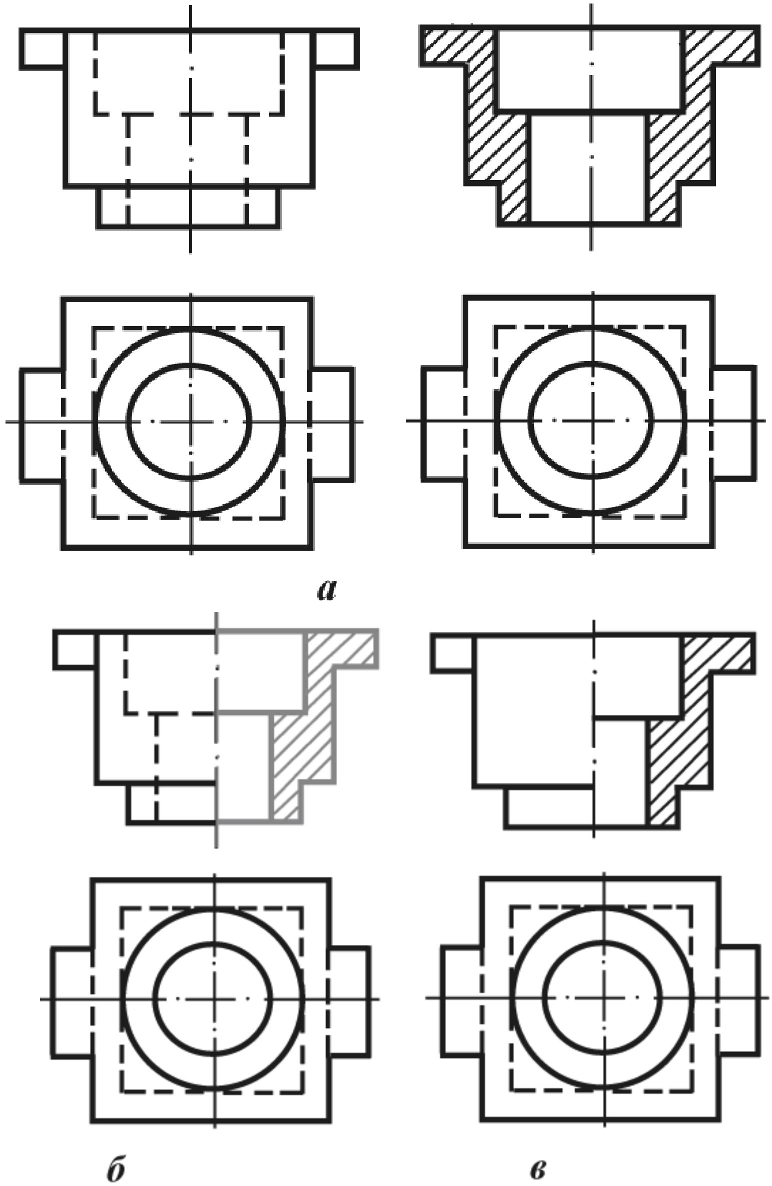


Рис. 11.12. Соединение части вида и части разреза

Форма многих деталей не может быть выявлена только разрезом или видом. Выполнять же два изображения — вид и разрез – нерационально. Поэтому допускается соединять на одном изображении часть вида и часть соответствующего разреза (рис. 11.12). Разделяют их сплошной волнистой линией толщиной от $s/2$ до $s/3$; линию проводят от руки.

Если на рис. 11.12 дать полный фронтальный разрез, то по одному виду сверху нельзя будет судить о форме и высоте верхнего ушка.



а

б *в*

Рис. 11.13. Соединение половины вида и половины разреза

Этот элемент на фронтальном разрезе не будет показан. Чтобы иметь полное представление о форме детали, целесообразно соединить часть вида и часть разреза. Данный пример характеризует рациональный способ построения чертежа. Частным случаем предыдущего правила является

соединение половины вида и половины разреза, каждый из которых является симметричной фигурой.

На рис. 11.13, *а* приведен чертеж детали без разреза и с разрезом. На рис. 11.13, *б* даны половина главного вида и половина разреза той же детали. Так как вид и разрез фигуры симметричные, то по половине вида можно судить о второй его половине. То же можно сказать и о разрезе. Поэтому рекомендуется, в целях сокращения размера чертежа и времени на его выполнение, соединять половину вида и половину соответствующего разреза при симметричных виде и разрезе. Получается изображение, приведенное на рис. 11.13, *в*. Границей между половиной вида и половиной разреза служит осевая (штрихпунктирная) линия (см. рис. 11.13 *в)*. На половине вида внутренние очертания детали не показывают: штриховые линии только повторили бы очертания внутреннего контура, выявленные разрезом.

Размерные линии для внутренних очертаний предмета, которые изображены лишь до оси симметрии, обрывают, проводят несколько дальше оси; стрелку ставят с одной стороны, а размер наносят полный.

Вид и разрез допускается разделять штрихпунктирной линией и тогда, когда она совпадает со следом плоскости симметрии не всего предмета, а лишь его части, которая является телом вращения. Например, на рис. 11.14 изображена ось шатуна, который имеет *цилиндрический* элемент (тело вращения); разрез выполнен лишь до оси симметрии. Не для всех симметричных изображений можно применять соединение половины вида и половины разреза. Детали, приведенные на рис. 11.15, имеют элементы (квадратное отверстие, поверхность в виде шестиугольной призмы), ребра которых совпадают с осью симметрии. Если соединить половину вида и половину разреза, границей между которыми является осевая (штрихпунктирная) линия, то ребра, совпадающие с ней, не изобразятся. В таких случаях показывают часть вида и часть разреза (см. рис. 11.15). Волнистую линию, разделяющую часть вида и часть разреза, проводят так, чтобы было показано ребро. Если ребро, совпадающее с осью симметрии, расположено в отверстии, то показывают больше половины разреза (рис. 11.15, *а*). Если ребро расположено на наружной поверхности, то показывают больше половины вида (рис. 11.15, *б*).

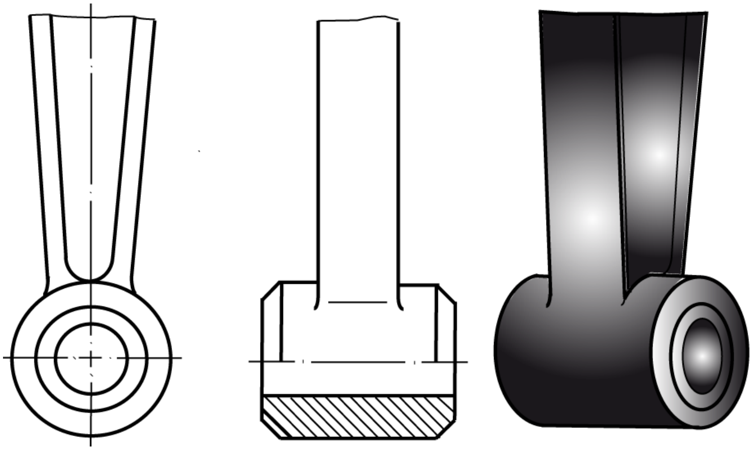
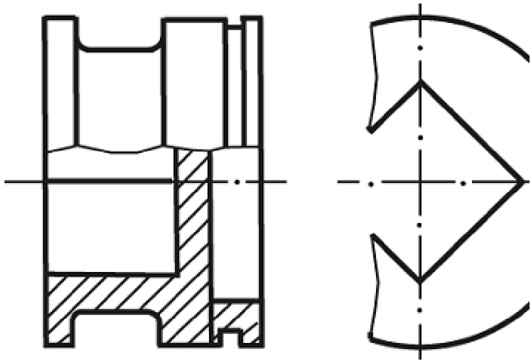
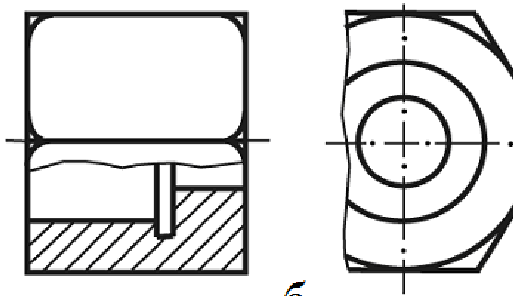


Рис. 11.14. Выполнение разреза предмета, часть которого симметричная фигура



а



б

Рис. 11.15. Соединение части вида и части разреза при совпадении плоскости ребра с осью симметрии

Контрольные вопросы

1. В каких случаях рекомендуется соединять часть вида и часть разреза?
2. Какой линией разделяют часть вида и часть разреза?
3. В каких случаях рекомендуется соединять половину вида и половину разреза?
4. Какой линией разделяют половину вида и половину разреза?
5. Нужно ли показывать на половине вида внутренние очертания предмета и почему?
6. В чем особенность нанесения размеров на изображении, состоящем из половины вида и половины разреза?

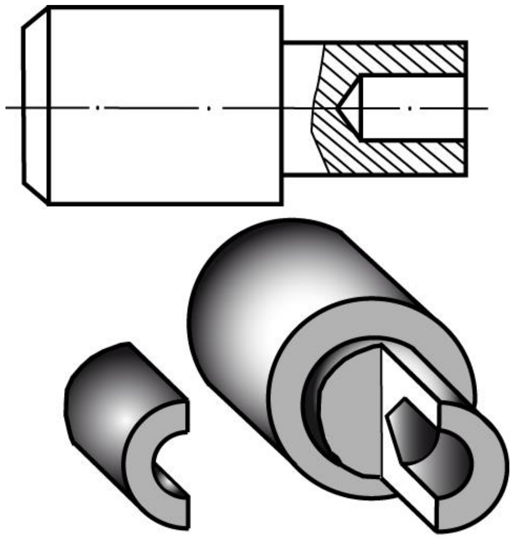


Рис. 11.16. Построение местного разреза

Сплошные детали в разрезе не изображают. Чтобы показать в такой детали небольшое углубление или отверстие, применяют местный разрез.

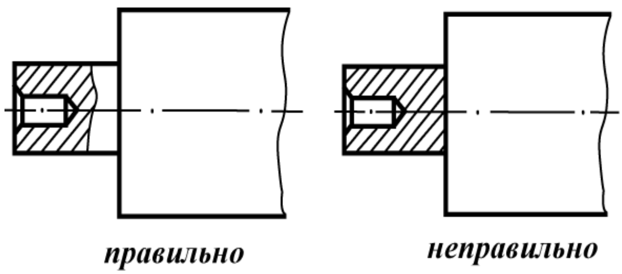


Рис. 11.17. Правильное и ошибочное выполнение местного разреза

Местным называют разрез, служащий для выявления устройства предмета лишь в отдельном, ограниченном месте. Местный разрез выделяют на виде сплошной волнистой линией, проводимой от руки: толщина линии от *s*/2 до *s*/3 (рис. 11.16). Линия не должна совпадать с какими-либо другими линиями изображения, как показано на рис. 11.17 с надписью *неправильно,* где линия совпала с линией контура.

Контрольные вопросы

1. Какой разрез называют местным?
2. Когда применяют местный разрез?
3. Какой линией ограничивают местный разрез? Допустимо ли совпадение этой линии с другими линиями чертежа?

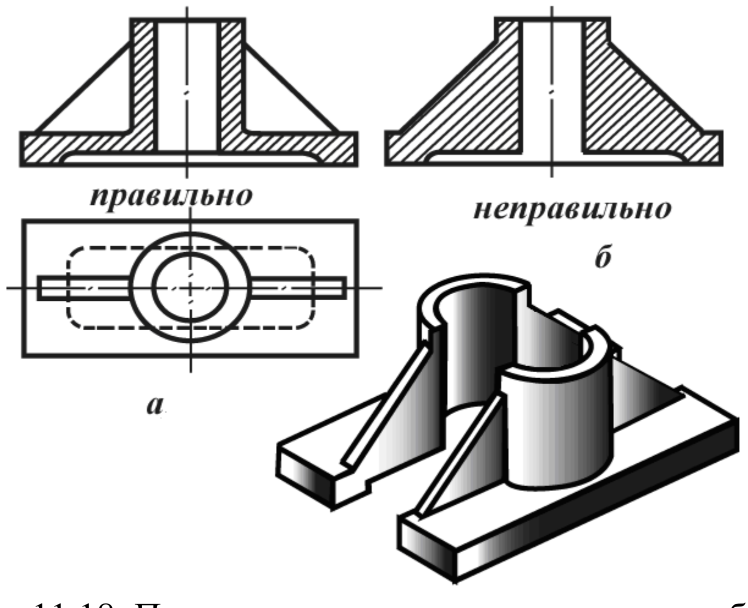


Рис. 11.18. Построение разреза вдоль тонкого ребра

При выполнении разрезов некоторых деталей необходимо соблюдать особые правила, которые приведены ниже.

1. Если секущая плоскость направлена вдоль тонкой стенки типа ребра жесткости, то стенку не заштриховывают, а отделяют сплошной толстой — основной линией.

На рис. 11.18 изображена деталь с ребрами жесткости. Дан фронтальный разрез. Секущая плоскость прошла вдоль ребер, поэтому на разрезе (рис. 11.18, *а*) они не заштрихованы, хотя и рассечены секущей плоскостью. Если же заштриховать тонкие ребра, как это сделано на рис. 11.18, *б)* с надписью *неправильно,* то деталь будет казаться сплошной, массивной, а радиус скругления не выявится.

Если секущая плоскость направлена поперек ребер, то их изображают по общим правилам, т.е. заштриховывают.

2. При изображении в разрезе деталей со спицами (колес, шкивов, маховиков) руководствуются тем же правилом, что и для тонких стенок: спицы не заштриховывают, когда секущая плоскость направлена вдоль их длины (рис. 11.19, *а, б)*.

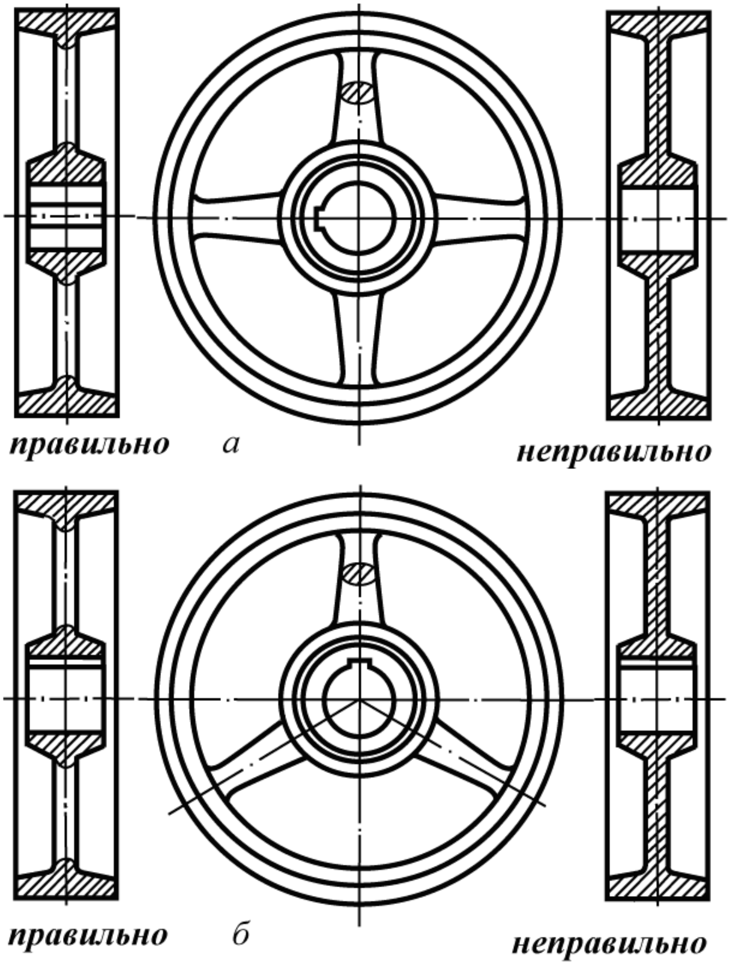


Рис. 11.19. Разрез шкива со спицами

При этом предполагают, что секущая плоскость проходит через спицу даже в том случае, когда спица расположена под утлом к линии сечения. Поэтому спица, расположенная на рис. 11.19, *б* под углом к профильной плоскости, изображена на ней в натуральную величину.

На рис. 11.19, *а* справа дано изображение с надписью *неправильно.* Ошибка заключается в том, что хотя секущая плоскость направлена вдоль спиц, но они заштрихованы.

Судя по этому изображению, шкив воспринимается как массивная деталь, а спицы — как диск; контуры обода и ступицы не выявляются На изображении слева с надписью *правильно* они ясно видны. На изображении с надписью *неправильно* (рис. 11.19, *б*) ошибки в том, что спица заштрихована, а одна из них спроецирована искаженной по длине. Спицу нужно было вычертить так, как это сделано на изображении с надписью *правильно*, т. е. во всю длину.

Поперечную форму спиц обычно показывают с помощью наложенного сечения (рис. 11.19, *а, б*).

Контрольные вопросы

1. В чем особенность изображения в разрезе деталей с тонкими ребрами?
2. В чем особенность изображения в разрезе спиц различных колес?
3. Какие элементы деталей, попавшие в секущую плоскость, заштриховывают?

Внутреннее устройство некоторых деталей нельзя выявить одной секущей плоскостью. В таких случаях применяют сложные разрезы при нескольких секущих плоскостях (рис. 11.20, 11.21).

Выполнение сложных разрезов. В зависимости от положения секущих плоскостей сложные разрезы подразделяются на ступенчатые и ломаные.

Ступенчатым называют сложный разрез, если секущие плоскости параллельны. На рис. 11.20 изображена плита кондуктора. Внутренние очертания п л и т ы нельзя выявить одной секущей плоскостью. Поэтому деталь мысленно рассечена тремя параллельными секущими плоскостями. Первая секущая плоскость выявляет формы цилиндрических отверстий, вторая — призматического отверстия и третья — прорези. Все три секущие плоскости совмещаются в плоскости чертежа, образуя ступенчатый разрез (рис. 11.20).

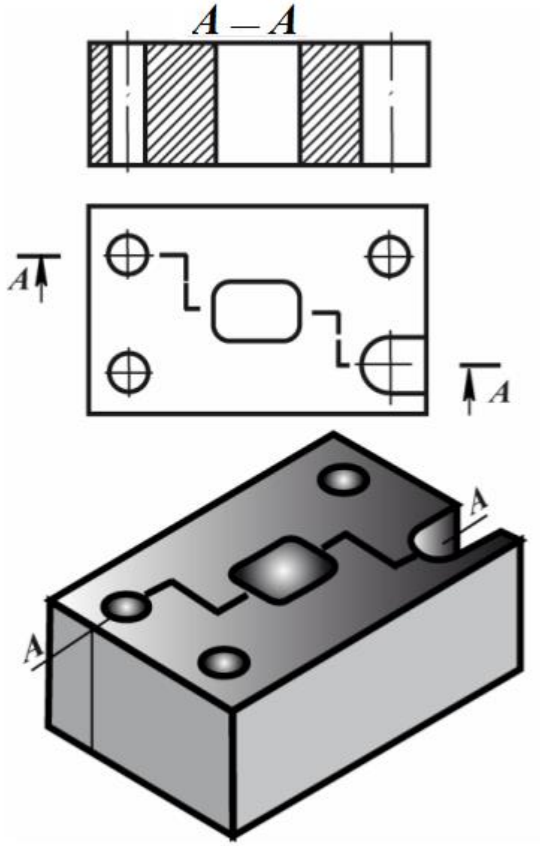


Рис. 11.20 Сложный разрез (ступенчатый)

Ломаным называют сложный разрез, если секущие плоскости пересекаются. Для выявления формы прорези, отверстий и углубления в детали, изображенной на рис. 11.21, необходимы две пересекающиеся секущие плоскости. При построении ломаных разрезов наклонную секущую плоскость условно поворачивают до совмещения с другой секущей плоскостью. В данном примере наклонная плоскость совмещена с вертикальной. При повороте плоскости наклонная часть детали изобразится на разрезе без искажения, т. е. в натуральную величину (рис. 11.21, *а).* Без поворота плоскости разрез проецируется, как показано на рис. 11.21, *б* и деталь представляется в искаженном виде.

Обозначение сложных разрезов. Положение секущих плоскостей при сложных разрезах всегда отмечают разомкнутой линией со штрихами: начальным, конечным и в местах перегибов (см. рис. 11.20 и 11.21). На начальном и конечном штрихах ставят стрелки, указывающие направление взгляда, и наносят одну и ту же прописную букву русского алфавита. Над разрезом делают надпись по типу А–А (только двумя буквами). Тип линии для обозначения положения секущих плоскостей, форму стрелок и буквы выбирают так же, как и для простых разрезов и сечений. При сложных разрезах разомкнутая линия имеет перегибы.

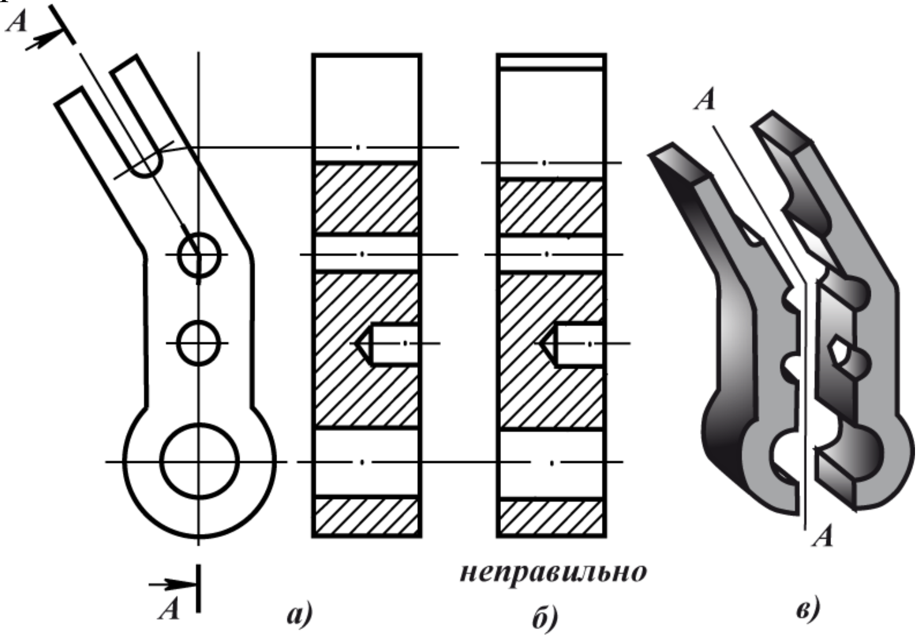


Рис. 11.21. Сложный разрез (ломаный)

Контрольные вопросы

1. Чем отличается сложный разрез от простого?

2. Когда применяют сложные разрезы?
3. Как подразделяются сложные разрезы в зависимости от положения секущих плоскостей?
4. Как обозначают сложные разрезы?
5. Всегда ли сложные разрезы надо обозначать?

СЕЧЕНИЯ

В предыдущих разделах речь шла об изображениях, называемых видами и разрезами. Однако форма многих деталей с достаточной полнотой не выявляется видами-изображениями обращенной к наблюдателю видимой поверхности предмета, поэтому пользуются и такими изображениями, как сечения.

Форму ручки плоскогубцев (рис. 11.22) нельзя определить по чертежу, содержащему лишь виды. Для выявления поперечной формы ручки, которая изогнута, необходимо применить сечения.

Сечением называют изображение фигуры, получающейся при мысленном рассечении предмета одной или несколькими плоскостями (см. рис. 11.23). На сечении показывают только то, что находится в секущей плоскости.

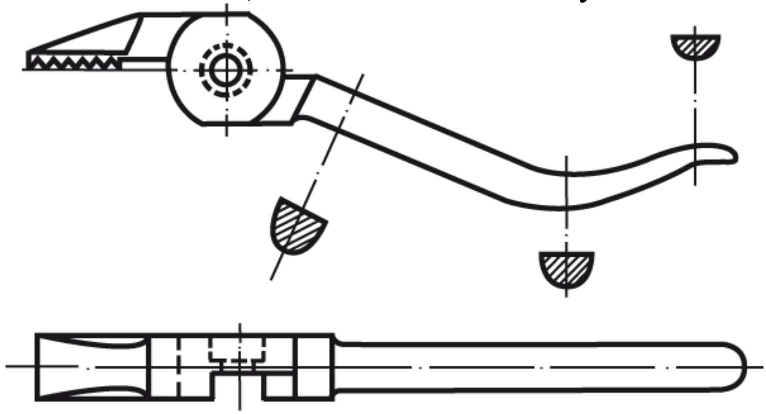


Рис. 11.22. Деталь, для выявления формы которой необходимы сечения

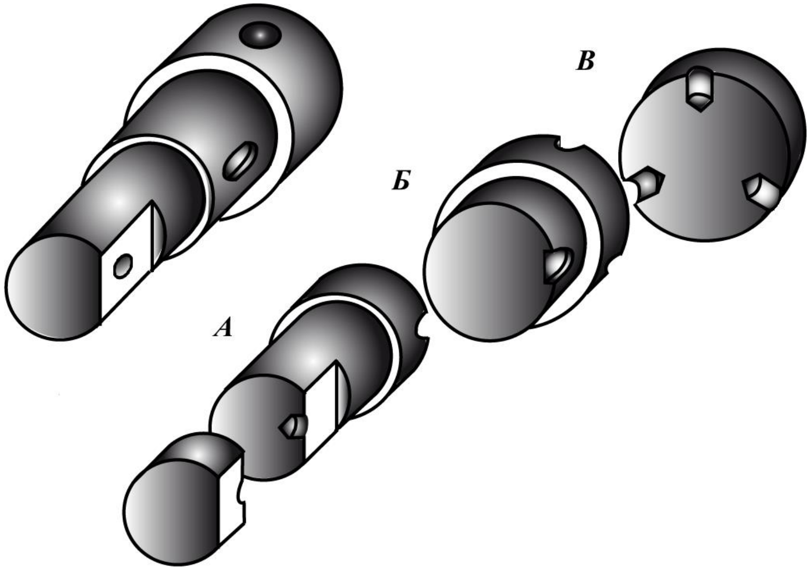


Рис. 11.23. Выявление формы предмета с помощью секущих плоскостей

Секущей плоскостью называют вспомогательную плоскость, которой мысленно рассекают деталь. Сечения применяют в основном, чтобы показать поперечную форму предмета.

Построение сечений. Чтобы выявить поперечную форму вала (рис. 11.23, *а*) мысленно рассекают тремя секущими плоскостями А, Б и В. Образуются плоские фигуры (рис. 11.23, *б*): на первой выявлена форма детали в том месте, где снята лыска и просверлено глухое отверстие; на второй видны поперечная форма и размеры шпоночной канавки; на третьей – расположение и глубина трех отверстий. Построив на чертеже эти фигуры, получают сечения (рис. 11.24).

На сечениях показано лишь то, что находится в самой секущей плоскости, а то, что расположено за секущей плоскостью, не показывают. Фигуру сечения на чертеже выделяют штриховкой для того, чтобы отличить на детали мысленно образованные поверхности от существующих. Штриховку наносят тонкими линиями. Наклонные параллельные линии штриховки проводят пол углом 45° к линиям рамки чертежа. Расстояние между линиями должно быть 1 – 10 мм (для металла) и одинаковым для всех сечений одной детали на данном чертеже. Наклон штриховки допускается как влево, так и вправо. По расположению сечения делятся на вынесенные и наложенные.

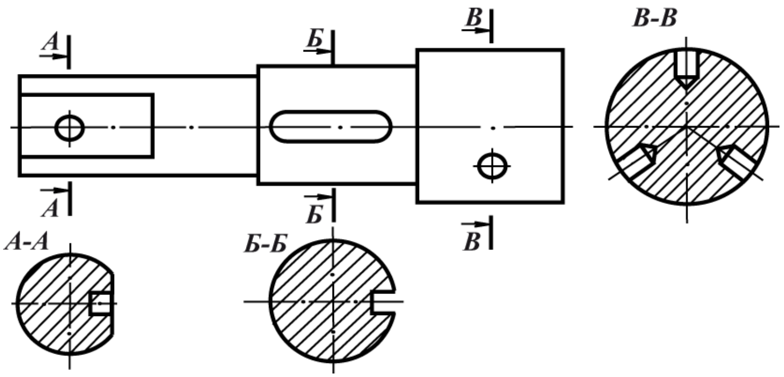


Рис. 11.24. Чертеж с сечением

Вынесенными называют сечения, расположенные вне контура изображения детали (см. рис. 11.24). **Наложенными** называют сечения, расположенные непосредственно на видах чертежа (рис. 11.25)

Контур вынесенного сечения обводят сплошной толстой основной линией такой же толщины (*s*), как и линия, выбранная для обводки видимого контура изображения.

Контур наложенного сечения обводят сплошной тонкой линией (*s*/2 до *s*/3). Если сечение закрывает контурные линии вида, то их не прерывают. Вынесенное сечение допускается располагать на любом месте поля чертежа. Оно может быть помещено непосредственно на продолжении линии сечения (рис. 11.25, *а)* или в стороне от этой линии, в частности на месте, предназначенном для одного из видов (рис. 11.25, *а, б*), а также в разрыве между частями вида (рис. 11.25, *г*).

Вынесенным сечениям следует отдавать предпочтение перед наложенными, так как последние затемняют виды чертежа и неудобны для нанесения размеров.

Обозначение сечений. Чтобы определить, в каком месте деталь имеет форму, показанную на сечении, место, где оно находится, обозначают место расположения секущей плоскости.

Положение секущей плоскости указывают на чертеже линией сечения. Если сечение симметричное, то оси симметрии наложенного или вынесенного сечения указывают штрихпунктирной тонкой линией без обозначения буквами и стрелками, и линию сечения не проводят (рис. 11.25, *а* и 11.26, *б*). Во всех остальных случаях для обозначения линии сечения применяют разомкнутую линию, начальный и конечный штрихи которой не должны пересекать контур соответствующего изображения.

Для несимметричных сечений, расположенных в разрыве вида (см. рис. 11.26, *д*) или наложенных (см. рис. 11.26, *е*), линию сечения проводят со стрелками, но буквами не обозначают.

Если сечение изображено в разрыве между частями одного и того же изделия, линию сечения не проводят (см. рис. 11.25).

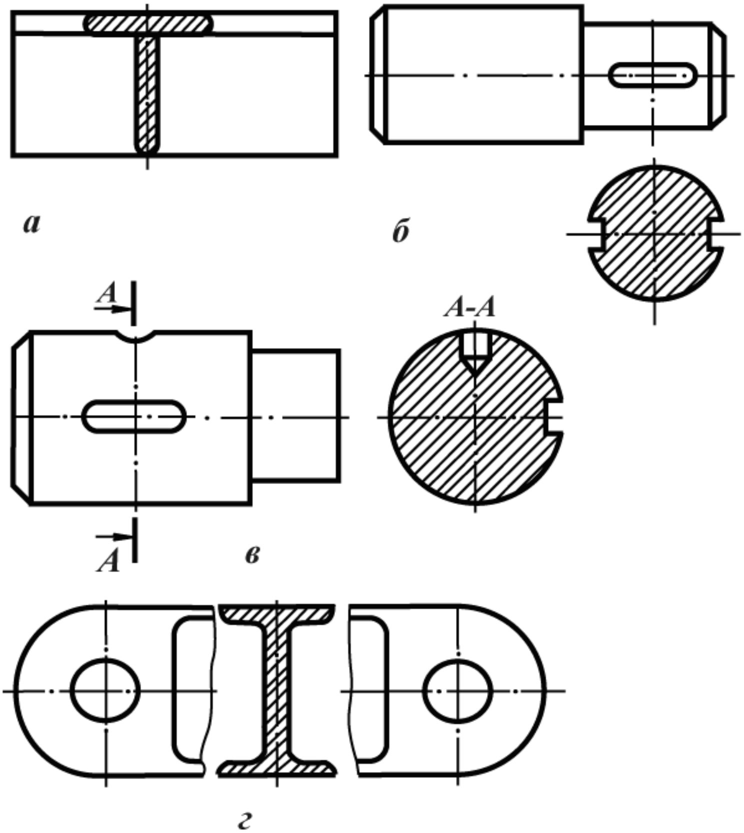


Рис. 11.25. Расположение сечений

Для нескольких одинаковых сечений, относящихся к одному предмету, линию сечения обозначают одной и той же буквой и вычерчивают одно сечение (см. рис. 11.27).

Правила выполнения сечений. Сечение по построению и расположению должно соответствовать направлению, указанному стрелками (см. рис. 11.25, *в* и 11.26, *а*). На рис. 11.26 показано, как происходит совмещение фигуры сечения с плоскостью чертежа. Поэтому на рис. 11.25 шпоночная канавка, расположенная на детали спереди, показана на сечении справа. Так же совмещено с плоскостью чертежа сечение на рис. 11.26. Почему на сечении А - А (см. рис. 11.26) шпоночная канавка расположена сверху, а на сечении Б - Б — снизу?

Допускается поворачивать сечение относительно линии сечения. В этом случае после обозначения добавляют слово *«повернуто»* (см. рис. 11.26, *в*).

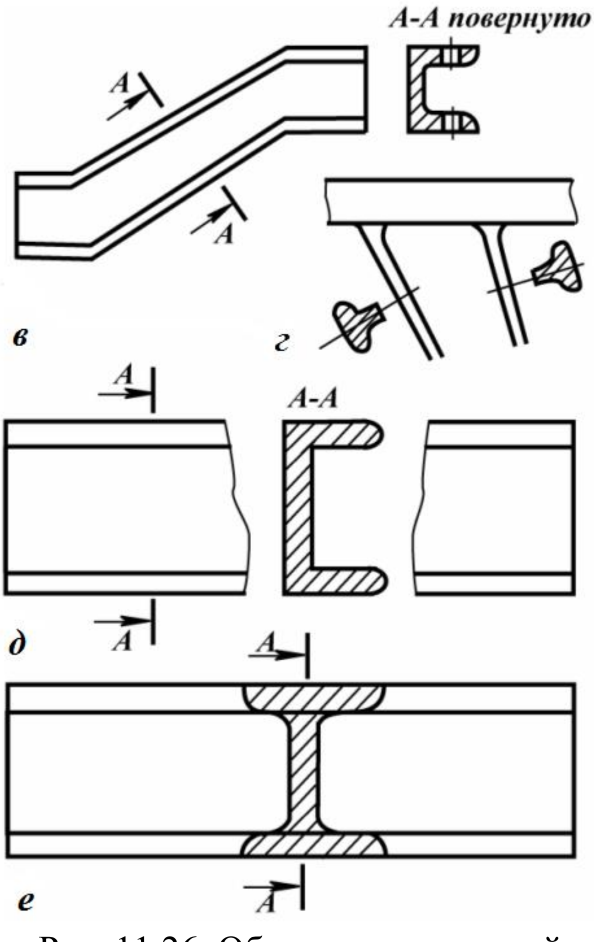


Рис. 11.26. Обозначение сечений

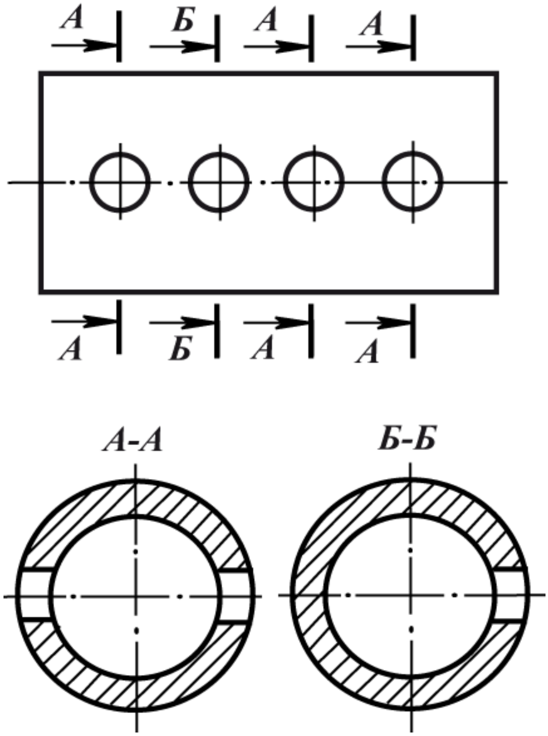


Рис. 11.27. Оформление нескольких одинаковых сечений

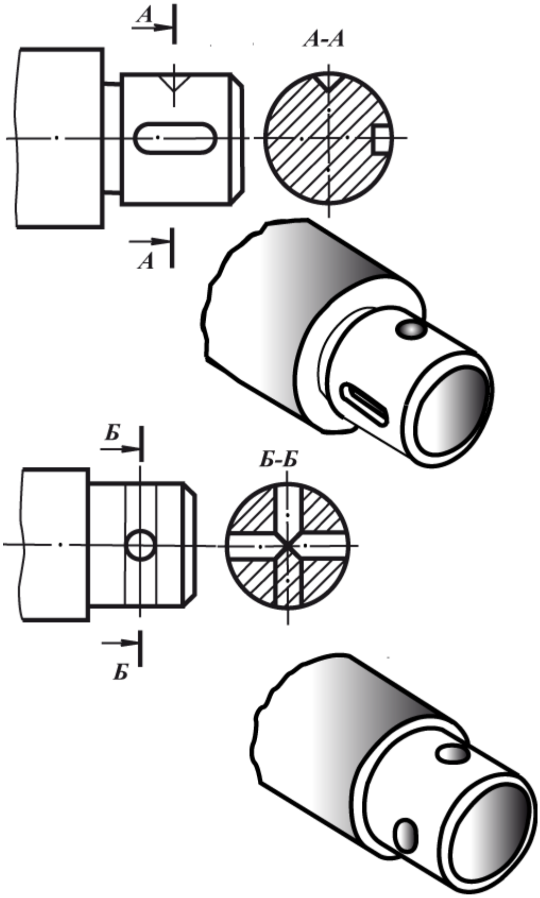


Рис. 11.28. Выполнение сечений в случае, если контур отверстия или углубления показан полностью

Если секущая плоскость проходит через ось поверхности вращения, ограничивающей отверстие или углубление, то контур отверстия или углубления в сечении показывают полностью (рис. 11.27). Надо заметить, что это относится к углублениям цилиндрической, конической и шарообразной формы и не распространяется на другие сечения, например сечения шпоночной канавки.

Для деталей, подобных изображенной на рис. 11.28, секущие плоскости располагают под прямым углом к изображаемым элементам и получают нормальные сечения, которые правильно передают форму предмета. На сечениях обычно наносят размери, указывают шероховатость поверхностей и т.п. Например, на сечении валика (рис. 11.29) показана ширина та глубина шпоночной канавки, предельные отклонения размеров, шероховатость поверхностей.

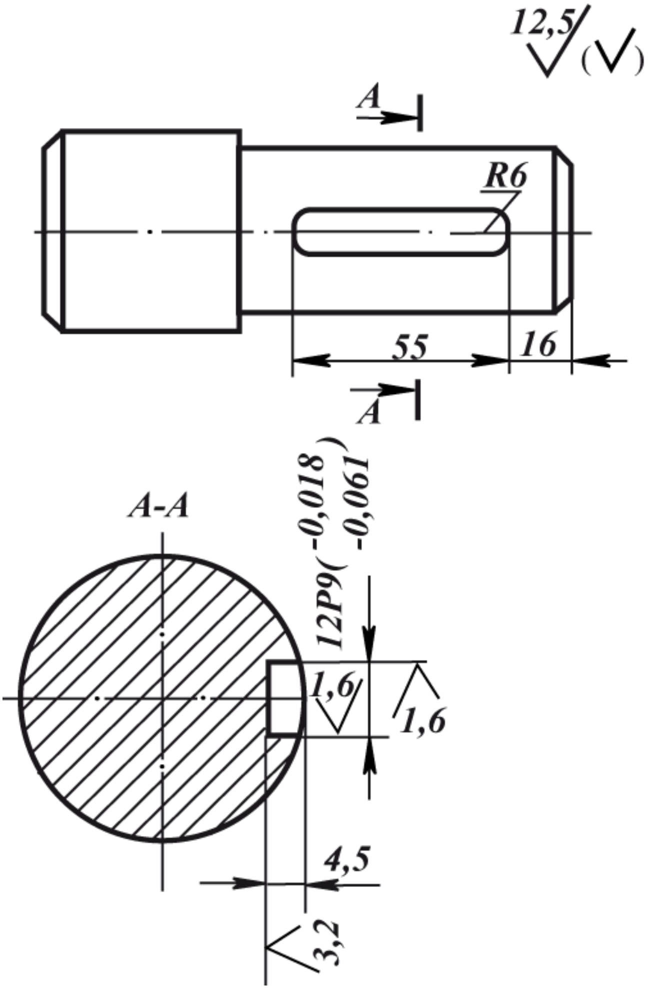


Рис. 11.29. Пример нанесения размеров на сечении (закрытый паз)

Сечение по строению и расположению должно соответствовать направлению, обозначенному стрелками. Если секущая плоскость проходит через некруглое отверстие и сечение получается состоящим из отдельных самостоятельных частей, то следует применять разрезы.

Контрольные вопросы

1. Какое изображение называют сечением?
2. Для чего применяют сечения?
3. Как подразделяются сечения в зависимости от их расположения на чертеже?
4. Линиями какой толщины обводят контур наложенного и вынесенного сечения?
5. Как и для чего штрихуют сечения?
6. Показывают ли в сечении то, что расположено за секущей плоскостью?
7. В каких случаях сечение сопровождают надписью? Какие буквы используют для этого?
8. Как изображают линию сечения? Каково начертание разомкнутой линии?
9. Как показывают в сечении контур отверстия, если секущая плоскость проходит через ось тела вращения?
10. Как обозначают несколько одинаковых сечений, относящихся к одной детали?
11. Где по отношению к обозначению сечения пишут слово «повернуто» при выполнении сечения с поворотом?

12. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О НАНЕСЕНИИ РАЗМЕРОВ, ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ И ШЕРОХОВАТОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Определить величину изображенной детали можно только по размерным числам. Их наносят над размерными линиями как можно ближе к их середине (рис. 12.1). Размерные линии ограничивают стрелками, которые острием касаются выносных линий, линий контура (см. размер Ø90 на рис. 12.8) или осевых линий (см. размер Ø 50 на рис. 12.8, *а*).

Размерную линию проводят параллельно отрезку, размер которого указывают, по возможности, вне контура изображения. Расстояние между параллельными размерными линиями и от размерной линии до контура изображения должно составлять от 6 до 10 мм.

Нельзя допускать, чтобы размерные линии пересекались с выносными или являлись продолжением линий контура, осевых, центровых и выносных. Запрещается использовать линии контура, осевые, центровые и выносные в качестве размерных.

Размерные линии нельзя пересекать выносными, поэтому меньший размер наносят ближе к изображению, а больший дальше (размеры 20 и 35 и размер 115 на рис. 12.1).

Форма стрелки показана на рис. 12.2. Величины элементов стрелок размерных линий выбирают в зависимости от толщины линий видимого контура. Размер стрелок следует выдерживать приблизительно одинаковым на всем чертеже.

Каждый размер на чертеже указывают только один раз.

Размерные числа линейных размеров наносят в соответствии с положением размерных линий, как показано на рис. 12.3.

Если размерная линия вертикальная, то размерное число пишут и читают справа (рис. 12.3, *а*). На наклонных размерных линиях числа пишут так, чтобы они оказались в нормальном для чтения положении, если дать размерной линии «упасть» в горизонтальное положение, как это указано стрелками на рис. 12.3 *б, в*.

Линейные размеры на чертежах указывают в миллиметрах без обозначения единиц измерения (см. размеры 20, 35, *R*10 и др. на рис. 12.1).

Угловые размеры наносят, как показано на рис. 12.1. Их указывают в градусах (º), минутах (') и секундах("), проставляя единицы измерения, например, размер 40º 12' на рис. 12.4. Размерную линию при этом проводят в виде дуги окружности с центром в вершине угла.

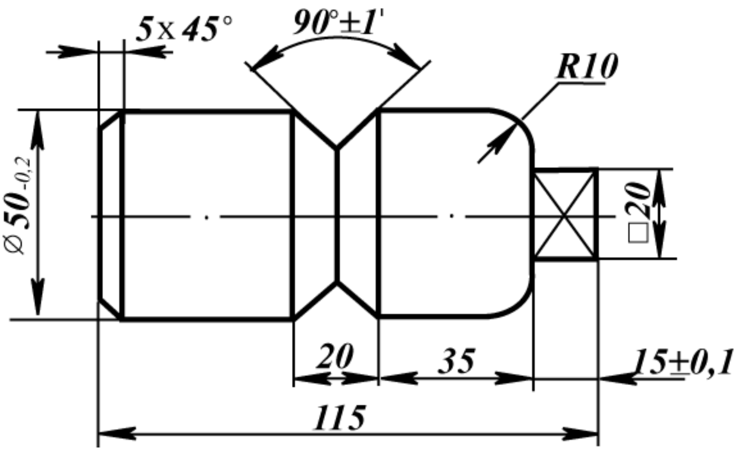


Рис. 12.1. Пример нанесения размеров

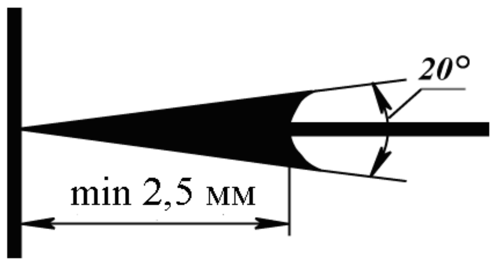


Рис. 12.2. Форма и размеры размерной стрелки

Проставляя размеры на чертеже, необходимо учитывать:

1) размеры каждого элемента детали должны быть заданы не только геометрически полно, но и с учетом требований разметки, обработки, контроля;

2) наносить размеры на чертеже надо так, чтобы они были однозначно понятны исполнителю;

3) необходимо согласовывать размеры детали с соответствующими размерами сопрягаемых деталей;

4) размеры следует проставлять от размерных баз (см. рис. 12.1), которые выбираются с учетом конструктивных и технологических требований;

5) общее число размеров на чертеже должно быть минимальным, но достаточным для изготовления и контроля

изделий;

6) размеры, не подлежащие контролю и указываемые для большего удобства пользователя, называются справочными и на чертеже отмечаются знаком «*», а в технических требованиях записывают «Размеры для справок» (к справочным относят один из размеров замкнутой размерной цепи (рис. 12.11, *б*).

Для обозначения диаметра перед размерным числом во всех случаях наносят знак Ø — окружность, перечеркнутую наклонной линией. Применение этого знака приведено на рис. 12.5, а построение — на рис. 12.6, *а.*

Для обозначения радиуса перед размерным числом всегда пишут латинскую прописную букву *R* (см. рис. 12.1 и 12.5, *в*). Размерную линию радиуса ограничивают стрелкой с одной стороны (со стороны дуги).

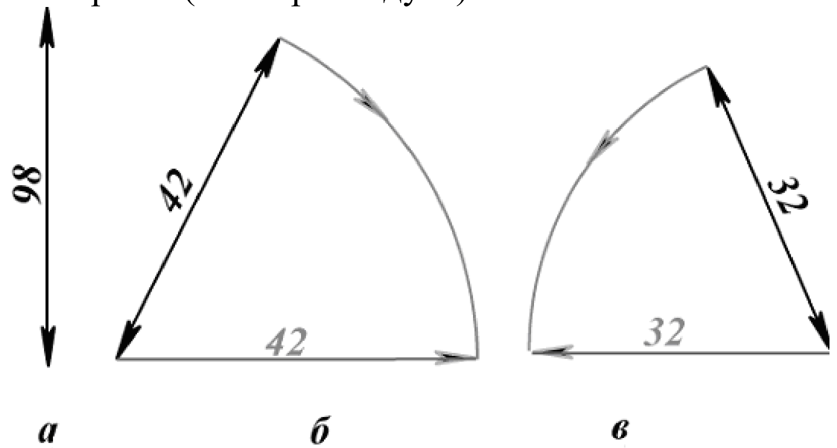
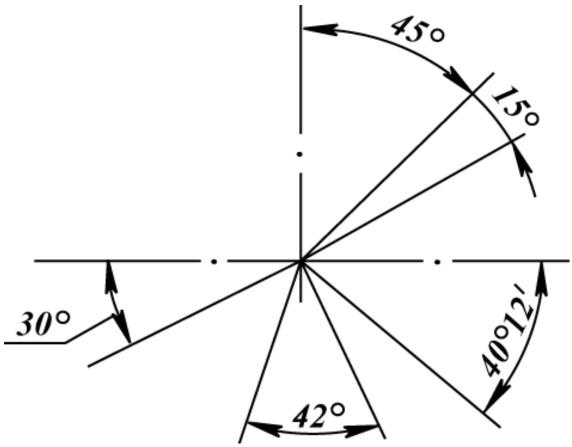
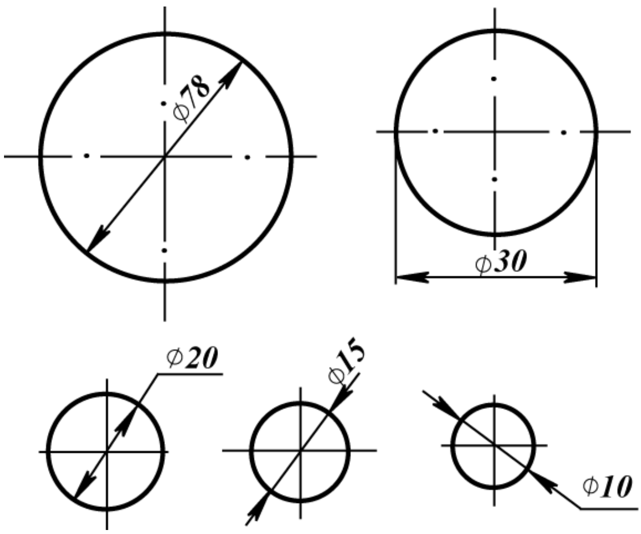


Рис. 12.3. Нанесение размерных чисел при различных положениях размерных линий



а



б

Рис. 12.4. Нанесение размеров: *а* – углов, *б* – окружностей

Многие детали имеют фаски — небольшие конические поверхности (рис. 12.7). Если фаска снята под углом 45º, то ее размер записывают условной надписью, первое число которой указывает высоту фаски, а второе — величину угла, например: *5* х *45*º (см. рис. 12.1 и рис. 12.7). Если фаска имеет угол, отличный от 45°, ее размер указывают по общим правилам, т. е. так, как приведено на рис. 12.7, *б*.

Если деталь имеет несколько одинаковых отверстий, то рекомендуется нанести размер одного из них, а число отверстий указать перед размерным числом, например, 4 *отв.* Ø16 (рис. 12.8).

Размеры толщины или длины детали, представленной одним видом, можно наносить, как показано на рис. 12.8.

Перед числом, указывающим толщину детали, ставят букву *s* (рис. 12.8), а перед числом, обозначающим длину детали, – букву ***l*** (рис. 12.8).

Если для написания размерного числа внутри окружности нет места, то его выносят за пределы окружности и наносят одним из способов, показанных на рис. 12.9. Аналогично поступают при нанесении размеров радиусов и прямолинейных отрезков.

Чтобы не допустить ошибки при чтении размеров, нужно следить за тем, где оканчивается размерная линия, относящаяся к числу, которое вы указываете.

Обратите внимание, как записаны размерные числа 15 ± 0,1 и Ø $50_{-0,2}$ на рис. 12.1. Что означают такие записи? Так наносят предельные отклонения от данного размера. Числа ± 0,1; –0,2 показывают, какую неточность по отношению к основному (номинальному) размеру можно допустить при изготовлении детали. Например, размер с предельными отклонениями $40^{+0,1}_{-0,2}$ надо понимать так: назначенный основной (номинальный) размер равен 40 мм: допускается изготовление детали на 0,1 мм больше или на 0,2 мм меньше размера 40 мм; следовательно, для определения наибольшего предельного размера нужно к 40 прибавить 0,1, а для подсчета наименьшего предельного размера нужно из 40 вычесть 0,2. Таким образом, предельные размеры подсчитывают так:

40 + 0,1 = 40,1 мм (наибольший); 40 – 0,2 = 39,8 мм (наименьший).

Все детали, действительный размер которых от 39,8 мм до 40,1 мм, годные.

Размеры квадратных элементов указывают со знаком, начертание которого показано на рис. 12.6. Плоские поверхности квадратного выступа или отверстия отмечают тонкими пересекающимися линиями (см. рис. 12.1).

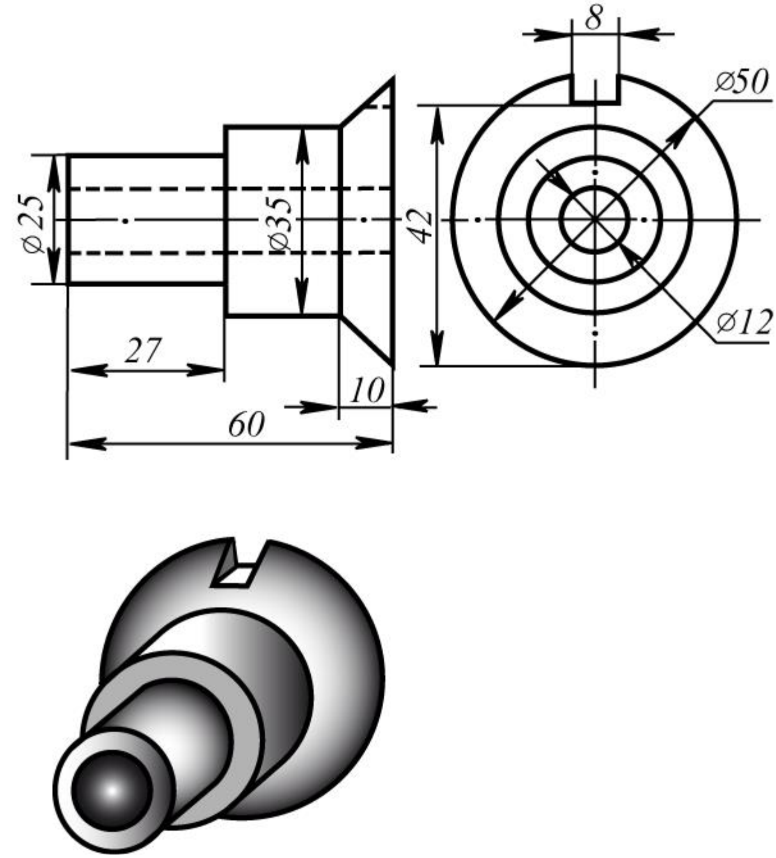


Рис. 12.5. Применение знака диаметра

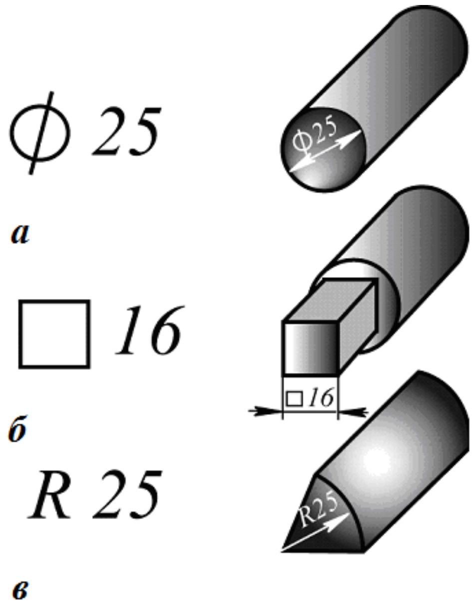


Рис. 12.6. Знаки, проставляемые перед размерными числами

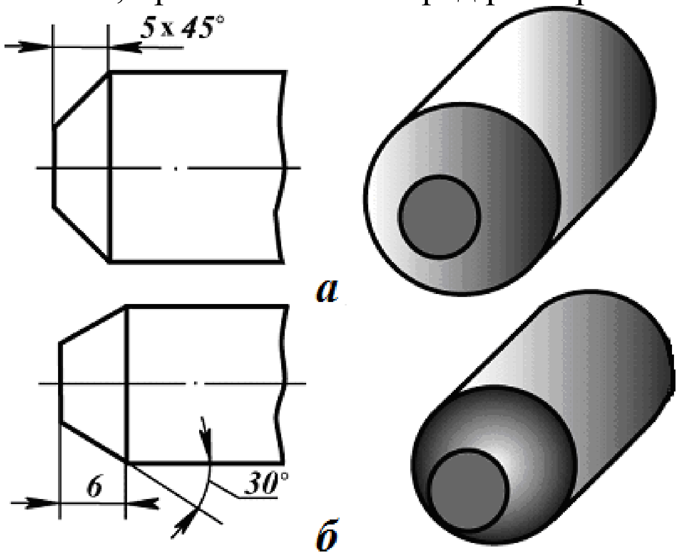


Рис. 12.7. Нанесение размеров фасок

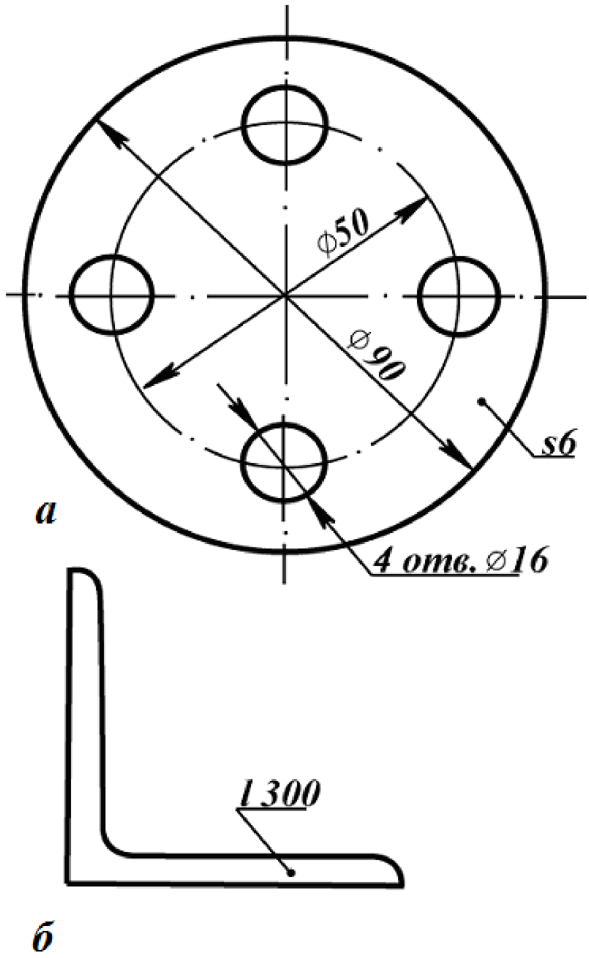


Рис. 12.8. Нанесение размеров при изображении детали в одной проекции: *а* – толщины S, *б* – длины l

Если нанесено только одно предельное отклонение, например, Ø $50^{+0,05}$, то второе отклонение равно нулю (на чертежах отклонения, равные нулю, не наносят). Наибольший предельный размер в этом случае будет

50 + 0,05 = 50,05 мм,

наименьший — 50 мм.

Для размера $50_{-0,03}$ предельные размеры соответственно будут: 50 мм и 50 – 0,03 = 49,97 мм.

На рис. 12.10 показано, как надо располагать числовые значения предельных отклонений по отношению к номинальному размеру. Высота цифр, указывающих предельные отклонения, обычно меньше высоты цифр номинального размера (рис. 12.10, *а, б, в).* Если величина положительного и отрицательного отклонений одинакова, справа от номинального размера наносят лишь одно число со знаками ±, при этом высота цифр, указывающих отклонения, должна быть такой же, как и высота цифр, указывающих номинальный размер (рис. 12.10).

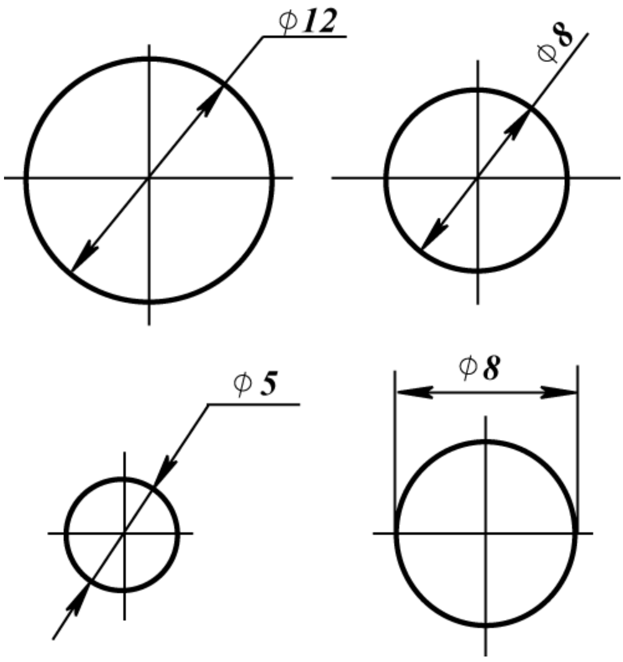


Рис. 12.9. Нанесение размеров при недостатке места

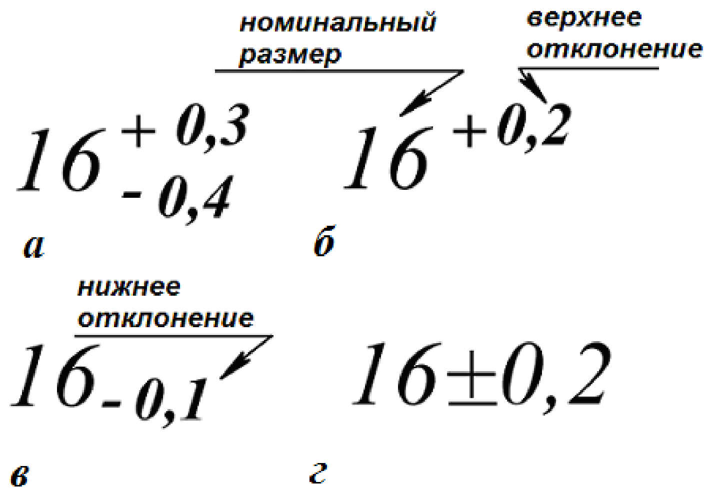


Рис. 12.10. Расположение числовых значений предельных отклонений относительно числа номинального размера

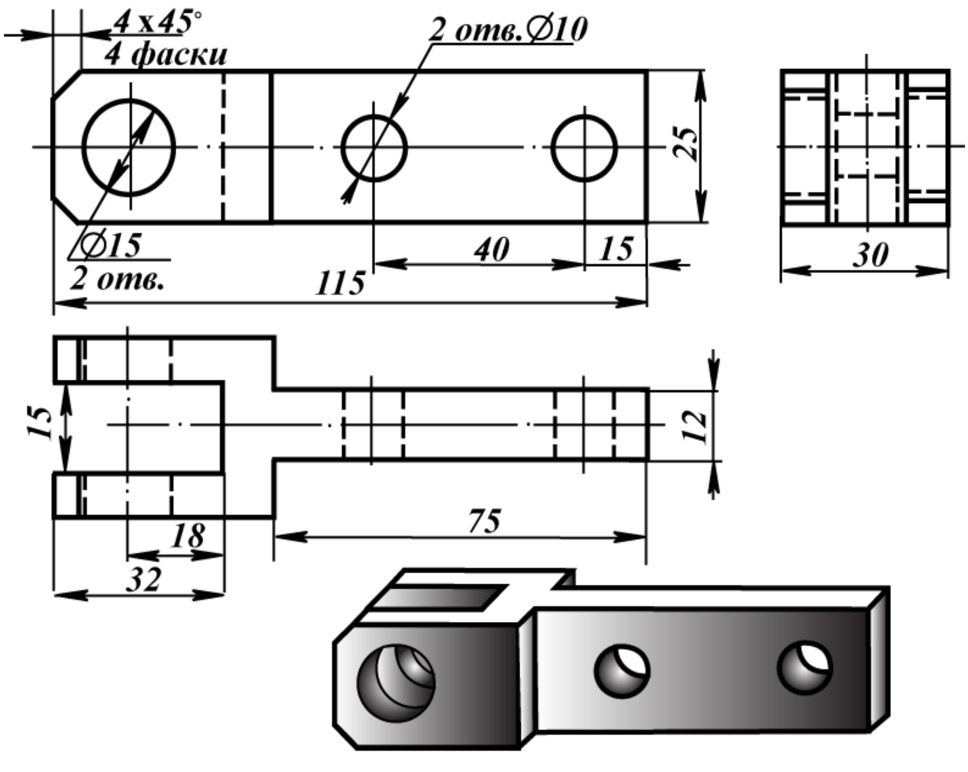


Рис. 12.11, *а*. Примеры простановки размеров

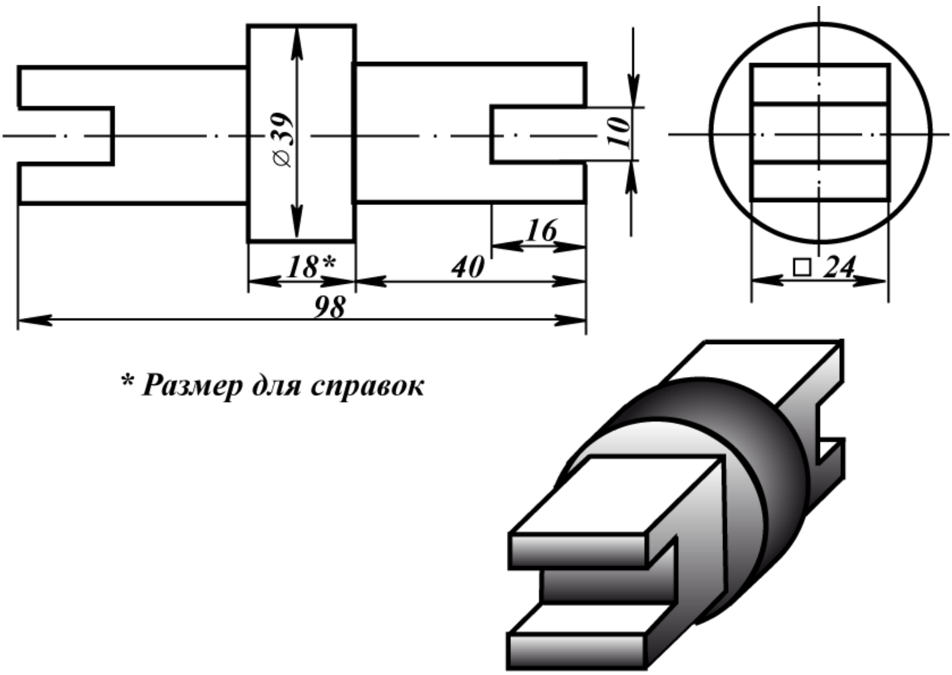


Рис. 12.11, *б*. Примеры простановки размеров

Контрольные вопросы

1. На основании чего судят о размерах детали, изображенной на чертеже?

2. В каких единицах выражают линейные размеры на машиностроительных чертежах (если единица измерения не обозначена)?

3. Как по отношению к размерной линии располагают размерное число?

4. Какое расстояние оставляют между контуром изображения и размерной линией? Между параллельными размерными линиями?

5. Как понимать знак Ø, поставленный перед размерным числом?

6. Что означает знак *R*, нанесенный перед размерным числом?

7. С какой стороны следует читать размерное число, проставленное у вертикальной размерной линии?

8. Как проверить правильность нанесения размерных чисел на наклонных размерных линиях?

9. Как понимать надпись: 3 x 45º ?

10. Что означают числа со знаком плюс или минус, проставленные после размерного числа, например $36^{+0,2}_{-0,1}$?

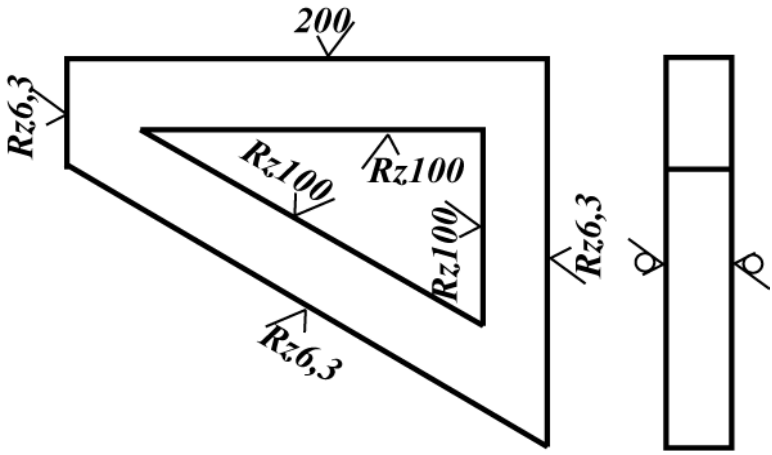


Рис. 12.12. Пример обозначения шероховатости поверхности

Рассмотрите рис. 12.12. Что означают имеющиеся на нем обозначения: 

,  ? Так указывают на чертежах шероховатость поверхностей.

Таблица 12.1 – Шероховатость поверхностей

№ поддиапазона (класс шероховатости)	*Ra*	*Rz*	Базовая длина, мм	*№ поддиапазона (класс шероховатости)*	*Ra*	*Rz*	Базовая длина, мм
	100	1000 800 630 500 400		8	0.63 0.50 0.40	3,2 2.5 2.0	0,8
1	80 63 50	320 250 200	8.0	9	0.32 0.25 0.20	1.60 1.25 1.00	0,25
2	40 32 25	160 125 100		10	0.160 0.125 0.100	0.80 0.63 0.50	
3	20 16 12.5	80 63 50		11	0.080 0.063 0.050	0.40 0.32 0.25	
4	10 8,0 6,3	40 32 25.0	2.5	12	0.040 0.032 0.025	0.20 0.160 0.125	
5	2.5 4.0 3.2	10.0 16.0 12.5		13	0. 020 0.016 0.012	0. 100 0.080 0.063	0,08
6	2.5 2.0 1.6	10,0 8.0	0.8	14	0.040 0.032 0.025	0.20 0.160 0.125	
7	1.25 1.00 0.80	6.3 5.0 4.0					

Примечание:

Классы шероховатости поверхности допускалось применять до 1980 г. при использовании ранее выпущенной документации.

Что такое шероховатость поверхности? На любой поверхности заметны неровности, полученные в результате обработки. Совокупность неровностей и называется **шероховатостью поверхности**.

Для оценки шероховатости пользуются различными показателями. Остановимся на двух основных: *Ra* и *Rz,* указывающих высотные параметры шероховатости; *Ra* — среднее арифметическое высоты всех неровностей профиля поверхности; *Rz* — среднее арифметическое высоты десяти наибольших неровностей.

Классификацию шероховатости поверхности производят по числовым значениям параметров *Ra* и *Rz* при нормированных базовых длинах в соответствии с табл. 12.1.

Правила нанесения обозначения шероховатости поверхностей на чертежах установлены государственным стандартом. Структура обозначения шероховатости поверхности показана на рис. 12.13. Когда в обозначении указывают лишь значения параметра шероховатости *(Ra* или *Rz),* полку знака не вводят.

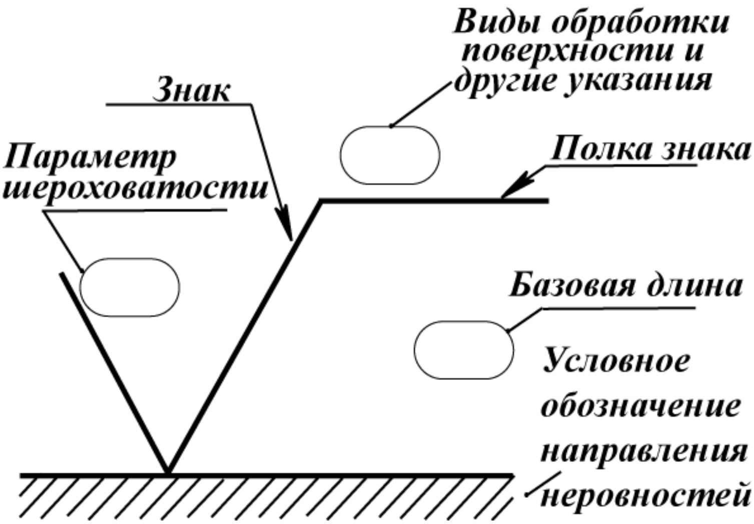


Рис. 12.13. Структура обозначения шероховатости поверхности

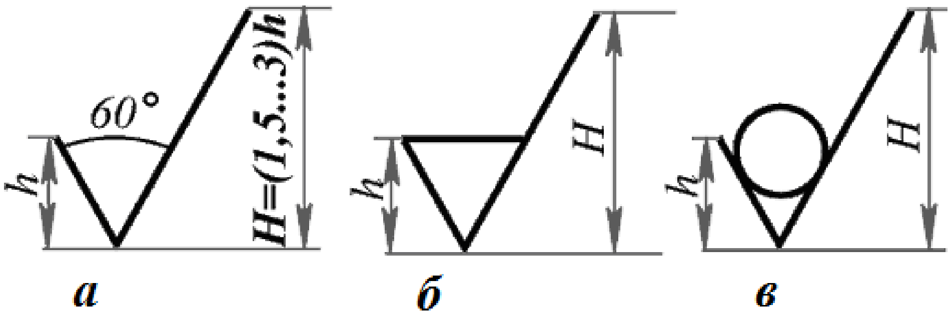


Рис. 12.14. Форма и размеры знаков обозначения шероховатости поверхностей

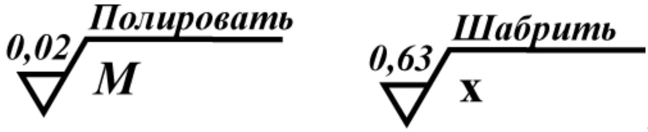
Для обозначения шероховатости поверхностей применяют знаки, приведенные на рис. 12.14. Для обозначения шероховатости поверхности, вид обработки которой не устанавливается, применяют знак  (рис. 12.14, *а*). Для обозначения поверхности, которая должна быть образована удалением слоя материала, применяют знак  (рис. 12.14, *б*). Для обозначения поверхности, которая должна быть образована без удаления слоя материала или сохранена в состоянии поставки, применяют знак  (рис. 12.14, *в*).

Высота *h* знаков , ,  должна быть приблизительно равна высоте цифр размерных чисел. Высота *H* берется в 1,5 – 3 раза больше *h* (см. рис. 12.14). Толщина линий знаков должна быть примерно равна половине толщины основной линии.

Значение параметра шероховатости *Ra* или *Rz* проставляют над знаком; для параметра *Ra* – без символа, для параметра *Rz* – после символа (после буквенного обозначения), например, *Rz* 50.

Если базовая длина соответствует значению параметра по государственному стандарту, то в обозначении шероховатости ее не указывают.

Способ обработки поверхности указывают только в тех случаях, когда он является единственным способом, применимым для получения требуемой шероховатости (рис. 12.15). От вида обработки детали зависит направление неровностей на ее поверхности. Символ М указывает на произвольное направление неровностей, а символ x означает, что неровности имеют разные направления и перекрещиваются. Например,



.

Направления неровностей, предусмотренные стандартом, на чертежах не указывают. Знаки обозначения шероховатости должны острием касаться обрабатываемой поверхности и быть направлены к ней со стороны обработки (рис. 12.16).

Чтобы не ошибиться в обозначении шероховатости при различном расположении поверхностей, можно руководствоваться правилами для нанесения размерных чисел. При указании шероховатости поверхности, изображенной на чертеже вертикальной линией, обозначение читают справа (рис. 12.16). Если линия наклонна, то обозначение наносят так, чтобы оно оказалось в нормальном для чтения положении, когда линия «упадет» в горизонтальное положение (рис. 12.16).

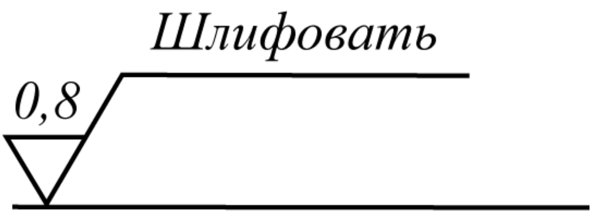


Рис. 12.15. Пример обозначения шероховатости при единственном способе обработки

Примеры расположения знаков даны для справок на рис. 12.16. Если все поверхности детали имеют одинаковую шероховатость, то обозначение выносят в правый верхний угол чертежа (рис. 12.17), располагая его на расстоянии 5 – 10 мм от рамки.

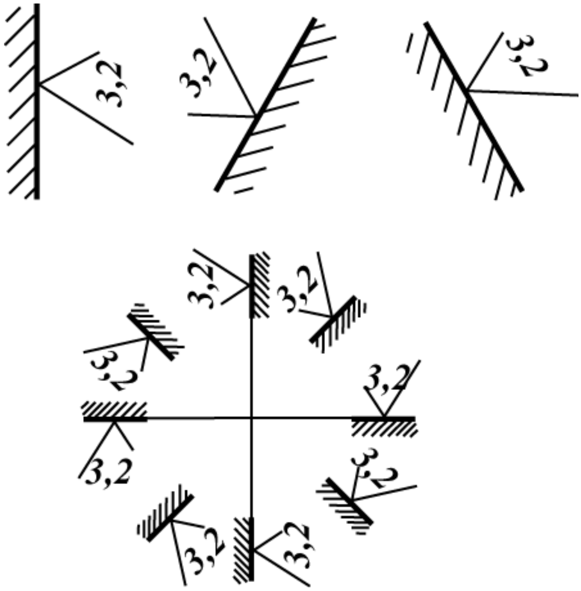


Рис. 12.16. Обозначение шероховатости при различном положении поверхностей

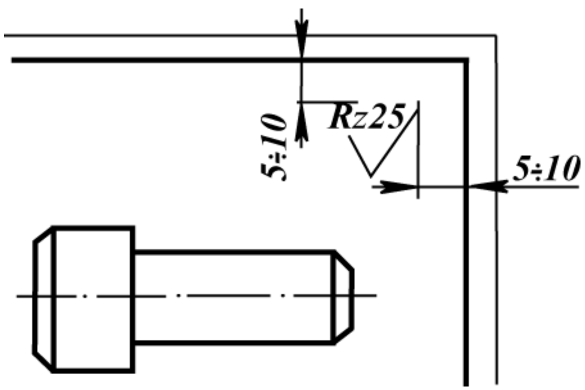


Рис. 12.17 Обозначение шероховатости, когда все поверхности должны иметь одинаковую шероховатость

Если одинаковой должна быть шероховатость части поверхностей, то в правом верхнем углу чертежа помещают обозначение этой шероховатости и рядом знак √, взятый в скобки (рис. 12.18).

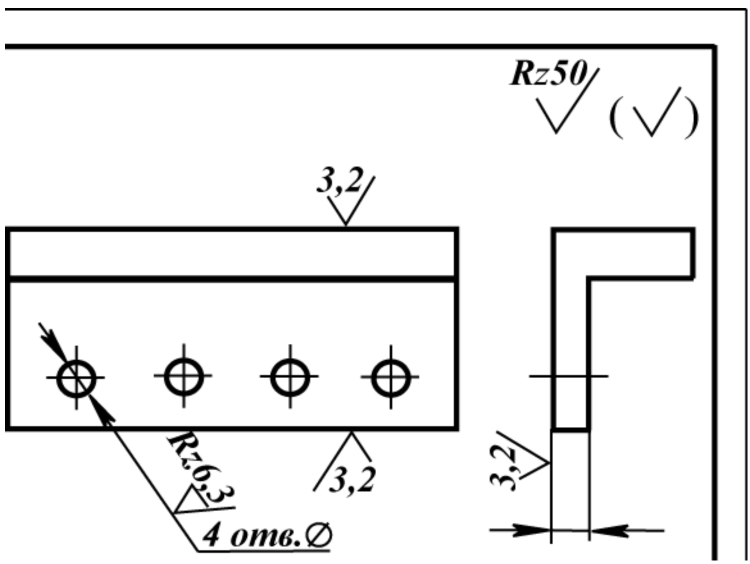


Рис. 12.18. Изображение шероховатости поверхностей, когда часть поверхности должна иметь одинаковую шероховатость

Это означает, что все поверхности, на которых на изображениях не нанесены обозначения шероховатости или знак , должны иметь шероховатость, указанную перед скобкой.

Размеры знака, взятого в скобки, должны быть одинаковыми с размерами знаков, нанесенных на изображениях. Размеры и толщину линий знака перед скобкой берут примерно в 1,5 раза больше (см. рис. 12.18).

Если часть поверхностей сохраняется в состоянии поставки, то в правом верхнем углу чертежа перед обозначением (√) помещают знак (рис. 12.19).

Обозначение шероховатости поверхности на изображении детали располагают на линиях контура, выносных линиях (по возможности ближе к размерной линии) или на полках (см. рис. 12.18). Шероховатость поверхностей повторяющихся элементов деталей (отверстий, пазов и т. п.) наносят на чертеже один раз (см. рис. 12.18).

Шероховатость поверхностей, характеризуемая параметрами от *Rz* 40 до *Rz* 320, получают черновым точением, опиливанием драчевым напильником (№ 1 и № 0) и т. п. Шероховатость поверхностей, которая соответствует параметрам от *Rz* 10 до *Rz* 40 и от *Ra* 1,25 до *Ra* 2,5, образуется в результате чистового точения, опиливания личным напильником (№ 2) и т. п. Шероховатость поверхностей, характеризуемая параметрами от *Ra* 1,25 до *Ra* 0,16, достигают шлифованием и полированием. Более высокие значения параметров шероховатости получают хонингованием и другими способами.

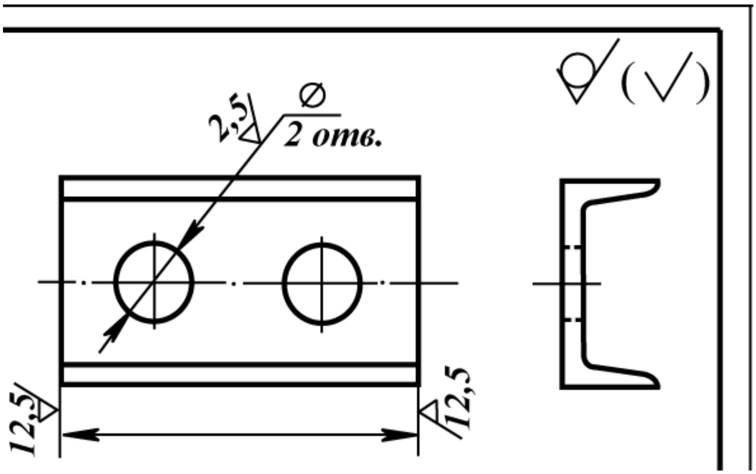


Рис. 12.19. Пример обозначения шероховатости поверхностей, когда все поверхности, кроме указанных, остаются в состоянии поставки

Рекомендации относительно выбора шероховатости поверхностей

В разных областях промышленности при выборе и назначении параметров шероховатости пользуются нормативами, полученными на основе изучения производства и эксплуатации машин. При этом необходимо учитывать, каким методом и на каком оборудовании будет получена та или другая поверхность, ее функциональное назначение и взаимосвязь с поверхностями других деталей.

Поверхности деталей машин и механизмов можно условно разделить на свободные и те, что соединяются. Свободные поверхности одной детали не соприкасаются с поверхностями других деталей. Свободные поверхности деталей получают в процессе изготовления заготовки и они, обычно, не подвергаются механической обработке. Если свободные поверхности деталей и подвергаются дополнительной механической обработке, то их шероховатость довольно велика.

Поверхности деталей, которые соединяются, находятся в постоянном контакте с поверхностями других деталей. Соединение деталей машин и механизмов может быть подвижным, что обеспечивает свободу перемещения одной детали относительно другой, и неподвижным.

Поверхности деталей, которые контактируют между собой, как правило, подвергаются механической обработке.

При выполнении рабочих чертежей деталей для определения параметров шероховатости нужно руководствоваться такими рекомендациями:

• Шероховатость поверхностей трущихся деталей должна быть тем меньше, чем выше скорость их относительного перемещения, больше взаимное давление и чем меньше зазоры между ними.

• В неподвижных соединениях, где необходима высокая надежность соединения, рекомендуется малая шероховатость поверхностей.

• Для деталей, которые работают со знакопеременными нагрузками, необходимо задавать малую шероховатость.

По условиям обработки получить качественную поверхность отверстий сложнее, чем поверхность валов. Поэтому на чертежах шероховатость поверхности отверстий следует указывать большую, чем шероховатость поверхностей валов.

При выборе величины шероховатости должны быть учтены физико-механические характеристики материала и твердость поверхности детали. Чем большая твердость, тем меньшую шершавость можно получить.

В таблице 12.2 приведенные образцовые значения шероховатости поверхностей типовых машиностроительных деталей.

Таблица 12.2 – Значения шероховатости поверхностей типовых деталей.

Параметры шершавости, *Ra*, мкм	Характеристика поверхности	Типичные поверхности машиностроительных деталей, которые отвечают данной шершавости	Способы обработки поверхностей
1	**2**	**3**	**4**
80-40	Заметные следы обработки	Нерабочие поверхности литейных деталей Поверхности деталей, которые образуются после резания на прессах и ножницах Поверхности деталей, которые образуются на бетонных, кирпичных и деревянных основах	Обрубка, зачистка, предварительное обтачивание, строгание
40-20		Поверхности литейных деталей после зачистки абразивным кругом Основы станин, стояков, кронштейнов, поддонов Поверхности под сварные швы Свободные несопряженные поверхности неответственных деталей	
20-10		Опорные поверхности станин, корпусов, лап Опорные поверхности фланцев вентилей, задвижек, и т.п., что устанавливаются с помощью прокладок Болты нормальной точности Отверстия для прохода грубых винтов, болтов Поверхности выточек, проточек, фасок, галтелей, канавок Нерабочие поверхности торцов валов, втулок, венцов, планок и др. Поверхности прилегания головок болтов, винтов, и др. Неопорные поверхности клиновых шпонок	Предварительное и чистовое обтачивание, строгание и чистовое точение Зенкерование, сверление., фрезерование

10-5	Малозаметные следы обработки	Поверхности отверстий для прохода болтов, винтов, булавок, заклёпок и т.п. диаметром до 15 мм Поверхности болтов и гаек повышенной точности, винтов, штифтов Торцы валов, втулок, болтов, гаек, штифтов, грубых ручек, маховиков Торцы корпусов, кронштейнов, фланцев и крышек, которые устанавливаются на прокладках Поверхности профилей внешней и внутренней резьбы крепежных деталей неответственного назначения Нерабочие поверхности зубчатых колес Нерабочие поверхности осей, валов, сальниковых втулок, ступиц, муфт Нерабочие поверхности деталей приборов	Чистовое обтачивание и торцевое точение. Строгание и чистовое точение Зенкерование, сверление, фрезерование. Литье под давлением
5-2,5	Малозаметные следы обработки	Нерабочие поверхности шпинделей, штоков нажимных втулок, сальниковых втулок насосов, задвижек, вентилей, кранов и т.п. Посадочные поверхности шкивов, зубчатых колес, муфт тихоходных машин Нерабочие поверхности зубчатых колес Поверхности кронштейнов, втулок, поводков, колец, крышек и т.п., прилегающих к другим поверхностям, но не являющихся должностными Внутренние поверхности юбки поршня Поверхности выступающих частей деталей, которые быстро вращаются (концы и фланцы валов, шпинделей, и т.п.) Поверхности, к которым предъявляются довольно высокие требования относительно внешнего вида Поверхности муфт, ступиц, сальников, которые не смыкаются с другими деталями Поверхности профилей внешней и внутренней более точной резьбы Поверхности валиков коробок передач	Чистовое обтачивание и торцевое точение. Строгание и чистовое точение Зенкерование, сверление, фрезерование. Литье под давлением

,5-1,25	Малозаметные следы обработки	Плоскости корпусов и крышек, которые соединяются без прокладок (стыки не подвергают испытанию на чрезмерное давление) Рабочие поверхности шпонок и шпоночных пазов Нецентрующие поверхности шпоночных валов и втулок Поверхности винтов (шпинделей) задвижок и вентилей в уплотнениях Отверстия в корпусах под подшипники катания Посадочные поверхности на валах Поверхности трения подшипников скольжения и валов для них Внешние несопряженные поверхности деталей, к внешнему виду которых предъявляют высокие требования Поверхности, которые являются опорой для ступиц зубчатых колес Посадочные поверхности для шкивов, зубчатых колес и муфт Метрические и трубные резьбы, полученные нарезанием резьбы Посадочные поверхности шестерен Винтовые поверхности ходовых и грузовых винтов и гаек 4-го и 3-го классов точности Поверхность резьбы нормальной точности Некасательные поверхности зубчатых колес Опорные поверхности рельсов Рабочие поверхности зубчатых колес невысокой точности Торцевые поверхности, которые служат опорой для ступиц зубчатых колес Внешняя поверхность зубчатого венца Внутренняя поверхность корпусов под подшипники качения Торцы деталей, которые прилегают к кольцам шарикоподшипников Поверхности трения в передачах клиновыми и плоскими ремнями Рабочие поверхности зубьев звездочек для приводных цепей Базовые поверхности	Тонкое точение, растачивание, фрезерование. Торцевое точение. Чистовое шлифование. Грубое протягивание. Прокат
1,25-0,63	Невидимые глазом	Поверхности трения малонагруженных деталей Поверхности гнезд под шарикоподшипники Поверхности сферических опор Рабочие поверхности зубчатых колес	Тонкое шлифование, растачивание, среднее притирание,

		нормальной точности Поверхности, которые соединяются, корпусов и пробок кранов, клапанов и их седел Поверхности трения плунжеров, золотников, цилиндров, поршней, поршневых колец, штоков и валов в уплотнениях Посадочные поверхности отверстий и валов под недвижимые посадки Винтовые поверхности 3-го и 2-го классов точности	
0,63-0,32		Поверхности трения нагруженных деталей Поверхности гнезд под вкладыши коленчатого вала Поверхности валов под подшипники катания Соединительные поверхности бронзовых зубчатых колес Поверхности скольжения соединенных деталей, которые редко перемещаются	
0,32-0,16	Высокая степень очистки (блестящая поверхность)	Поверхности трения очень нагруженных деталей Поверхности скольжения деталей, по которым перемещаются подвижные детали (направляющие станин станков, вкладышей подшипников скольжения) Рабочие поверхности центровых отверстий Поверхности цилиндров, которые работают с поршневыми кольцами Внешняя поверхность днища поршня Отверстия поршневых бобышек под палец Поверхности валов под подшипники качения Боковые поверхности направляющих Поверхности рукояток, ободов, маховиков, штурвалов, ручек, стрежней, кнопок Поверхности валов под подшипники качения	
0,16-0,08	Высокая степень очистки (блестящая поверхность)	Поверхности, от износа которых зависит точность работы механизмов Рабочие поверхности шеек коленчатых и распределительных валов быстроходных двигателей Внешняя поверхность юбки поршня Поверхности наиболее ответственных осей и валов повышенной точности	Обтачивание роликом, внутреннее шлифование, шлифование-притирание

0, 080 – 0,040	Высокая степень очистки (блестящая	Внешние поверхности поршневых пальцев и колец Поверхность зеркала цилиндрической гильзы Внутренние поверхности цилиндров поршневых машин Шарики подшипников Внешние поверхности поршневых пальцев и колец Поверхности трения фрикционов	Тонкое притирание, шлифование-обработка (суперфиниширование), шлифование-притирание (хонингование)
0,040 – 0,020	Высшая степень очистки (зеркальная поверхность)	Рабочие поверхности деталей измерительных приборов в подвижных соединениях средней точности Поверхности скольжения прецизионных пар, которые работают под высоким давлением Шарики и ролики скоростных ответственных передач	
0,020 – 0,010		Рабочие поверхности деталей подвижных соединений измерительных приборов высокой точности Измерительные поверхности приборов и калибров высокой точности (1-го, 2-го и 3-го классов)	Тонкое притирание
0,010 – 0,008	Высшая степень очистки	Поверхности только лишь важных, наиболее точных измерительных приборов Рабочие поверхности измерительных приборов наиболее высокой точности Рабочие поверхности измерительных плиток	Тонкое притирание
Примечание. Таблица 12.2 не охватывает всего разнообразия деталей. Для поверхностей деталей, которые отличаются от указанных в таблице, но выполняют подобные функции, шероховатость необходимо назначать по аналогии. При выборе и назначении шероховатости поверхности необходимо учитывать возможность достижения заданного значения шероховатости и стоимость обработки (экономичность). Лишнее уменьшение высоты неровностей усложняет и удорожает изготовление деталей.			

На рис. 12.20 – 12.26 приведены значения параметров и показаны способы обозначения шероховатости для некоторых поверхностей типовых машиностроительных деталей.

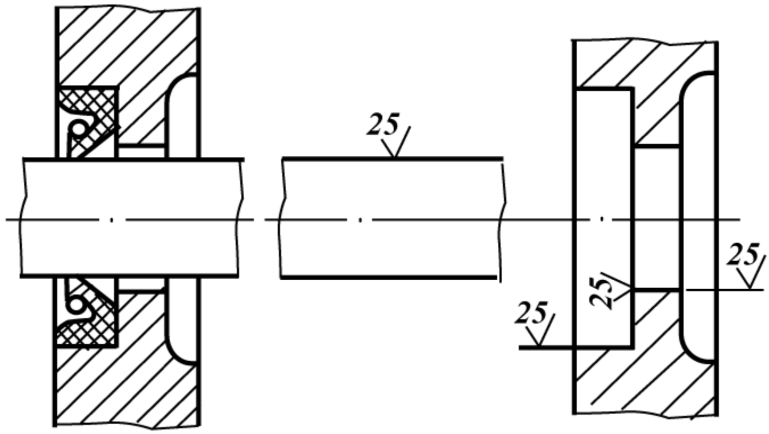


Рис. 12.20. Поверхности под манжетные уплотнения

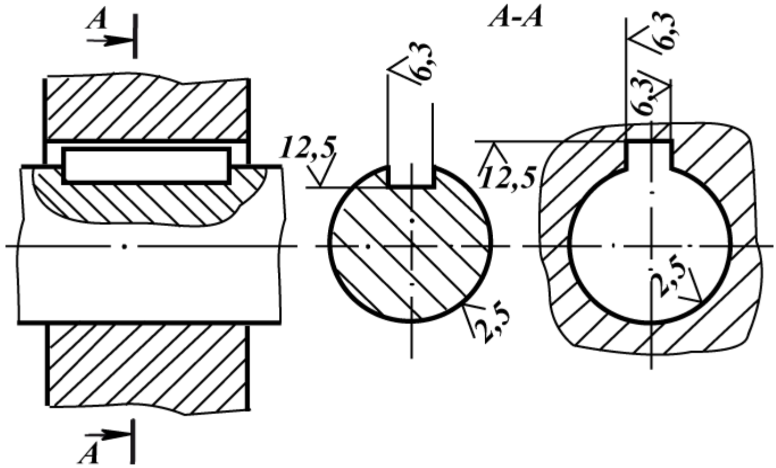


Рис. 12.21. Поверхности под призматическую шпонку

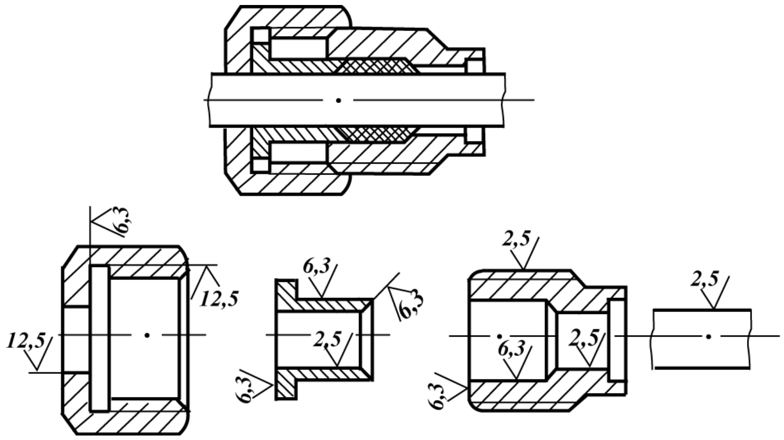


Рис. 12.22. Поверхности под сальниковые уплотнения

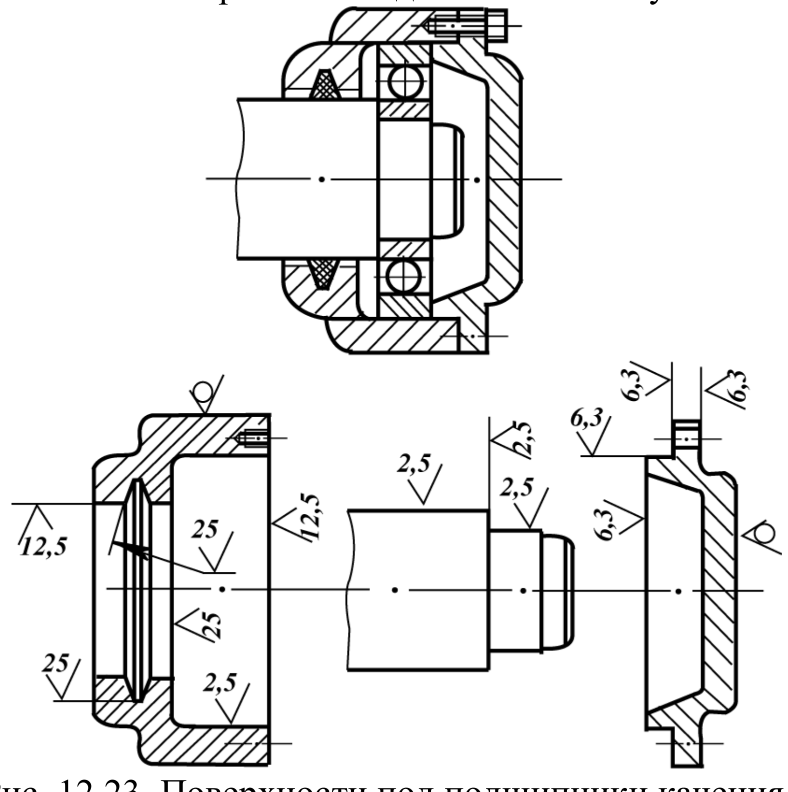


Рис. 12.23. Поверхности под подшипники качения и сальниковые уплотнения

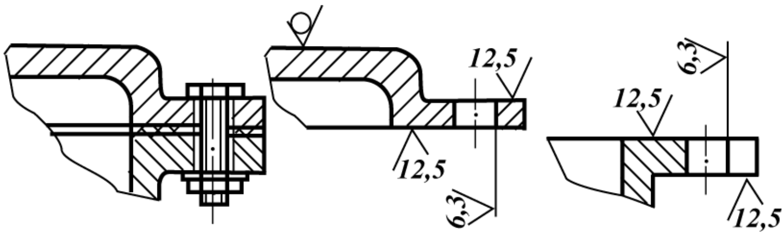


Рис. 12.24. Поверхности под уплотнительные прокладки

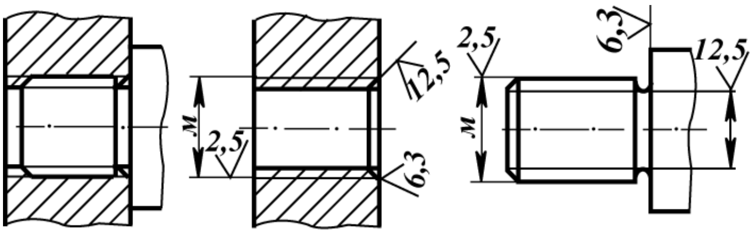


Рис. 12.25. Поверхности резьбы

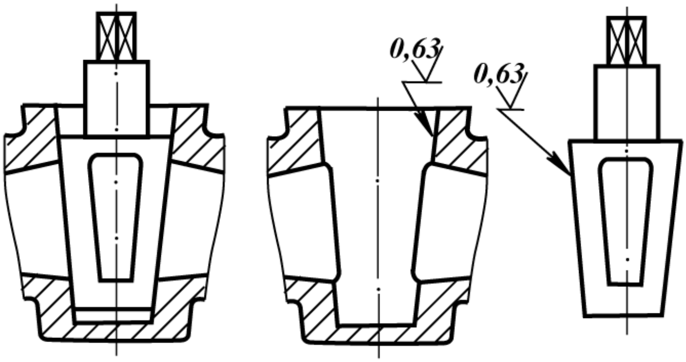


Рис. 12.26. Поверхности пробок и корпусов

Пример выбора параметров шероховатости различных поверхностей детали

На рис. 12.27 показан корпус дизельной форсунки. Отдельные его поверхности, обработанные разными способами, имеют разную шершавость.

Корпус форсунки изготовлен методом точного литья, и его поверхности, которые не соединяются в процессе работы и монтажа с поверхностями других деталей, не подвергаются дополнительной обработке. Поэтому на этих поверхностях нанесен знак .

Для фиксирования корпусов при монтаже фрезеруются две равносторонние плоскости размера ***А*** с шероховатостью *Ra* 6,3. Коническую поверхность ***Б*** входного штуцера, который служит для уплотнения трубопровода высокого давления, выполняют зенкерованием с шероховатостью *Ra* 3,2. Поверхности ***В, Г*** и ***Д*** получают токарной обработкой с шероховатостью *Ra 1,6.* Цилиндрическая поверхность Е, вдоль которой перемещается в процессе работы штанга толкателя форсунки, обрабатывается сверлением с последующим развертыванием и шероховатостью *Ra* 0,8. Торцевая поверхность ***Ж*** и прилежащая к ней торцевая поверхность корпуса распылителя служит для герметизации стыка, и потому имеет очень чистую поверхность *Ra* (0,1), полученную фрезерованием и последующим шлифованием и окончательным доведением притиранием. Все другие поверхности, получаемые разными методами обработки и снятием слоя материала, имеют шероховатость *Ra* 2,5.

При выборе и назначении параметров шероховатости использовались данные таблиц 12.1 и 12.2.

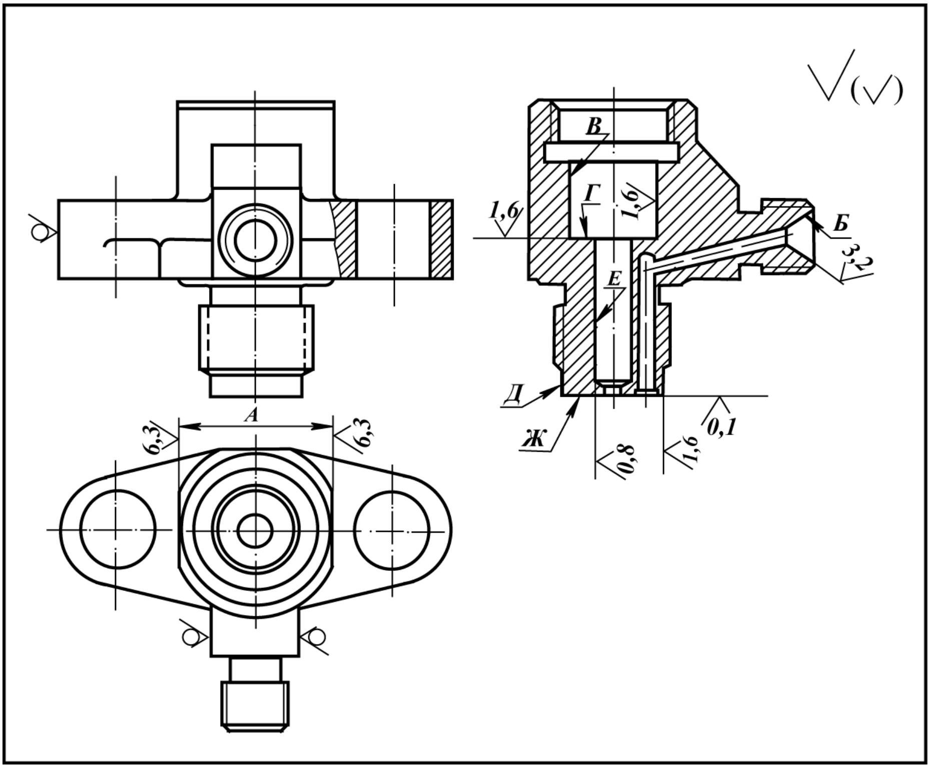


Рис. 12.27. Корпус дизельной форсунки

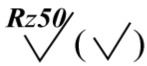
Контрольные вопросы

1. Что означает обозначение , проставленное у изображения поверхности детали?

2. Как нужно понимать знак , проставленный на чертеже

3. В каких случаях на чертеже наносят знак ?

4. К каком случае обозначение шероховатости выносят в правый верхний угол чертежа?

5. Как следует понимать надпись  в верхнем углу чертежа? Каковы размеры и толщина обводки знаков, обозначающих шероховатость поверхностей? Как по отношению к обозначаемой поверхности располагают знаки

 ?

6. Какими правилами можно воспользоваться для проверки правильности расположения обозначения шероховатости при различном наложении линий, изображающих обозначаемые поверхности?

13. ЭСКИЗИРОВАНИЕ

Для ускорения чертежных работ на практике пользуются эскизами. Эскизом называют документ временного характера, содержащий изображение детали и другие данные для ее изготовления и выполненный от руки без точного соблюдения масштаба, но с соблюдением пропорций. Эскизы служат для выражения технической идеи конструктора**.** Часто по эскизам выполняют чертежи. По содержанию к эскизу предъявляются те же требования, что и к чертежу. Различие состоит лишь в том, что эскиз выполняют без применения чертежных инструментов. На рис. 13.1, *а, б* приведены эскиз и чертеж одной и той же детали. Эскизы удобно выполнять на бумаге в клеточку мягким карандашом.

Работу по выполнению эскиза рекомендуется разделить на следующие этапы.

1. **Изучение детали.** Когда эскиз выполняют с натуры, необходимо внимательно изучить деталь. Для квалифицированного выполнения эскиза нужно знать название детали, ее назначение, положение, которое она занимает в изделии при работе, или положение на основной операции при обработке, марку материала, из которого деталь изготовляют, способ изготовления (литье, ковка и т. д.).

2. **Выбор положения детали для главного вида.** Предмет располагают относительно фронтальной плоскости проекций так, чтобы изображение на ней (главный вид) давало наиболее ясное представление о форме и размерах предмета.

Корпусные детали (кронштейны, передние и задние бабки, корпуса кранов и вентилей, трубопроводов, насосов, редукторов) на главном изображении (виде) показывают в рабочем положении, т.е. в положении, которое деталь занимает при эксплуатации. Детали, находящиеся при работе в различных положениях, вычерчивают в положении, которое преобладает в процессе изготовления. Поэтому такие детали, как валы, оси, шпиндели, шкивы, штифты и др., имеющие цилиндрическую или коническую форму и обрабатываемые на токарных станках в горизонтальном положении, изображают с горизонтально расположенной осью. На рис. 13.2 показаны положения, предпочтительные для главного изображения некоторых характерных деталей. Предмет располагают так, чтобы на чертеже большая часть его элементов изображалась как видимая.

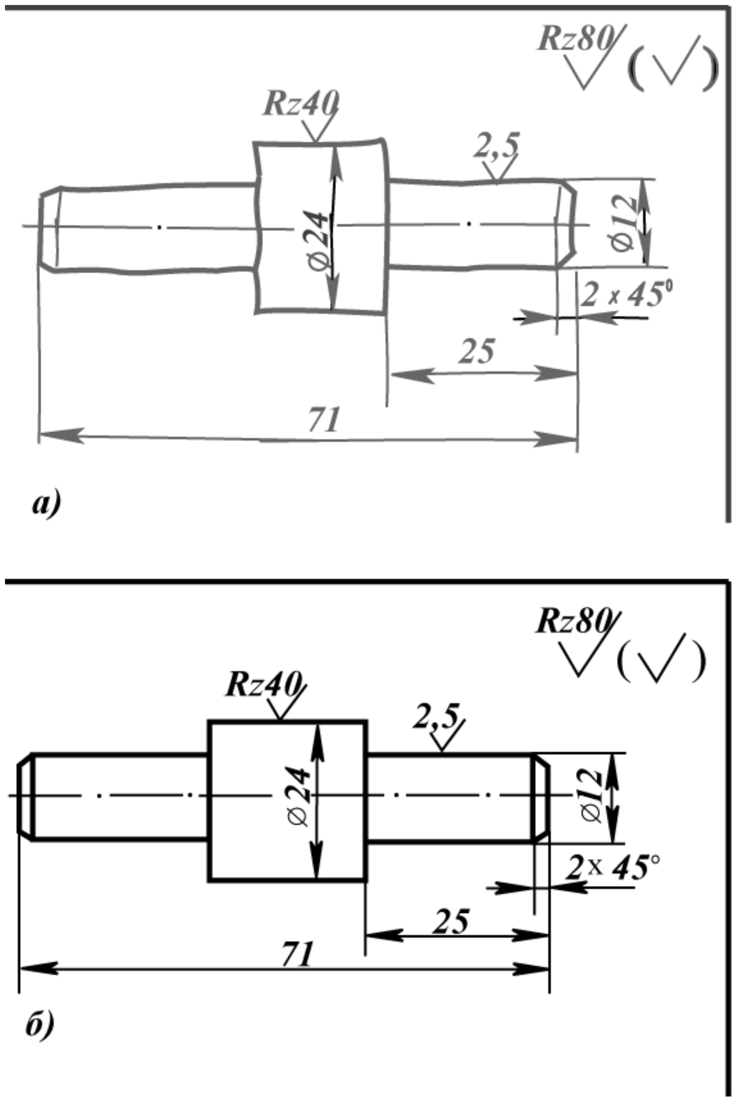


Рис. 13.1. Сравнение эскиза и чертежа: *а* – эскиз, *б* – чертеж

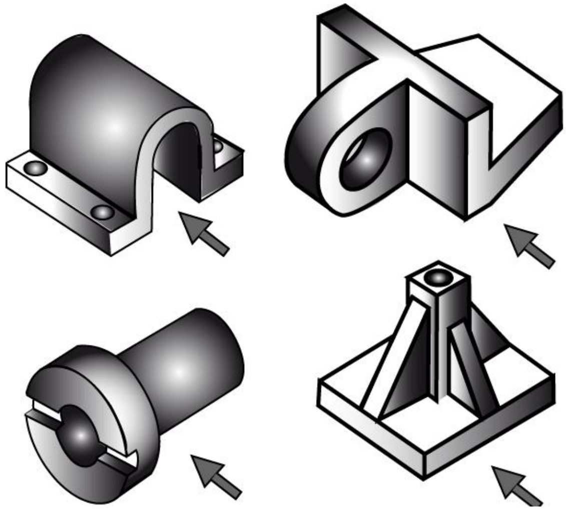


Рис. 13.2. Положение деталей, в котором их надо располагать при вычерчивании главного вида

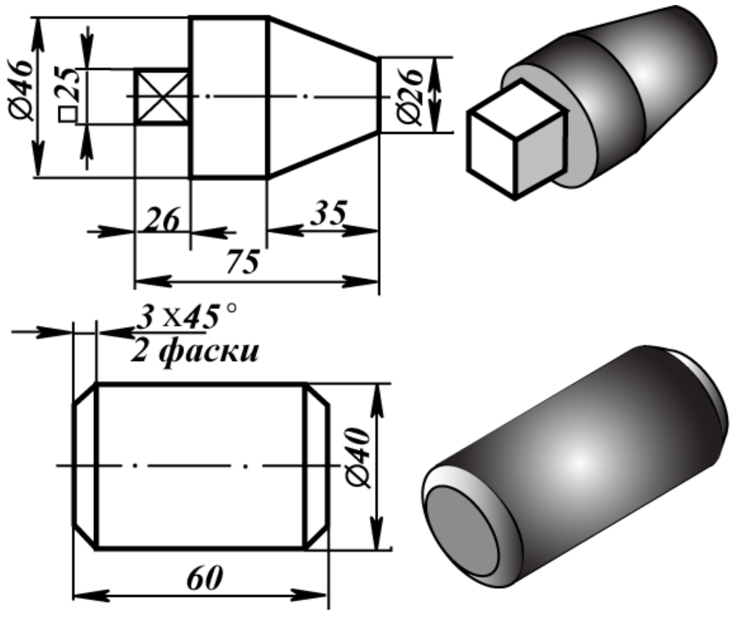


Рис. 13.3. Детали, для выявления формы которых достаточно одного вида

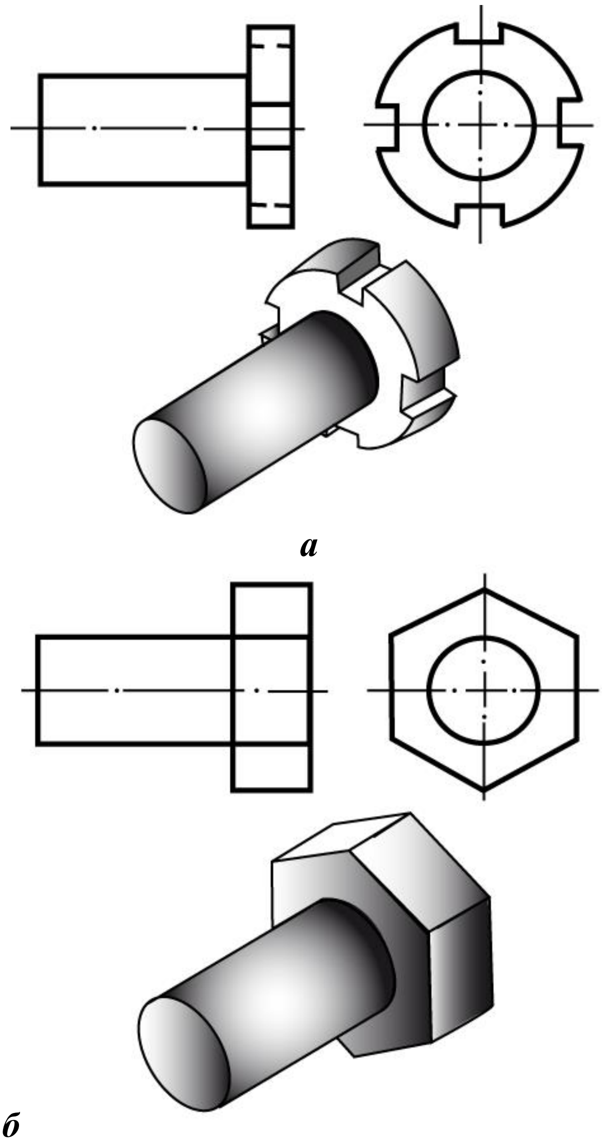


Рис. 13.4. Детали, для выявления формы которых требуется два вида

3. Определение необходимого числа изображений. Выбрав положение для главного вида, определяют необходимое число изображений, которое должно быть минимальным, но достаточным, чтобы обеспечить полное выявление формы предмета.

На рис. 13.3 приведены детали, для выявления формы которых достаточно одного вида. Чтобы стала ясна форма деталей, изображенных на рис. 13.4, необходимо два вида. Для выявления формы основания (рис. 13.5) нужно три вида.

4. Выбор формата. Планирование площади листа. Определив число изображений, выбирают масштаб и формат. Затем размечают поле чертежа: проводят осевые и центровые линии и наносят тонкими линиями ориентировочные контуры будущих изображений. Их располагают так, чтобы оставить необходимое место для нанесения размеров, шероховатости поверхностей, текстовых надписей и т. п. Поле чертежа нужно использовать рационально.

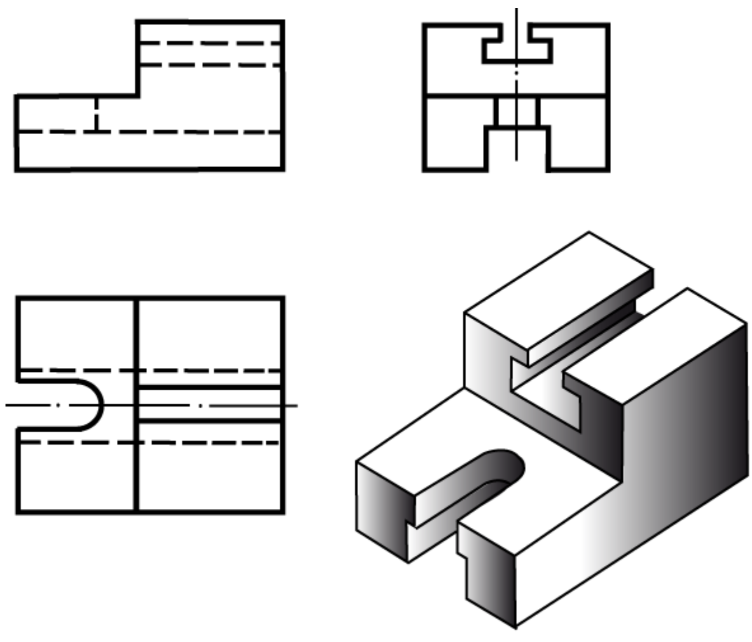


Рис. 13.5. Детали, для выявления формы которых требуется три вида

5. Зарисовка изображений. Зарисовку изображений рекомендуется выполнять в определенной последовательности. Рассмотрим пример выполнения эскиза детали «Центр токарного станка». Центр токарного станка можно мысленно расчленить на несколько симметричных тел (рис. 13.6). Было бы неверным начинать зарисовку детали с обведения ее контура. При таком подходе возможен пропуск линий. Поэтому, зарисовывая такую деталь, последовательно присоединяют изображения одного элемента к другому (рис. 13.7). Чтобы правильно выдержать соотношение размеров элементов, полезно их длину отметить штрихами в прямоугольнике, очерченном для зарисовки детали.

Когда эскиз содержит более одного вида, следует каждый из элементов, на которые мысленно расчленена деталь, зарисовывать на всех видах одновременно (рис. 13.8, *а*-*г*). При этом присоединяют один элемент к другому (рис. 13.8, *б*) иди «вычитают» один из другого (рис. 13.8, *в).* В заключение эскиз обводят линиями нужной толщины.

6. Нанесение размеров. Ответить на вопросы, какие и где необходимо нанести размеры на эскизе детали, помогает анализ формы предмета. Деталь мысленно расчленяют на отдельные геометрические тела. Ранее было рассмотрено, какие размеры определяют их величину. Эти размеры и наносят на эскизе. Затем указывают размеры, определяющие взаимное расположение отдельных элементов детали. Например, при нанесении размеров детали, приведенной на рис. 13.8, исходят из следующего.

Форма детали состоит из прямоугольного параллелепипеда и цилиндра. Параллелепипед имеет четыре среза (фаски) в виде треугольных призм, два вертикальных паза в виде параллелепипедов и один горизонтальный паз, также имеющий форму параллелепипеда (рис. 13.9). Поэтому наносят размеры прямоугольного параллелепипеда — длину, ширину и высоту (рис. 13.9, *а*), и цилиндра (рис. 13.9, *б).* У треугольных призм должно быть нанесено по три размера. Но так как срезы сделаны под углом 45°, то можно воспользоваться условностью, принятой для нанесения размеров фасок. Высота срезов уже указана: она равна высоте параллелепипеда (см. рис. 13.9, *а).* Для вырезов должно быть дано по три размера; один и них равен размеру основания детали. Сначала наносят размерные лини (см. рис. 13.8, *г),* измеряют деталь, а затем наносят размерные числа и предельные отклонения от заданных размеров (см. рис. 13.8, *д)*.

После нанесения габаритных размеров проверяют, не образовались ли где-нибудь замкнутые цепочки или не повторяются ли размеры, и в случае необходимости убирают лишние.

7. Нанесение шероховатости поверхностей. С помощью эталонов определяют шероховатость поверхностей детали и наносят на эскизе соответствующие обозначения (см. рис. 13.8, *г*).

Шероховатость задают в зависимости от назначения данной поверхности и с учетом точности ее обработки. Для приближенной оценки шероховатости можно воспользоваться рис. 13.9.

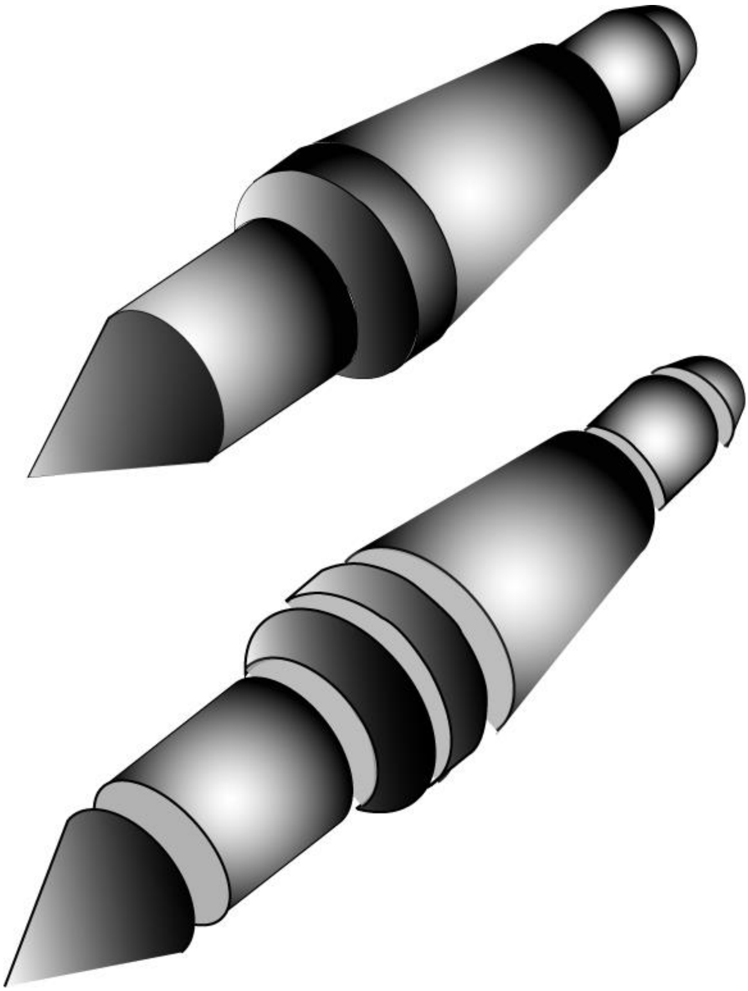
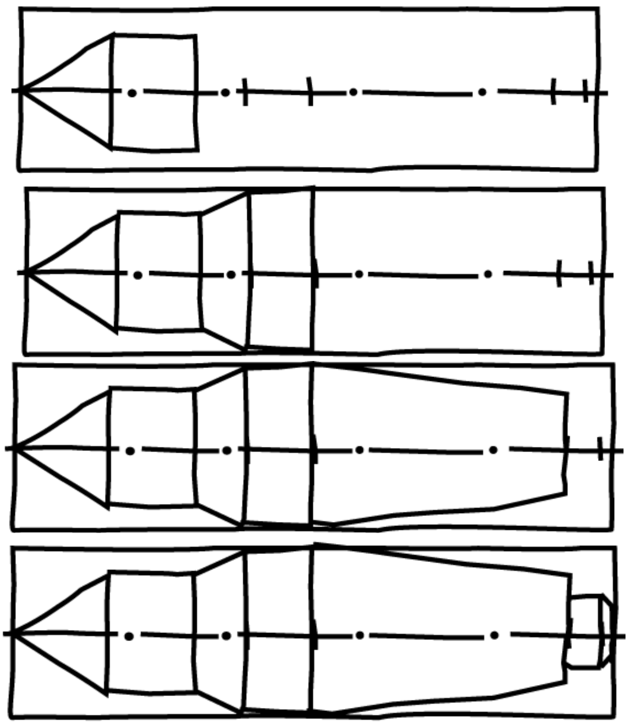
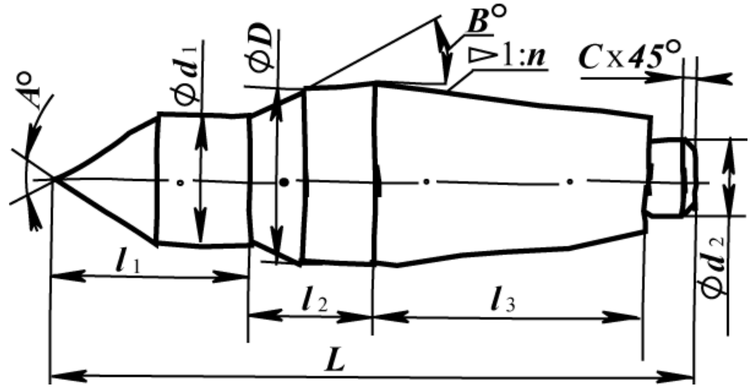


Рис. 13.6. Анализ формы центра токарного станка



а



б

Рис. 13.7 Выполнение ескиза центра токарного станка: *а* – последовательность выполнения; *б* – нанесение размеров

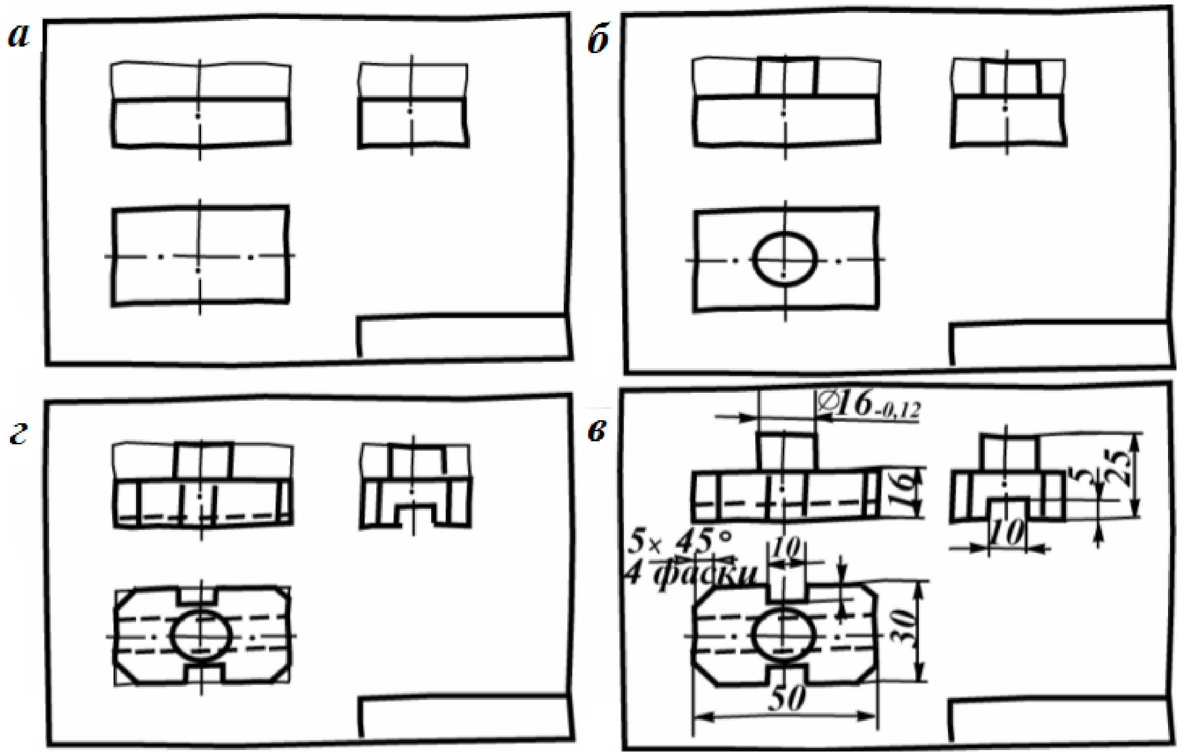


Рис. 13.8, *а* - *г*. Последовательность выполнения эскиза

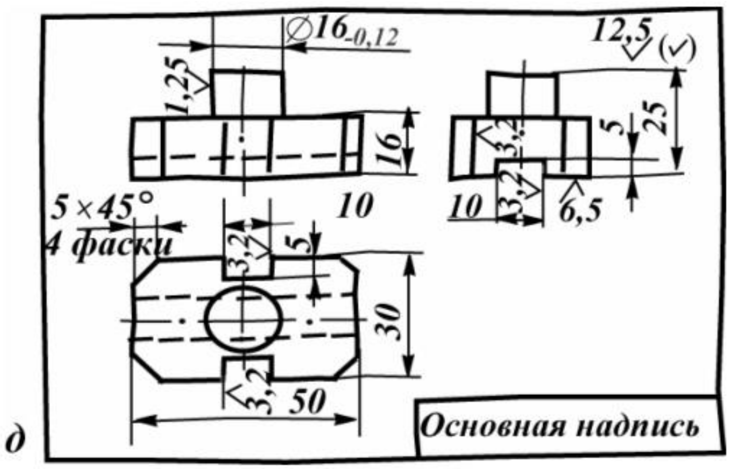


Рис. 13.8, *д*. Нанесение размеров и шероховатостей поверхностей
на эскизе (окончание)

.

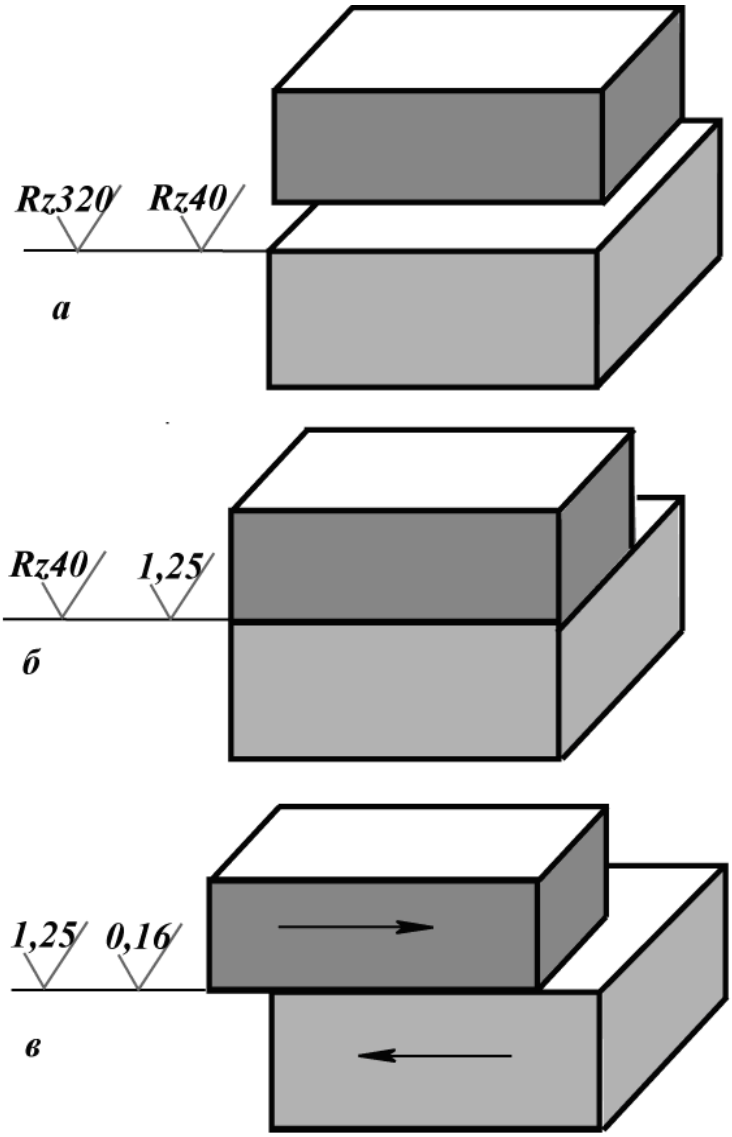


Рис. 13.9. Приближенная оценка шероховатостей поверхностей в зависимости от характера соединения деталей

Когда соприкасающиеся поверхности имеют зазор и неподвижны одна относительно другой (рис. 13.9, *а*), шероховатость задают в пределах от *Rz* 320 до *Rz* 40 (1–3-й классы шероховатости): для соприкасающихся поверхностей (привалочных) назначают шероховатость в пределах от *Rz* 40 до *Ra* 1,25 (4–6-й классы).

Если поверхности соприкасаются и перемешаются одна относительно другой, то шероховатость поверхностей назначают в пределах от *Ra* 1,25 до *Ra* 0,16 (6 – 9-й классы).

После нанесения шероховатости поверхностей заполняют основную надпись и проверяют эскиз. Эскиз должен быть выполнен аккуратно.

Контрольные вопросы

1. *Чем эскиз отличается от чертежа?*
2. *На какие этапы делится работа по составлению эскиза?*
3. *Чем руководствуются при выборе положения детали для зарисовки главного вида?*
4. *Каков порядок зарисовки изображений детали?*
5. *Как определить, где и какие размеры нанести?*

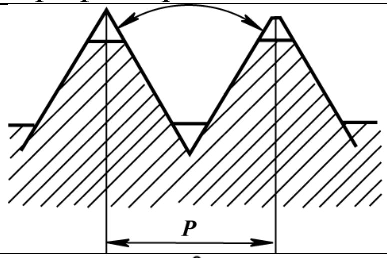
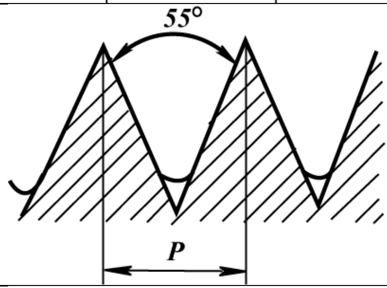
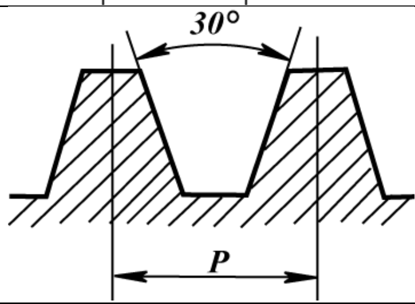
14. РАЗЪЕМНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

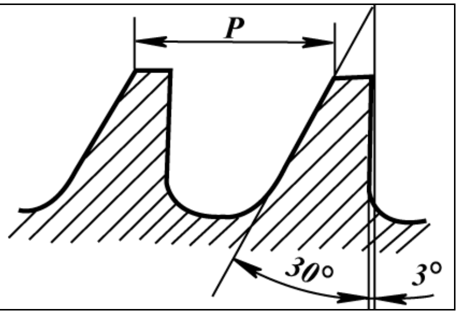
В машиностроении, приборостроении и других отраслях производства большое распространение имеют разъемные соединения деталей машин, осуществляемые при помощи резьбы различных профилей (треугольного, трапециевидного, прямоугольного и др.).

Резьба образуется при винтовом перемещении некоторой плоской фигуры (задающей так называемый *профиль резьбы,* табл. 14.1), расположенной в одной плоскости с осью поверхности вращения *(осью резьбы),* цилиндрической или конической, по которой профиль совершает свое движение. Часть резьбы, образованную при одном повороте профиля вокруг оси, называют *витком.* При этом все точки производящего профиля перемещаются параллельно оси на одну и ту же величину, называемую *ходом резьбы.* Резьбу, образованную движением одного профиля, называют *однозаходной,* образованную движением двух, трех одинаковых профилей или более — *многозаходной.* Шагом резьбы P называют расстояние между двумя смежными витками, измеренное вдоль оси резьбы. Очевидно, у однозаходной резьбы ход равен шагу (рис. 14.1, *а),* у многозаходной — ход равен шагу, умноженному на число ходов (рис. 14.1, *б).*

Винтовая линия бывает правой и левой, поэтому и резьба образуется правой и левой. Если ось резьбы расположить вертикально перед наблюдателем, то у правой резьбы видимые витки поднимаются слева направо (рис. 14.1, *а),* а у левой – справа налево (рис. 14.1, *б).* Резьбу изготовляют или режущим инструментом с удалением слоя материала, или накаткой путем выдавливания. При выводе инструмента из металла резьба как бы сходит на нет, образуя *сбег резьбы. Длиной резьбы* называют длину участка поверхности, на котором образована резьба, включая сбег резьбы и фаску. Как правило, на чертежах указывается только длина резьбы с полным профилем (рис. 14.2, *а).* Если резьбу выполняют до некоторой поверхности, не позволяющей перемещать инструмент до упора к ней, то образуется *недовод резьбы* (рис. 14.2, *б, в)*. Сбег плюс недовод образуют *недорез резьбы*. Если требуется изготовить резьбу полного профиля, без сбега, то для вывода резьбообразующего инструмента делается *проточка,* диаметр которой для наружной резьбы должен быть немного меньше внутреннего диаметра резьбы, а для внутренней резьбы — немного больше диаметра резьбы (рис. 14.2, *г)*.

Таблица 14.1 – Типы резьб

Тип резьбы	Профиль резьбы
Метрическая с крупным и мелким шагами	
Трубная цилиндрическая	
Трапецеидальная однозаходная и многозаходная	

<table>
<tr>
<td>Упорная однозаходная и многозаходная</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

В производстве крепежные изделия применяют очень широко, поэтому они должны быть взаимозаменяемыми, а все их параметры (профили, длины, диаметры, проточки, фаски и т.д.) регламентируются государственными стандартами.

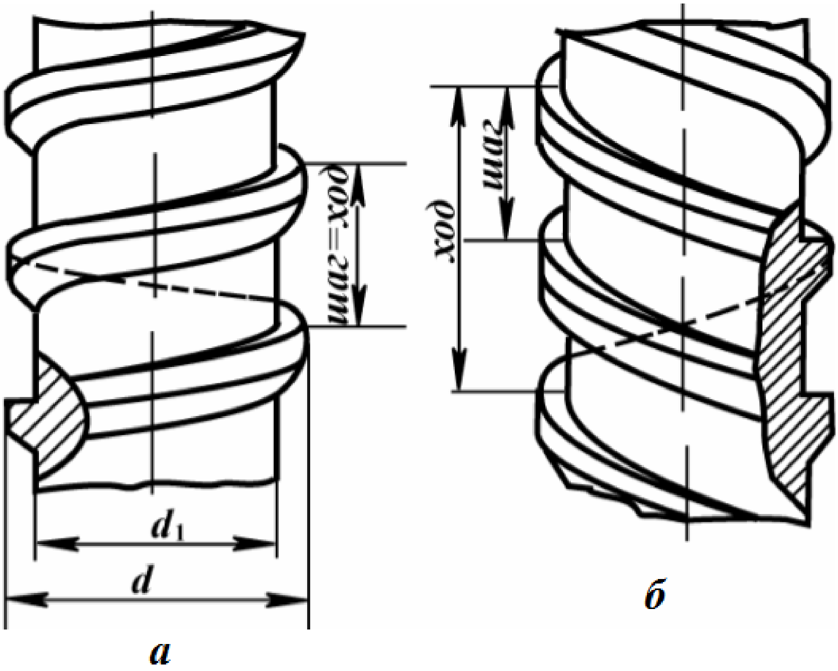


Рис. 14.1. Образование резьбы

Изображение резьбы. Построение точного изображения витков резьбы требует большой затраты времени, поэтому оно применяется в редких случаях. Как правило, на чертежах резьбу изображают условно, независимо от профиля резьбы, а именно: резьбу на стержне — сплошными основными линиями по наружному диаметру резьбы и сплошными тонкими по внутреннему на всю длину резьбы, включая фаску (рис. 14.3, *а).* На видах, полученных проецированием на плоскость, перпендикулярную оси стержня, по внутреннему диаметру резьбы проводят дугу сплошной тонкой линией, приблизительно равную $\frac{3}{4}$ окружности и разомкнутую в любом месте. На изображениях резьбы в отверстии сплошные основные и сплошные тонкие линии меняются местами (рис. 14.3, *б).* Фаски на стержне с резьбой и в отверстии с резьбой, не имеющие специального конструктивного назначения, в проекции на плоскость, перпендикулярную оси стержня или отверстия, не изображают. Границу резьбы на стержне и в отверстии проводят в конце полного профиля резьбы, до сбега, основной линией (или штриховой, если резьба изображена как невидимая), которую проводят до линий наружного диаметра резьбы (рис. 14.3, *в*).

Расстояние между линиями, изображающими наружный и внутренний диаметры резьбы, должно быть не менее 0,8 мм и не более шага резьбы. Сбег резьбы изображается тонкой линией, проводимой примерно под углом 30° к оси резьбы. Сбег резьбы на производственных чертежах показывают относительно редко. На учебных чертежах изображать сбег резьбы не надо.

На чертежах, по которым резьбу не выполняют, резьбу в глухом резьбовом отверстии (гнезде) допускается условно изображать, как показано на рис. 14.4.

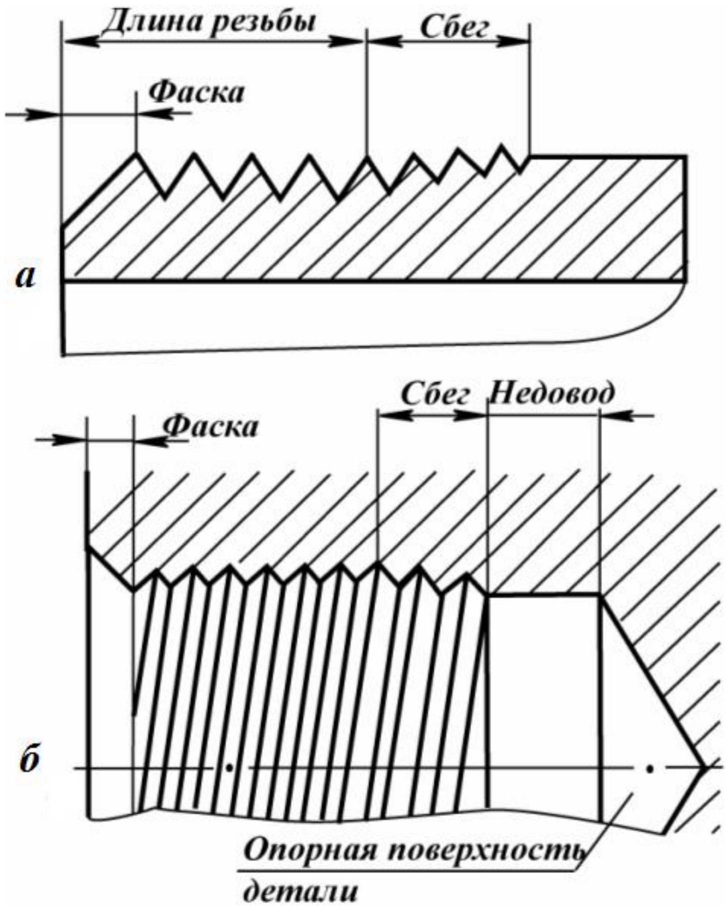
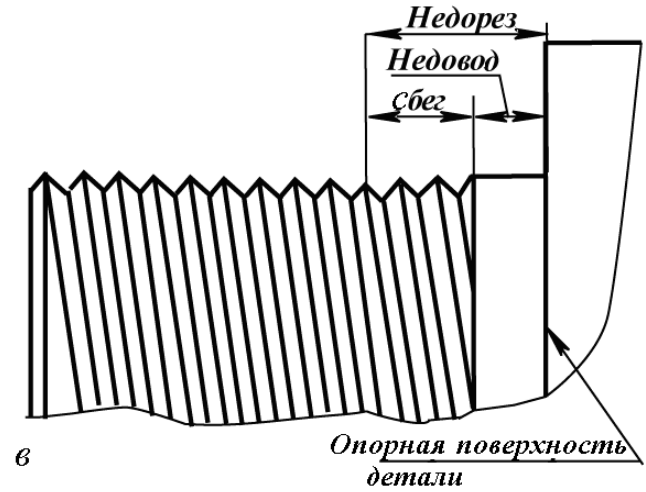


Рис. 14.2. Резьба с недорезом: *а* – внешняя со сбегом и фаской;
б – внутренняя резьба



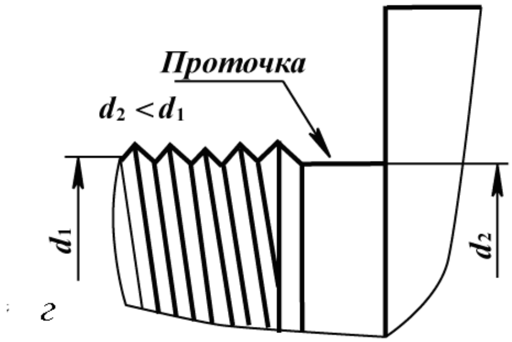


Рис. 14.2 Резьба с недорезом (продолжение): *в* – внешняя резьба с недорезом; *г* – внешняя резьба с проточкой вала

В производстве крепежные изделия применяют очень широко, поэтому они должны быть взаимозаменяемыми, а все их параметры (профили, длины, диаметры, проточки, фаски и т.д.) регламентируются государственными стандартами.

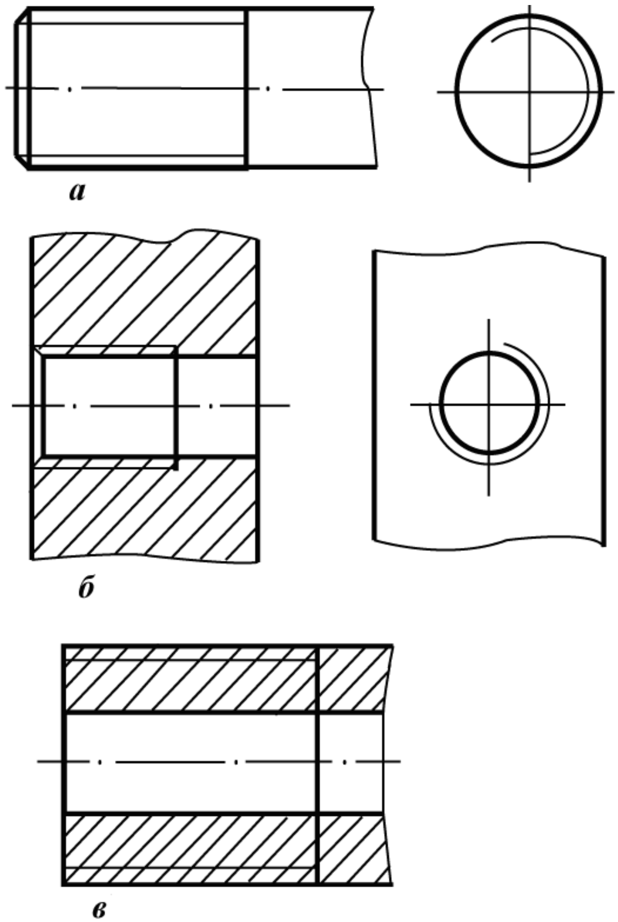


Рис. 14.3. Условное изображение резьбы

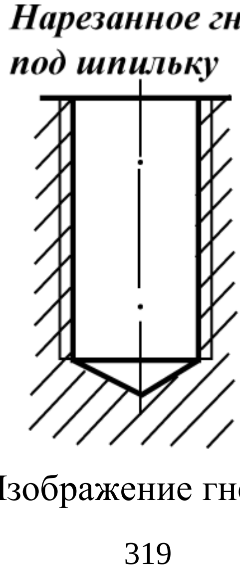


Рис. 14.4. Изображение гнезда под шпильку

Следует твердо запомнить правило: *в резьбовых соединениях, изображенных на разрезе, резьба стержня закрывает резьбу отверстия* (рис. 14.5*, а, б)*. Обратите особое внимание на то, что на разрезах штриховка доводится до сплошных основных линий.

Обозначение резьбы. Стандартные резьбы подразделяются на резьбы общего назначения и специальные. В свою очередь, резьбы общего назначения подразделяются на крепежные (табл. 14.1, пп. 1,2) и ходовые, называемые также кинематическими (табл. 14.1, пп. 3, 4). К специальным резьбам относится, например, резьба круглая для цоколей патронов электроламп, резьба круглая для санитарно-технической арматуры и др. Специальные резьбы в учебных курсах не рассматриваются.

В табл. 14.2 приведены условные обозначения резьб общего назначения (сокращенные, без указания полей допусков и классов точности изготовления резьб). Прямоугольная резьба не стандартизована. При ее применении на чертеже указываются все необходимые для изготовления размеры (рис. 14.6).

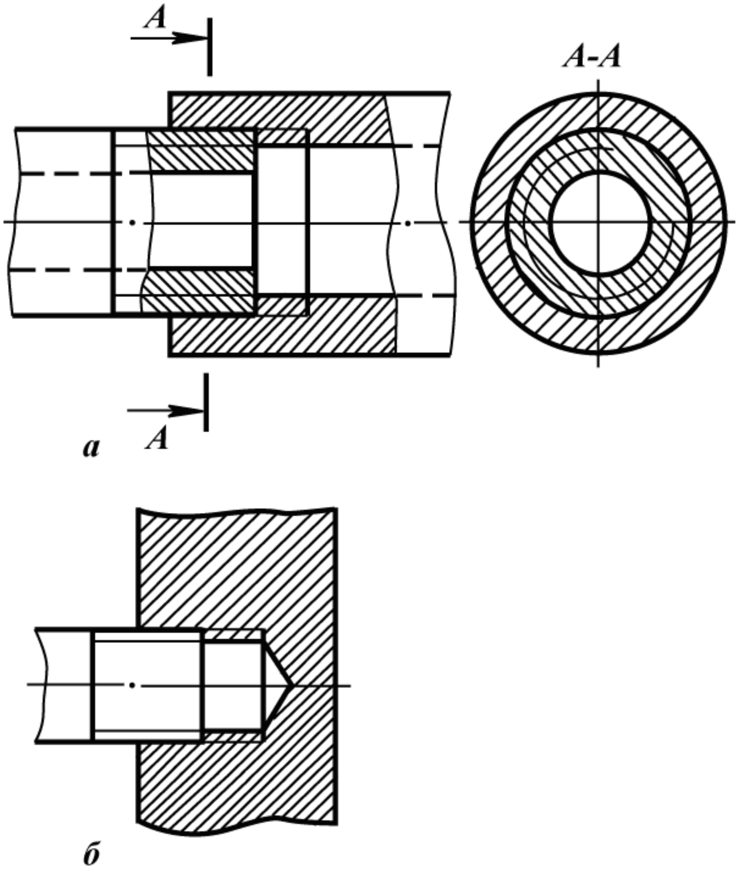


Рис. 14.5. Изображение резьбы в соединениях (на сборочных чертежах)

Таблица 14.2 – Типы резьбы и их условные обозначения

Тип резьбы	Размеры, указываемые на чертеже	Условное обозначение типа резьбы	Примеры обозначений
Метрическая с крупным шагом	Наружный диаметр резьбы, мм	*M*	*M* 10
Метрическая с мелким шагом	Наружный диаметр и шаг резьбы, мм	*M*	*M* 36х3
Упорная однозаходная	То же	*S*	*S* 70х10
Трапецеидальная однозаходная	То же	*Tr*	*Tr* 22х5
Трапецеидальная многозаходная	Наружный диаметр, ход, обозначение	*Tr*	*Tr* 22х15
Трубная цилиндрическая	Условное обозначение размера резьбы в дюймах	*G*	*G* 3/4
Трубная коническая	То же	*K*	*K* 3/4

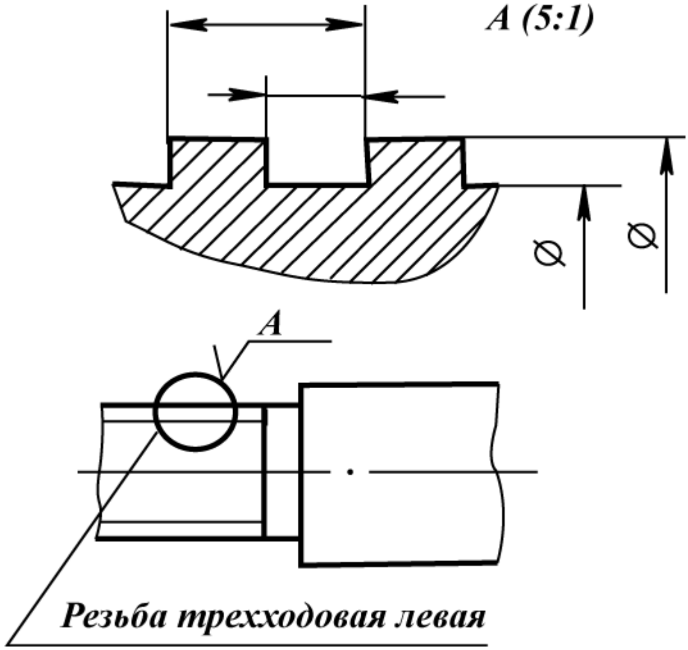


Рис. 14.6. Изображение прямоугольной резьбы

Следует запомнить, что метрическую резьбу выполняют с крупными (единственным для данного диаметра резьбы) и мелкими шагами, которых для данного диаметра резьбы может быть несколько. Например, для диаметра резьбы d = 20 мм крупный шаг всегда равен 2,5 мм, а мелкий может быть равен 2; 1,5; 1; 0,75; 0,5 мм, поэтому в обозначении метрической резьбы крупный шаг не указывается, а мелкий указывается обязательно. Диаметр и шаги метрической резьбы установлены государственным стандартом. Его можно найти в любом справочнике или учебнике по черчению.

В обозначениях резьбы всегда указывается внешний диаметр резьбы, его можно наносить любым способом из числа показаных на рис. 14.7, где знаком «*» указаны места нанесения обозначений.

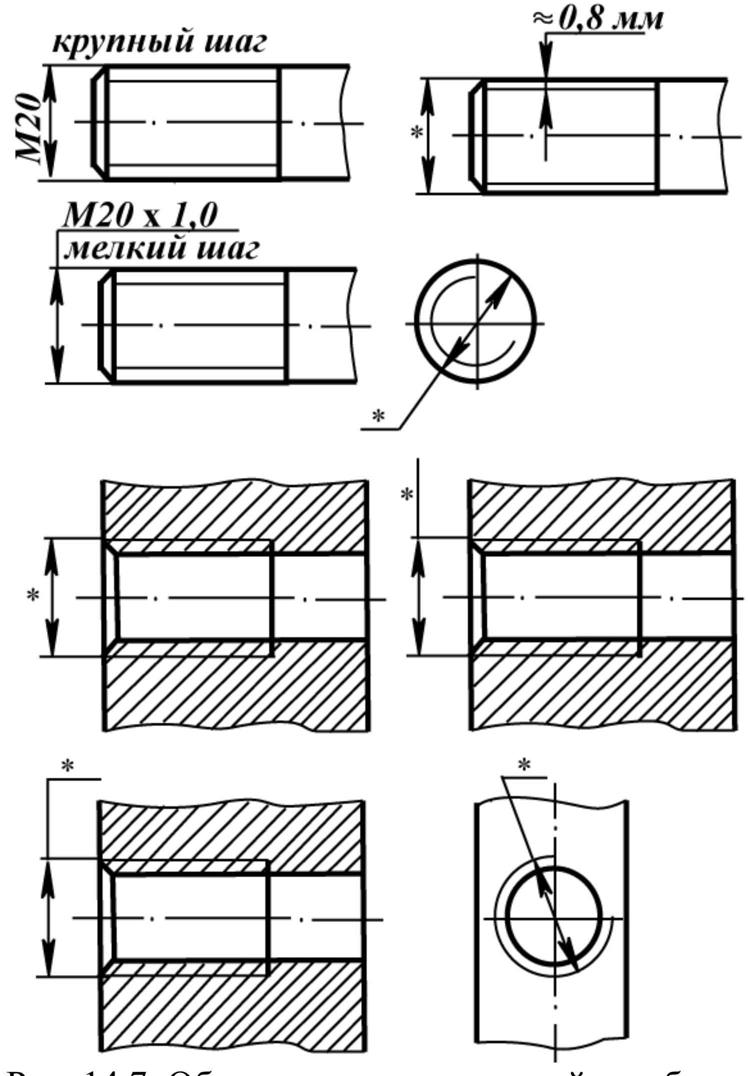


Рис. 14.7. Обозначение метрической резьбы.

Если для метрической резьбы обозначение *диаметр резьбы* соответствует ее действительному наружному диаметру (без учета допусков), то в трубной резьбе ее диаметр обозначается условно. Трубная резьба обозначается символом *G* . Например, *G 1″* соответствует трубе, имеющей условный проход (внутренний диаметр трубы), равный 25 мм, т. е. примерно *1″*. Наружный же диаметр трубной резьбы *1″* равен 33,25 мм, т. е. больше на две толщины стенки, поэтому обозначение трубной (и конической) резьбы осуществляется с помощью линии-выноски со стрелкой и полкой (рис. 14.8). Коническая трубная резьба обозначается символом *K*, например *K* 1/2″.

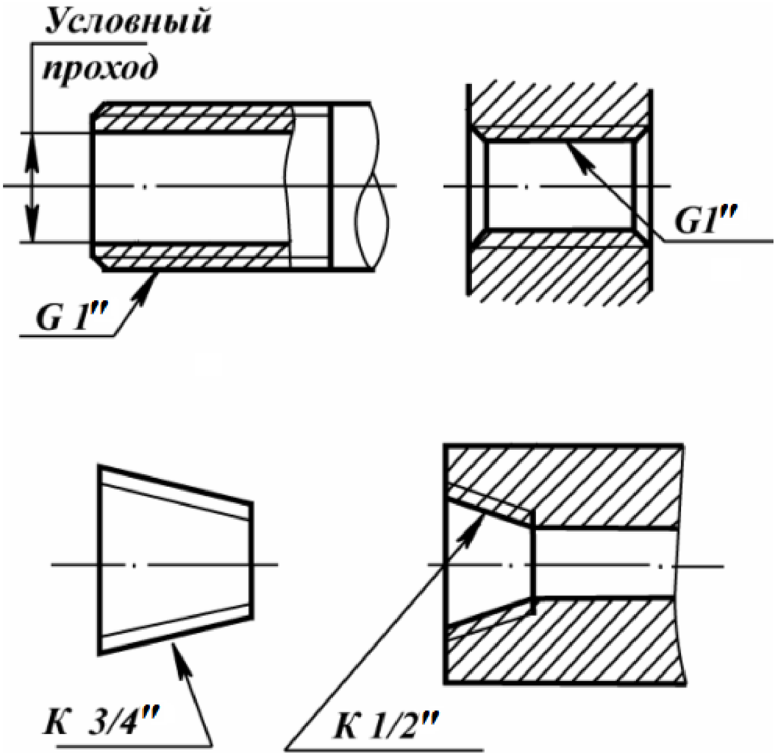


Рис. 14.8. Обозначение трубной резьбы

Обозначение крепежных деталей

Все крепежные детали стандартизированы. На рис. 14.9 приведена структура обозначения болтов, винтов, шпилек и гаек. Изучая эту структуру, следует иметь в виду, что между позициями 1 и 2, 2 и 3, 10 и 11 оставляются промежутки, равные ширине прописной буквы данного размера шрифта.

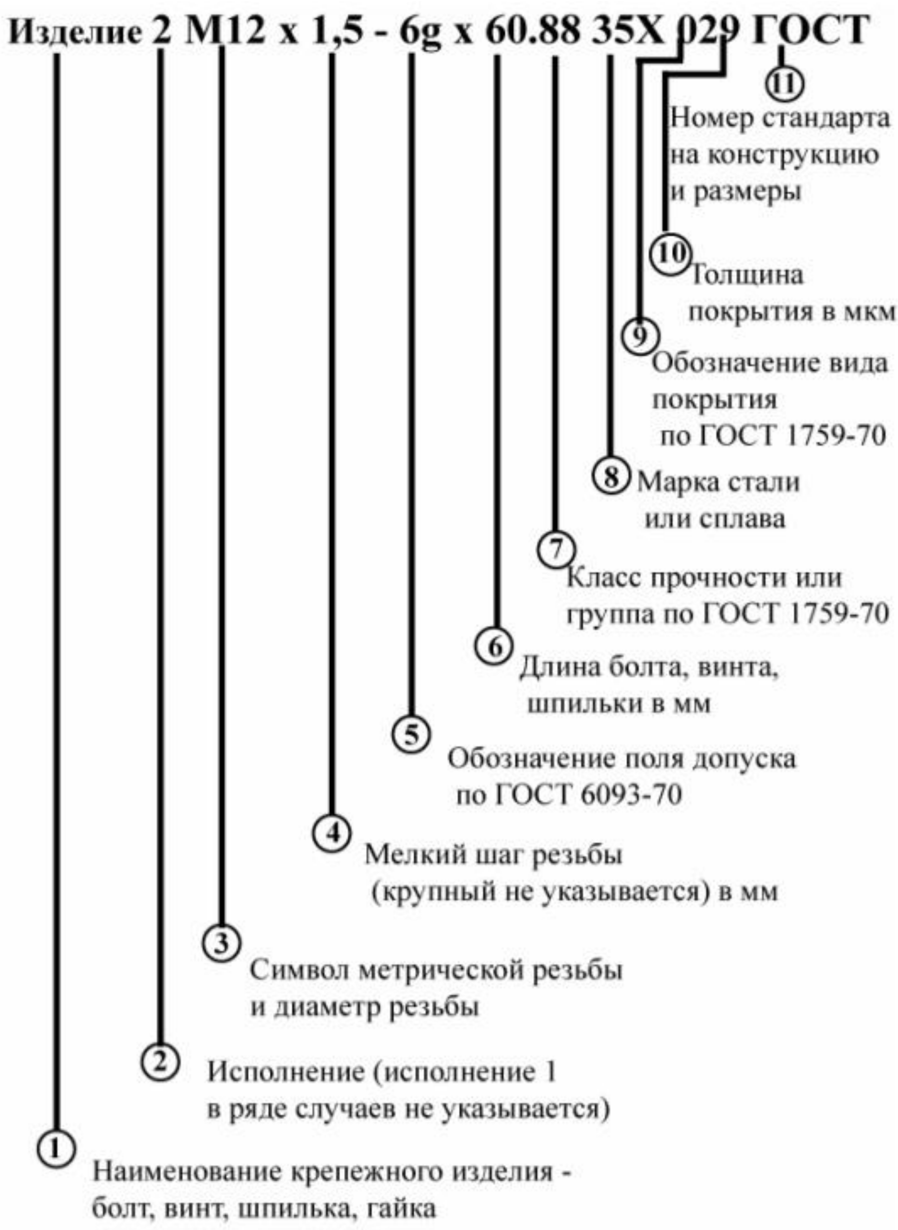


Рис. 14.9. Структура обозначения болтов

Многие стандарты на конструкцию и размеры предусматривают два исполнения и более. Например, болт исполнения 2 отличается от болта исполнения 1 тем, что у него на резьбовом конце имеется отверстие под шплинт, болт исполнения 3 — тем, что у него в головке имеется два отверстия для контровки болта проволокой. Другой стандарт предусматривает 5 исполнений болта. Гайка исполнения 2 отличается от гайки исполнения 1 тем, что у нее фаска сделана не с обеих, а с одной стороны, и т. д.

Между позициями 3 и 4 ставится знак умножения (а не буква «ха» или «икс»), между позициями 4 и 5, если указывается поле допуска, отличное от полей допуска 8g и 7Н, ставится дефис (черточка), между позициями 5 и 6 (если отсутствуют позиции 4 и 5, то между 3 и 6) ставится знак умножения. У гаек, естественно, параметр 6 отсутствует.

Между позициями 6 и 7, 8 и 7, 8 и 9 посередине промежутков ставятся четкие точки. Поле допуска устанавливают величину зазоров между резьбой на стержне (болта, винта, шпильки) и в отверстии (гайки). Указывать его на учебных чертежах не требуется.

Класс прочности для болтов, винтов, шпилек выбирается из ряда 3,6; 4,6; 4,8; 5.6; 5.8; 6.6 и т.д., а для гаек — из ряда 4: 5; 6; 8 и т.д.

На учебных чертежах допускается условно принять, что болты, винты, шпильки изготовлены из углеродистой стали класса прочности 5.8 (в обозначении пишется 58), а гайки — из той же стали класса прочности 5, что резьба выполнена с полем допуска $8g$ (бывший 3-й класс точности) для болтов, винтов и шпилек и $7H$ для гайки и что они не подвергались защитным (антикоррозионным) или декоративным покрытиям.

Следовательно, обозначение болта, винта, шпильки при этих допущениях принимает вид:

Болт 2*М*12 × 1,5 × 60.58 ГОСТ...

(если речь идет о винте или шпильке, то в обозначении пишется соответствующее слово вместо слова «болт»); обозначение гайки

Гайка 2*М*12 × 1,5.5 ГОСТ...

Обозначения еще больше упрощаются, если детали имеют первое исполнение (не пишется!) и крупный шаг резьбы (не пишется!):

Болт М 12 × 60.58 ГОСТ...; *Гайка М* 12.5 ГОСТ...

Подобные же упрощения допускаются при обозначении шайб и шплинтов:

Шайба 2.12.01 ГОСТ ...,

где 2 — исполнение, 12 — диаметр резьбы стержня, 01 — группа материала (углеродистая сталь);

Шайба 12.65Г ГОСТ ..., где 65Г—пружинная марганцовистая сталь;

Шплинт 5 × 28 ГОСТ ..., где 5 — условный диаметр шплинта (диаметр отверстия в стержне), а 28 — длина шплинта без головки. Во всех приведенных случаях покрытие не предусмотрено.

Разновидности крепежных изделий. Они весьма разнообразны. Так, болты и винты изготовляются с различной формой головки — шестигранной, квадратной, полукруглой, потайной и др.; также различны формы гаек — шестигранные, квадратные, круглые, корончатые и др. Кроме того, шестигранные гайки бывают нормальные, низкие, высокие, особо высокие. Шпильки различаются по длине ввинчиваемого резьбового конца (посадочного), предназначенного для ввинчивания в отверстие с резьбой: длиной d для ввертывания в детали, изготовляемые из твердых металлов — стали, латуни, бронзы; длиной 1,25 d и 1,6 d для ввертывания в детали, изготовленные из более мягких металлов, например ковкого и серого чугуна; длиной 2 и 2,5 d для резьбовых отверстий в деталях из мягких сплавов. По точности изготовления болты, винты и гайки бывают нормальной, повышенной и грубой точности. Разнообразны по форме и шайбы — круглые, косые, пружинные, многолапчатые и др. Таким образом, число стандартов, описывающих форму и размеры резьбовых изделий, весьма велико. Полезно, если студент не сталкивался с ними в своей практической деятельности, хотя бы поверхностно просмотреть справочник или учебник, в которых обычно излагаются сведения о большом числе крепежных изделий. Главное — понять, что записываемые обозначения резьбовых изделий должны быть точными, строго соответствовать стандартам.

15. НЕРАЗЪЕМНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

К неразъемным соединениям относятся:

- сварные соединения;
- паяные соединения;
- клепаные соединения;
- соединения с помощью металлических скоб.

Наибольшее распространение получили сварные неразъемные соединения. Процесс сварки – это комплекс нескольких одновременно протекающих процессов:

- нагревание свариваемых деталей в зоне сварки до температуры плавления;
- механическое сжатие свариваемых деталей до образования сварного шва;
- остывание и кристаллизация металла в зоне шва.

В этом случае в образовании шва участвуют две соединяемые детали, а сварка называется контактной. Классическим примером такой сварки является сваривание рельсов на железнодорожных путях. Два рельса устанавливают так, чтобы они соприкасались торцами. Через образовавшийся контакт пропускают электрический ток, который нагревает соприкасающиеся торцы до температуры плавления. При сжатии рельсов образуется сварочный шов.

Более широкое распространение получила электродуговая сварка, в которой детали свариваются с помощью электродов. В качестве электродов при ручной дуговой сверке используются прутки, покрытые специальным флюсом. В сварочных автоматах используются электроды в виде длинной проволоки, с автоматической подачей ее в зону сварки. Нагревание кромок свариваемых деталей и электрода до температуры плавления производится электрической дугой, возникающей между электродом и свариваемыми деталями. За счет плавления электрода образуется сварной шов.

С помощью пайки также создаются неразъемные соединения. Принципиальное отличие пайки от сварки состоит в том, что соединение двух металлических изделий производится с помощью металла припоя, температура плавления которого значительно меньше температуры плавления металлов изделий. Например, при пайке латунью стальных изделий плавится только припой, а изделия нагреваются до температуры ниже температуры плавления стали.

Паяные, клепаные соединения и соединения с помощью металлических скоб здесь рассматривать не будем.

Способы сварки и их условные обозначения на чертежах

Р – ручная электродуговая сварка;

Г – газовая сварка;

А, Аф, Ам – разновидности автоматической сварки с помощью сварочных автоматов;

П, Пс – полуавтоматические сварки;

Ш – электрошлаковая сварка (сварка под защитой расплавленного шлака);

Кт – контактная точечная сварка;

Кс – контактная стыковая сварка;

Кр – контактная шовная сварка.

Все контактные сварки основаны на расплавлении свариваемых деталей электрическим током, проходящим через место контакта.

Виды сварных соединений и их условные обозначения на чертежах

По взаимному расположению изделий в процессе сварки получаемые соединения можно разделить на четыре группы:

С ($С_1$, $С_2$, $С_3$ …) – стыковые соединения;

У ($У_1$, $У_2$, $У_3$ …) – угловые соединения;

Т ($Т_1$, $Т_2$, $Т_3$ …) – тавровые соединения;

Н ($Н_1$, $Н_2$, $Н_3$ …) – соединения внахлест.

Примеры различных сварных соединений показаны в таблице 15.2.

Обозначение швов сварных соединений

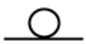
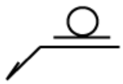
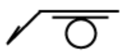
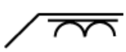
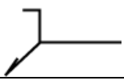
Условные изображения и обозначения швов сварных соединений регламентированы государственным стандартом, согласно которому видимые швы, независимо от способа сварки, условно изображают на чертежах сплошными основными линиями, невидимые швы — штриховыми линиями, видимую одиночную точку изображают знаком «+», который выполняют сплошными основными линиями. Невидимые одиночные точки не изображают.

Условное обозначение стандартного шва или одиночной сварной точки включает:

- вспомогательные знаки шва по замкнутой линии или монтажного шва;
- буквенно-цифровое обозначение шва по стандарту на типы и конструктивные элементы швов сварных соединений;
- условное обозначение способа сварки по стандарту на типы и конструктивные элементы швов сварных соединений (допускается не указывать);
- знак ⊿ и размер катета согласно стандарту на типы и конструктивные элементы швов сварных соединений;
- для прерывистого шва — размер длины провариваемого участка, знак / или ***Z*** и размер шага;
- для одиночной точки – размер расчетного диаметра точки;

- для шва контактной точечной электросварки – размер расчетного диаметра точки или электрозаклепки, знак / или ***Z*** и размер шага; для шва контактной роликовой электросварки – размер расчетной ширины шва; для прерывистого шва контактной шовной электросварки – размер расчетной ширины шва, знак умножения, размер длины провариваемого участка, знак / и размер шага; вспомогательные знаки (шероховатость поверхности, знак, показывающий снятие усиления, и др.).

Таблица 15.1 – Вспомогательные знаки для обозначения сварных швов

Знак	Значение знака	Расположение знака относительно полки линии-выноски	
		с лицевой стороны	с оборотной стороны
	Усиление шва  снять		
	Наплывы и неровности шва обработать с плавным переходом к основному металлу		
	Шов выполнять при монтаже		

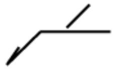
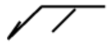
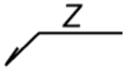
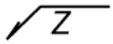
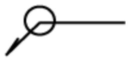
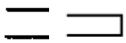
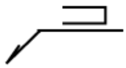
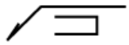
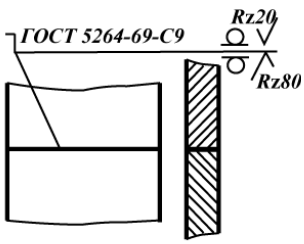
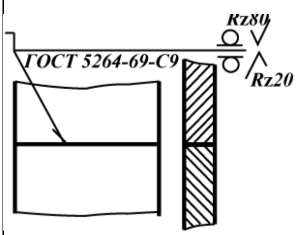
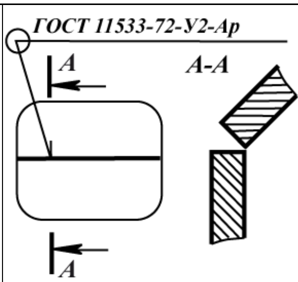
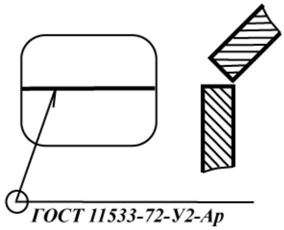
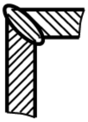
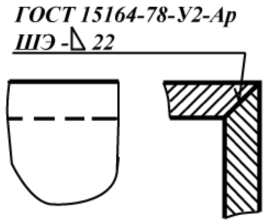
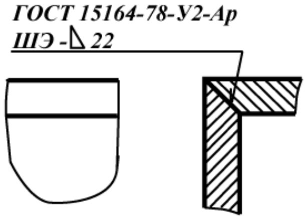
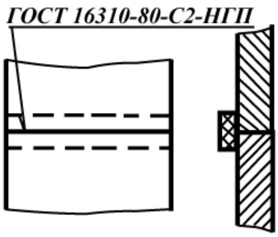
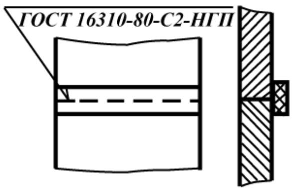
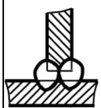
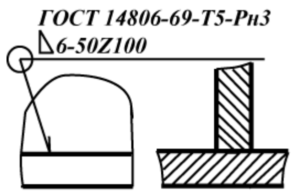
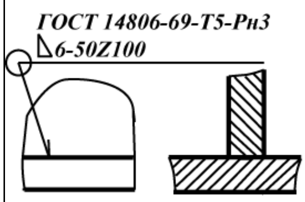
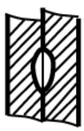
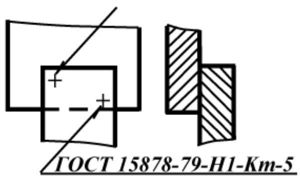
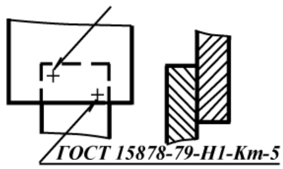
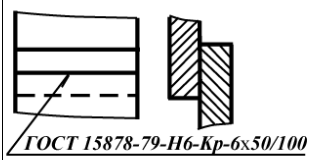
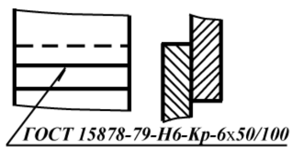
	изделия		
	Шов прерывистый или точечный с цепным расположением. Угол наклона линии 60°		
z	Шов прерывистый или точечный с шахматным расположением		
	Шов по замкнутой линий; диаметр знака 3 - 5 мм		
	Шов по незамкнутой линии. Знак применяют, если расположение шва ясно из чертежа		

Таблица 15.2 – Примеры условных обозначений стандартных швов сварных соединений

<table>
<tr><td rowspan="2">Характеристика
шва</td><td rowspan="2">Форма поперечного сечения шва</td><td colspan="2">Условное обозначение шва, изображенного на чертеже</td></tr>
<tr><td>с лицевой стороны</td><td>с оборотной стороны</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Шов стыкового соединения с криволинейным скосом одной кромки, двусторонний, выполняемый электродуговой ручной сваркой при монтаже изделия. Усиление снято с обеих сторон. Параметр шероховатости поверхностей шва: с лицевой стороны Rz 20 мкм, с обратной стороны Rz 80 мкм</td><td></td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Шов углового соединения без скоса кромок, флюсом с ручной подваркой по замкнутой линии			
Шов углового соединения со скосом кромок, выполняемый электрошлаковой сваркой проволочным электродом. Катет шва 22 мм			
Шов стыкового соединения без скоса кромок, односторонний, на остающейся подкладке, выполняемый сваркой нагретым газом с присадкой			
Шов таврового соединения без скоса кромок, двусторонний, прерывистый с шахматным расположением, выполняемый электродуговой ручной сваркой в			

защитных газах неплавящимся металлическим электродом по замкнутой линии Катет шва 6 мм. Длина провариваемого участка 50 мм. Шаг 100 мм			
Одиночные точки соединения внахлестку, выполняемые контактной точечной электросваркой. Расчетный диаметр точки 5 мм			
Шов соединения внахлестку, прерывистый, выполняемый контактной роликовой электросваркой. Ширина роликового шва 6 мм. Длина провариваемого участка 50 мм. Шаг 100 мм			

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

ЧАСТЬ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ. Предмет инженерной графики, ее задачи и методы

1. МЕТОД ПРОЕЦИРОВАНИЯ
1.1. Понятие чертежа. Свойства чертежа
1.2. Метод центрального проецирования
1.3. Метод параллельного проецирования
1.4. Ортогональное проецирование и его свойства
1.5. Метрические соотношения при ортогональном проецировании
1.5.1. Длина отрезка
1.5.2. Проецирование плоского угла

2. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ

3. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ
3.1. Трехкартинный комплексный чертеж
3.2. Проецирование точки на две плоскости (двухкартинный чертеж)

4. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ
4.1. Проецирование прямой общего положения
4.2. Следы прямой общего положения
4.2.1.Следы прямой на пространственном макете
4.2.2. Следы прямой на комплексном чертеже
4.3. Проецирование прямых, параллельных плоскостям проекций
4.3.1. Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекции (Π_1)
4.3.2. Прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций (Π_2)
4.3.3. Прямая, параллельная профильной плоскости проекции (Π_3)
4.4. Проецирующие прямые
4.4.1. Горизонтально-проецирующая прямая
4.4.2. Фронтально-проецирующая прямая
4.4.3. Профильно-проецирующая прямая
4.5. Взаимное расположение прямых в пространстве
4.5.1. Проецирование параллельных прямых
4.5.2. Проецирование пересекающихся прямых
4.5.3. Проецирование скрещивающихся прямых

4.6. Определение натуральной величины (длины) отрезка и углов наклона к плоскостям проекций

5. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ
5.1. Задание плоскости
5.1.1. Задание плоскости тремя точками
5.2. Прямые и точки плоскости
5.3. Расположение плоскости относительно плоскостей проекции
5.3.1. Проецирующие плоскости
5.3.1.1. Горизонтально-проецирующая плоскость
5.3.1.2. Фронтально-проецирующая плоскость
5.3.1.3. Профильно-проецирующая плоскость
5.3.2. Плоскости уровня
5.4. Линии уровня плоскости
5.4.1. Проецирование горизонтали плоскости
5.4.2. Проецирование фронтали плоскости
5.4.3. Проецирование профильной прямой плоскости
5.5. Линии наибольшего наклона плоскости. Углы наклона плоскости к плоскостям проекций
5.5.1. Построение ЛННП$_2$ и угла наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций
5.5.2. Построение ЛННП$_1$ и угла наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций
5.5.3. Построение ЛННП$_3$ и угла наклона плоскости к профильной плоскости проекций
5.6. Взаимное расположение плоскостей
5.6.1. Параллельные плоскости
5.6.2. Пересекающиеся плоскости
5.7. Взаимное расположение прямой и плоскости
5.7.1. Условия принадлежности прямой плоскости
5.7.2. Прямая, параллельная плоскости
5.7.3. Прямая пересекается с плоскостью
5.7.4. Прямая, перпендикулярная плоскости
5.7.5. Определение расстояния от точки до плоскости

6. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА
6.1. Проецирование на дополнительную плоскость
6.2. Вращение вокруг оси, перпендикулярной одной из плоскостей проекций
6.3. Плоскопараллельное перемещение
6.4. Вращение плоскости вокруг прямой уровня
6.5. Вращение плоскости вокруг следа

7. АКСОНОМЕТРИЯ
7.1. Основные понятия, определения и соотношения
7.2. Изометрия
7.3. Диметрия
7.4. Аксонометрические проекции окружностей расположенных на плоскостях, параллельных координатным плоскостям проекций
7.4.1. Изометрические проекции окружностей, расположенных на координатных плоскостях $П_1$, $П_2$, $П_3$, или на плоскостях, параллельных координатным
7.4.2. Диметрические проекции окружностей, расположенных на координатных плоскостях $П_1$, $П_2$, $П_3$, или на плоскостях, параллельных координатным
7.4.3. Построение наиболее распространенных кривых

8. МНОГОГРАННИКИ
8.1. Виды многогранников
8.1.1. Призмы
8.1.2. Пирамиды
8.1.3. Призматоиды
8.1.4. Антипризмы
8.1.5. Ромбоэдр
8.1.6. Правильные многогранники
8.2. Построение чертежей многогранников и проецирование точек, принадлежащих их поверхностям
8.2.1. Проецирование призмы
8.2.2. Проецирование пирамиды
8.2.3. Проецирование точек, лежащих на боковой поверхности гранного тела
8.3. Пересечение многогранников проецирующей плоскостью
8.3.1. Сечение призмы проецирующей плоскостью
8.3.2. Сечение пирамиды проецирующей плоскостью
8.4. Взаимное пересечение многогранников
8.4.1. Проецирование призмы с призматическим отверстием
8.4.2. Проецирование пирамиды с призматическим отверстием
8.4.3. Проектирование наклонной призмы общего положения, которая пересекается прямой общего положения (построение комплексного чертежа)
8.4.4. Проецирование двух наклонных пересекающихся призм общего положения. Построение комплексного чертежа

9. ПОВЕРХНОСТИ

9.1. Кинематическое образование поверхностей
9.2. Определитель поверхности
9.3. Задание поверхности на чертеже
9.4. Линейчатые развертываемые поверхности
9.4.1. Цилиндрическая поверхность
9.4.2. Коническая поверхность
9.5. Поверхности вращения
9.5.1. Тор
9.5.2. Сфера
9.6. Сечение поверхностей проецирующей плоскостью
9.6.1. Сечение цилиндра
9.6.2. Сечение конуса
9.6.3. Сечение сферы
9.7. Пересечение поверхностей
9.7.1. Пересечение призмы с цилиндром
9.7.2. Пирамида с цилиндрическим отверстием
9.7.3. Пересечение цилиндра с призмой
9.7.4. Пересечение сферы с призмой
9.7.5. Пересечение поверхностей
9.7.5.1. Пересечение поверхностей вращения со сферой
9.7.5.2. Пересечение двух цилиндров равных диаметров
9.7.5.3. Цилиндр с цилиндрическим отверстием
9.7.6. Пересечение конуса с цилиндром
9.8. Сечение геометрических фигур проецирующей плоскостью
9.8.1. Сечение призмы с цилиндрическим отверстием
9.8.2. Сечение пирамиды с цилиндрическим отверстием
9.8.3. Сечение сферы с призматическим отверстием
9.8.4. Сечение цилиндра с цилиндрическим отверстием проецирующей плоскостью
9.8.5. Сечение конуса с цилиндрическим отверстием проецирующей плоскостью

Часть 2.
Основы профессионального конструирования.

10. Общие правила оформления чертежей
(форматы, масштабы, типы линий)

11. Виды, разрезы, сечения

12. Основные сведения о нанесении размеров, предельных отклонений и шероховатостей поверхности

13. Эскизирование

14. Разъемные соединения

15. Неразъемные соединения

Учебник

ЧЕРМНЫХ Игорь Алексеевич
НЕСТЕРЕНКО Василий Иванович
КРАЕВСКАЯ Елена Александровна
СИЛИЧЕВ Антон Владимирович

«Основы инженерной графики с элементами профессионального конструирования»

Учебник по курсу «Инженерная графика»

Для студентов высших технических учебных заведений

Работу к изданию рекомендовал А.М. Краснокутский

Технический редактор О.С. Саминина